

CENTRE UNIVERSITAIRE DE MILA
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT SCIENCES ET TECHNOLOGIE

Béton armé 2
(3ème Année G.C)

👉 **Responsible:** Dr. SOLTANE Mohamed Abdelali

👉 ANNEE UNIVERSITAIRE 2024- 2025

Chapitre 02 : Effort tranchant

I. Introduction :

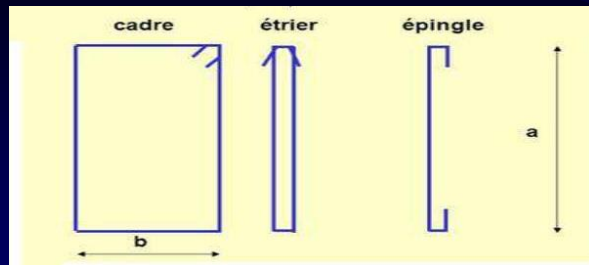
Lorsqu'une poutre est soumise à la flexion simple, les efforts dans une section décomposent en un moment fléchissant **M** et un effort tranchant **T** qui représente la variation du moment fléchissant le long de la poutre

$$T = \frac{dM}{dX}$$

L'étude du moment de flexion nous permet de déterminer les armatures longitudinales dans une section en béton armé donnée et l'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales (aciers de couture) comme les cadres, étriers, épingles (l'effort tranchant est équilibré par les armatures transversales).

Le moment fléchissant crée des contraintes normales σ , et l'effort tranchant des contraintes tangentes (ou cisaillement) τ

En tout point, les contraintes de cisaillement longitudinales et transversales sont égales. Lorsque les contraintes normales appliquées sur un élémentaire sont nulles (appui) la fissuration se produit à 45°, les contraintes de cisaillement verticales étant le résultat de l'effort tranchant.



Présentation des armatures transversales (cadre, étrier et épingle)

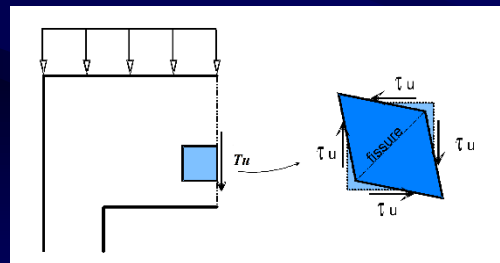
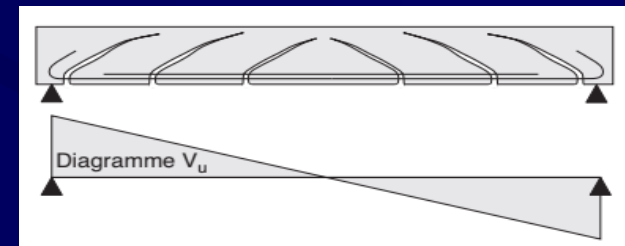


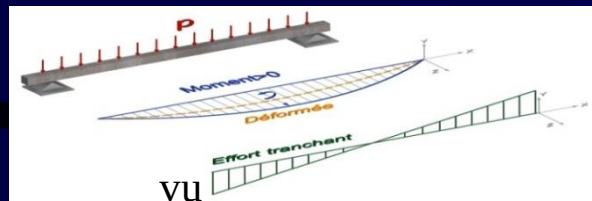
Schéma illustrant l'effort tranchant (T_u) et la formation de fissures de cisaillement dans une section en béton armé



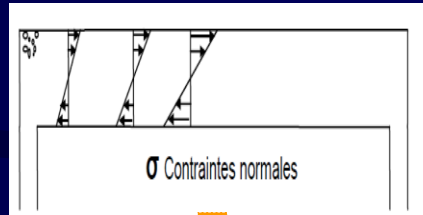
Orientation des fissures inclinées d'effort tranchant

