

Série de TD n :1 de Programmation linéaire

Exercice n : 1

Exercice 1 La composition d'un aliment pour bétail est obtenue par le mélange de trois matières : l'orge, l'arachide et le sésame. Cet aliment doit comporter plus de 22% de protéines et 3,6% de matières grasses pour être conforme aux normes. On donne ci-dessous les pourcentages en protéines et en matières grasses contenus respectivement dans l'orge, l'arachide et le sésame, ainsi que le coût/tonne de chacune de ces matières :

Matière	Protéines (%)	Graisses (%)	Coût/tonne (DA)
Orge	12	2	25
Arachide	52	2	41
Sésame	42	10	39

Formuler puis modéliser ce problème.

Exercice 2 Une compagnie de chemins de fer fonctionne avec trois types de trains :

- Type 1 : 4 wagons de classe 1 et 4 wagons de classe 2;
- Type 2 : 6 wagons de classe 1 et 3 wagons de classe 2;
- Type 3 : 2 wagons de classe 1 et 5 wagons de classe 2.

Le profit engendré par chaque type de train est respectivement de 5, 6 et 4 unités. La compagnie dispose de 22 wagons de classe 1 et 25 wagons de classe 2. Formuler et modéliser le problème de manière à maximiser le profit total.

Exercice 3 Une compagnie pétrolière désire installer une raffinerie alimentée par trois ports A, B et C. Le port B est situé à 300 km Est et 400 km Nord du port A. Le port C est situé à 400 km Est et 100 km Sud du port B. Déterminer la localisation optimale de la raffinerie de sorte que la longueur totale des pipelines reliant la raffinerie aux trois ports soit minimale. Formuler et modéliser ce problème.

Exercice 4 Une entreprise fabrique 4 types de boîtes métalliques. Chaque boîte requiert deux feuilles de métal de types A et B et de la main-d'œuvre. Les données sont les suivantes :

Boîte	Besoin en A (m^2)	Main-d'œuvre (h)	Profit (DA)
1	0.6	4	19.8
2	0	3	49.5
3	0.2	2	99.5
4	0.4	3	29.8

Les disponibilités sont : 22.5 m² de A, 30 m² de B et 190 heures de main-d'œuvre. On peut convertir 1 m² de B en 2.5 m² de A en 1 heure de main-d'œuvre pour un coût de 10 DA. Formuler et modéliser ce problème.

Exercice 5 On considère le programme linéaire suivant :

$$\max Z = 25x_1 + 15x_2$$

s.c.

$$2x_1 - 2x_2 \leq 10,$$

$$-x_1 + 3x_2 \leq 12,$$

$$x_1 + x_2 \leq 8,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

1. Écrire le programme linéaire sous la forme canonique, puis sous la forme standard.
2. Résoudre graphiquement le programme linéaire.

Exercice 6 Une entreprise fabrique deux produits, A et B, qu'elle vend aux États-Unis. Le produit A rapporte 4 €/kg et le produit B rapporte 6 €/kg. L'avion disponible ne peut transporter que 50 tonnes et a un volume total de 2100 m³. Les densités sont respectivement 30 m³/t pour A et 70 m³/t pour B.

1. Donner la formulation mathématique du programme linéaire.
2. Déterminer graphiquement la solution optimale.
3. Écrire le programme sous forme canonique, puis standard.
4. Interpréter économiquement les variables d'écart.