Chapitre 02 : Effort tranchant

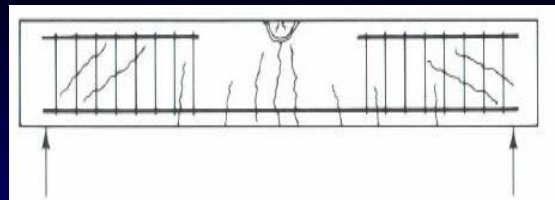
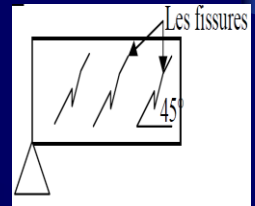
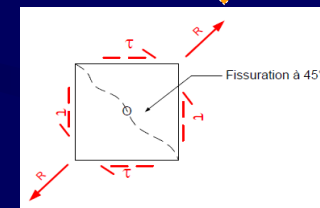
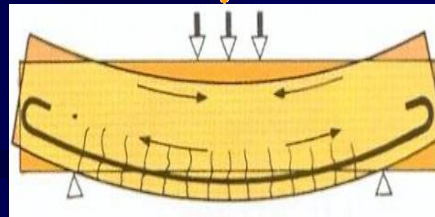
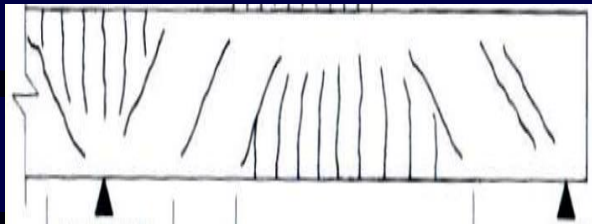
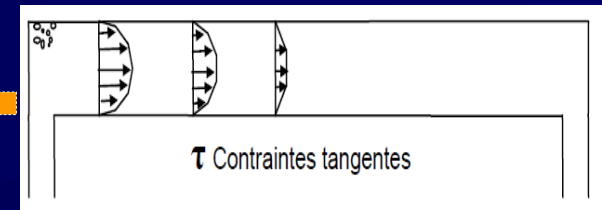
Illustration d'une poutre soumise à trois types de sollicitations (cisaillement pur, flexion pure et flexion simple), avec les fissures et la disposition des armatures pour chaque cas



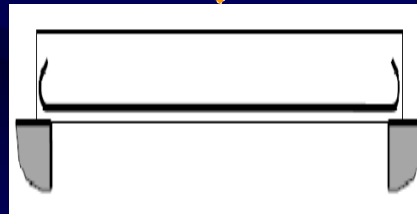
=



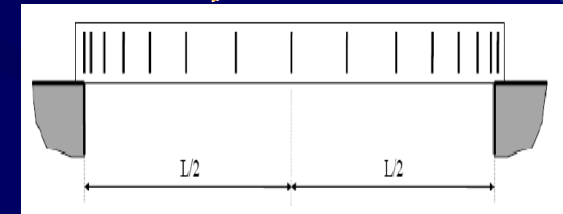
+



=



+



Chapitre 02 : Effort tranchant

II. Justification des poutres sous sollicitation d'effort tranchant :

Les poutres soumises à une effort tranchant sont justifiée uniquement vis-à-vis de l'ELU. Les conditions relatives à l'ELS sont couvertes par une réduction de certains valeurs limites de l'ELU.

Les justifications doivent porter successivement sur:

- Vérification de la contrainte tangente ultime de cisaillement du béton.
- Détermination des armatures transversales de l'âme.
- Vérification des zones d'appuis des poutres :
 - Appui simple de rive.
 - Appui intermédiaire

III. Sollicitation de calcul: La contrainte tangente (de cisaillement) dans la section où se produit l'effort tranchant sera donnée par l'équation suivante :

$$\tau = \frac{T.S}{b.I}$$

Avec : **T**: l'effort tranchant.

S: Moment statique de la section.

b: la largeur de la section. **I**: le moment d'inertie de la section.

Contrainte tangente conventionnelle:

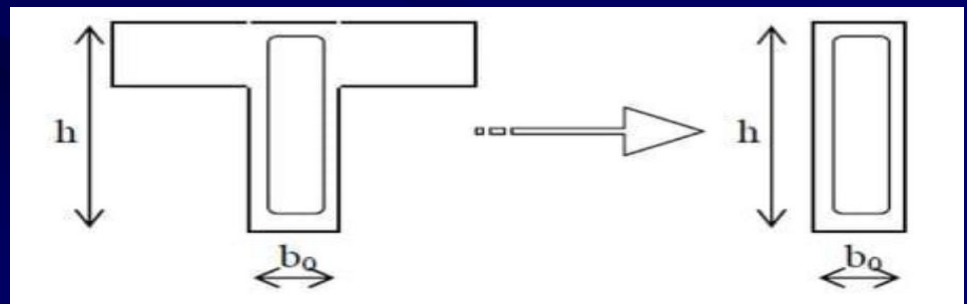
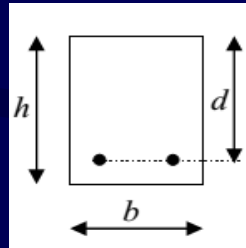
Cependant, la sollicitation d'effort tranchant **T_u** est toujours déterminée à l'état limite ultime (E.L.U). Par convention la contrainte de cisaillement (tangente) selon l'article A.5.11 de BAEL est prise égale à:

$$\tau_u = \frac{T_u}{b_o \cdot d}$$

d: hauteur utile ;

τ_u: contrainte tangente conventionnelle

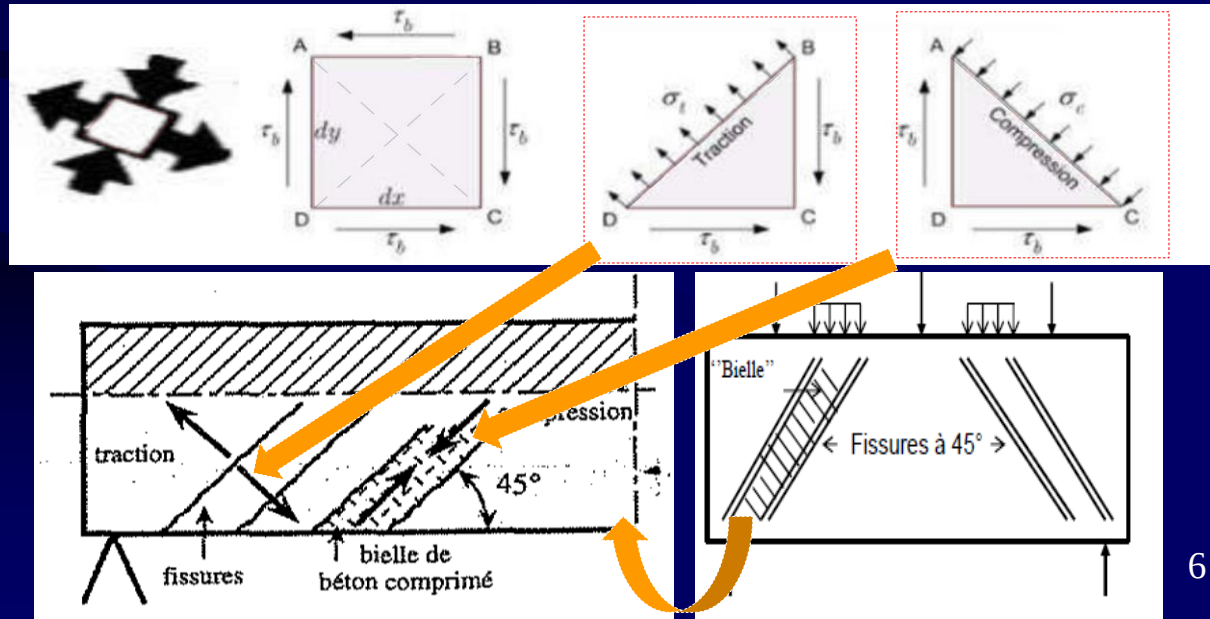
b_o : largeur de l'âme (largeur tout court dans le cas d'une section rectangulaire; largeur de la nervure dans le cas d'une section en forme de T (on considère que seul l'âme résiste l'effort tranchant)).



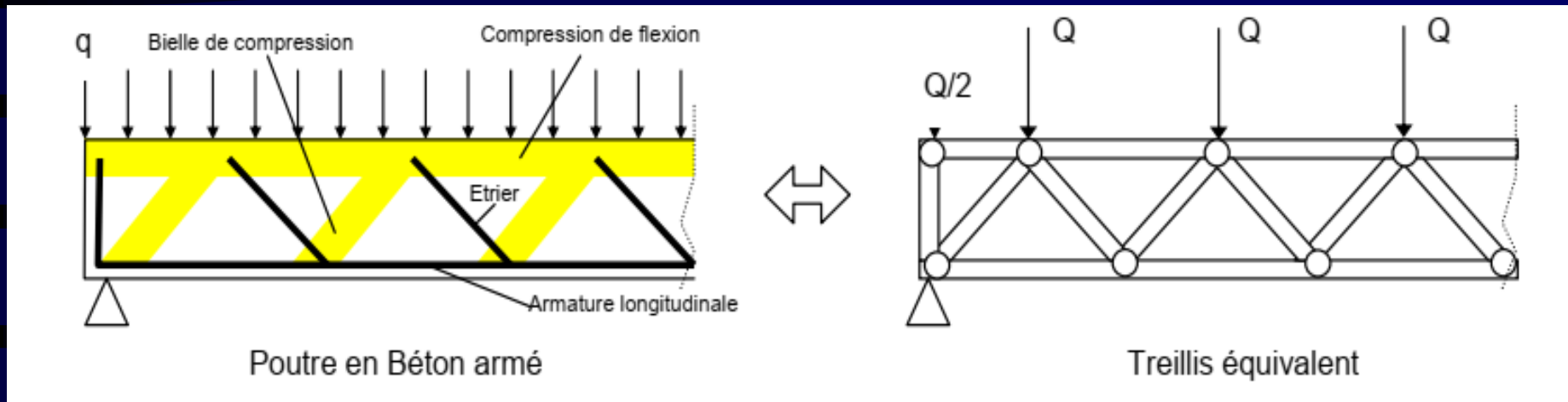
En plus des contraintes tangentes τ , produit par l'effort tranchant provoque sur des plans inclinés à 45° par rapport à la ligne moyenne des contraintes de **traction** σ_t et de **compression** σ_c toutes deux d'intensité égale à τ (figure ci-dessous). On peut distinguer deux types de fissures :

- ✓ Un risque de fissuration à 45° lorsque la de cisaillement à la traction est élevée (Elément BD); notamment au voisinage des appuis => nécessité de "coudre" les fissures obliques par des armatures dites "armatures d'âme".
- ✓ Un risque d'écrasement de béton suivant les champs des contraintes principales de compression du béton (les bielles de compression), découpées par les fissures (Élément AC). Les charges sont transmises aux appuis par l'intermédiaire de bielles de béton. La mise en place de cadre évite l'ouverture des fissures. De même , les aciers longitudinaux évitent également la propagation de ces fissures.

**Visualisation des effets
produits par l'effort
tranchant dans poutre fléchie
en béton armé**



L'ensemble travaille comme une poutre treillis appelée treillis de Ritter-Mörsh:

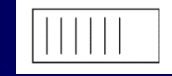


La membrure supérieure de la poutre fictive correspond à la zone de compression dans le béton tandis que la membrure inférieure correspond à l'armature tendue. Les diagonales comprimées du treillis correspondent aux "bielles" de compression dans l'âme de la poutre en béton et les diagonales tendues correspondent aux armatures d'effort tranchant.

NB : on appelle bielle de béton, une bande de béton comprise entre deux fissures. Les bielles de béton sont généralement inclinées à 45° par rapport à la ligne moyenne de la poutre.

IV. Justification de contrainte tangente limite ultime : Pour les armatures transversales (cadres, étriers et épingles), la contrainte tangentielle conventionnelle de cisaillement à ELU (τ_u) doit satisfaire les conditions suivantes :

IV.1 Cas des armatures transversales droites ($\alpha = \text{TRF}$):



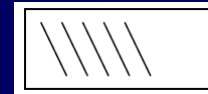
a) Pour une fissuration peu préjudiciable:

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ 0.20 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} ; 5 \text{ MPa} \right\}$$

b) Pour une fissuration préjudiciable ou très préjudiciable:

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ 0.15 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} ; 4 \text{ MPa} \right\}$$

IV.2 Cas des armatures transversales inclinées à 45° ($\alpha = \pi/4$):



$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ 0.27 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} ; 7 \text{ MPa} \right\}$$

IV.3 Pièces dont toutes les sections droites sont comprimées (poteau):

$$\bar{\tau}_u = \text{Min} \left\{ 0.06 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} ; 1.5 \text{ MPa} \right\}$$

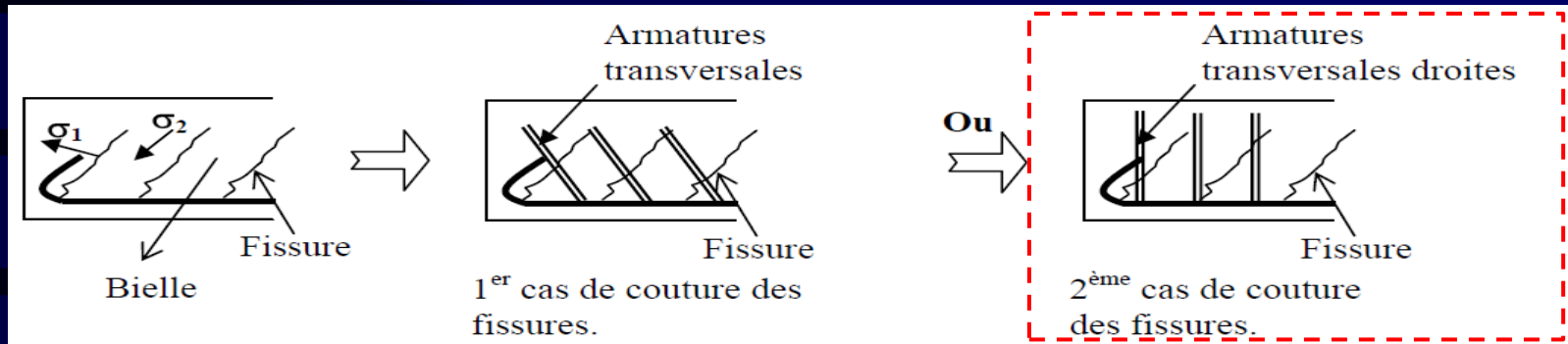
Pour les armatures inclinées avec un angle $\alpha \in [45; 90]$, on procède par interpolation sur les valeurs précédentes. On doit vérifier dans tous les cas: $\tau_u \leq \bar{\tau}$

Si cette condition n'est pas vérifiée, il convient d'augmenter les dimensions de la poutre et notamment sa largeur (b_0).

V. Dimension des armatures transversales: Les contraintes normales dans le béton aux appuis (isostatique) sont nulles .donc cisaillement pur.



Le béton par sa faible résistance à la traction ne peut équilibrer les contraintes de traction engendrées par l'effort tranchant. Il est donc nécessaire de renforcer cette insuffisance par des armatures qui vont couder ces fissures leurs disposition logique sera :



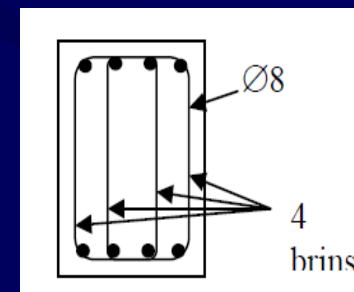
Parce que leur efficacité reste la même et pour faciliter l'exécution; les armatures seront disposées de la manière suivant le 2ème cas.

On notera le ferrailage comme suit : $A_t = n. \varnothing$

Avec : A_t : La quantité d'acier d'armature transversale;

n : le nombre de brin.

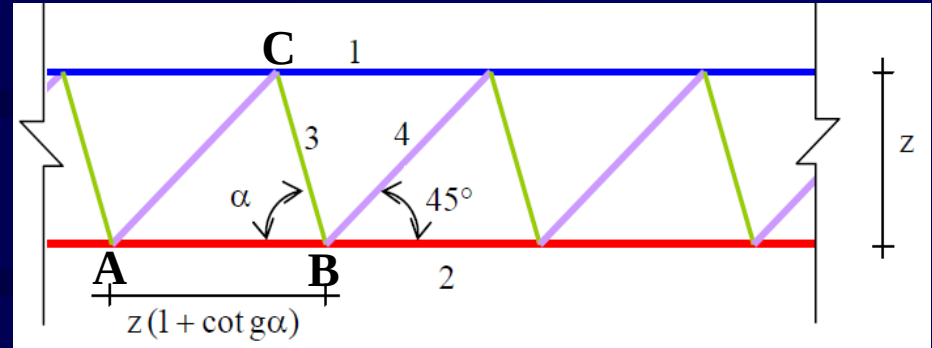
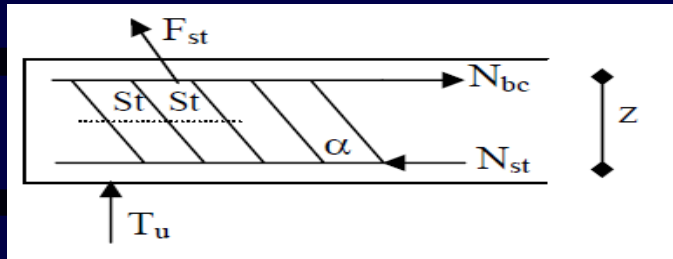
$\varnothing$ = le diamètre du brin en général $\varnothing 6$ ou $\varnothing 8$.



Nous avons :
 $A_t = 4\varnothing 8$

V. 1 Espacement des armatures transversales : Après fissuration résultant de l'action de l'effort tranchant, la poutre est assimilée à un treillis de Ritter-Mörsh, constitué par :

- Une membrure comprimée (1) ; Une membrure tendue (2); Des diagonales tendues (3) Des diagonales comprimées (4) dues aux bielles de béton de 45°.



$$T_u = F_{st} \cdot \sin \alpha$$

Avec: F_{st} : l'effort de traction dans l'acier transversale.

Si on superpose plusieurs treillis de telle manière que:
$$n = \frac{z(1 + \cot g \alpha)}{S_t}$$

n: nombre de triangulations élémentaires contenues dans la triangulation ABC

Le rapport de la section A_t sur l'espacement S_t des armatures transversales doit vérifier l'inégalité suivante :

$$\frac{A_t}{b \cdot S_t} \geq \frac{\tau_u - 0,3 \cdot f'_{tj} \cdot k}{0,9 \frac{f_e}{\gamma_s} (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

- Si on utilise des cadres droits ($\alpha = 90^\circ$) $\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$

f_e ; f_{cj} ; τ_u en MPa

Avec: $f'_{tj} = \min(f_{tj}; 3,3 \text{ MPa})$. b ; S_t en m

Le coefficient empirique K à pour valeur :

k = 1 : dans le cas général (flexion simple).

k = 0 : si la fissuration est très préjudiciable ou s'il y'a reprise de bétonnage.

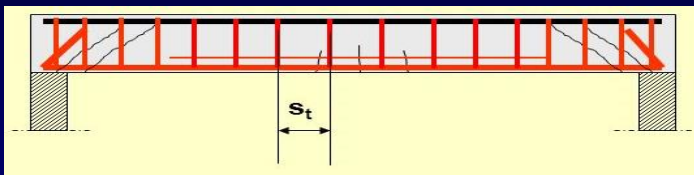
A partir de l'équation précédente on trouve l'espacement S_t :

$$S_t \leq \frac{0,9.A_t.f_e(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\gamma_s.b_0(\tau_u - 0,3.f'_{tj}.k)}$$

Où:

- ✓ b_0 : est la largeur de l'âme ;
- ✓ f_e : es la limite d'élasticité garantie des armatures transversale;
- ✓ γ_s :le coefficient de sécurité partiel sur les armatures (en général $\gamma_s = 1,15$);
- ✓ α : est l'angle d'inclinaison des armatures transversales ($\alpha = 90^\circ$ si elles sont droites).
- ✓ f'_{tj} : est la résistance caractéristique du béton à la traction à j jours.

Elle donne pour le cas courant d'armatures verticales ($\alpha = 90^\circ$):



$$S_t \leq \frac{0,9.A_t.f_e}{\gamma_s.b_0(\tau_u - 0,3.f'_{tj}.k)}$$

V. 2 Conditions complémentaires:

a. Choisir le diamètre de l'armature transversale :

On se fixe la valeur de la section d'armature transversale A_t , ce qui revient dans les faits à choisir le diamètre des armatures transversales :

$$\text{avec : } \phi_t \approx \frac{\phi_l}{3} \leq \min \left\{ h/35 ; \frac{b_0}{10} ; \phi_{lmin} \right\},$$

ϕ_t : diamètre des armatures transversales ; ϕ_{lmin} : diamètre minimal des armatures longitudinales ; h : hauteur la poutre; b : largeur de la poutre. Avec : $\phi_t \leq 12 \text{ mm}$

b. Espacement maximum des cours d'armatures : L'espacement S_t des cours successifs d'armatures transversales d'âme est au plus égal à la plus basse des deux

valeurs : $S_{tmax} \leq \text{Min}\{0.9d; 40\text{cm}; A_t f_e / (0.4b_0)\}.$ avec $S_{tmin} \geq 7 \text{ cm}.$

Avec la valeur 0,4 en MPA

A_t : section d'un cours d'armatures transversale en m^2 :

$$A_t = n \times \frac{\pi \times \phi^2}{4}$$

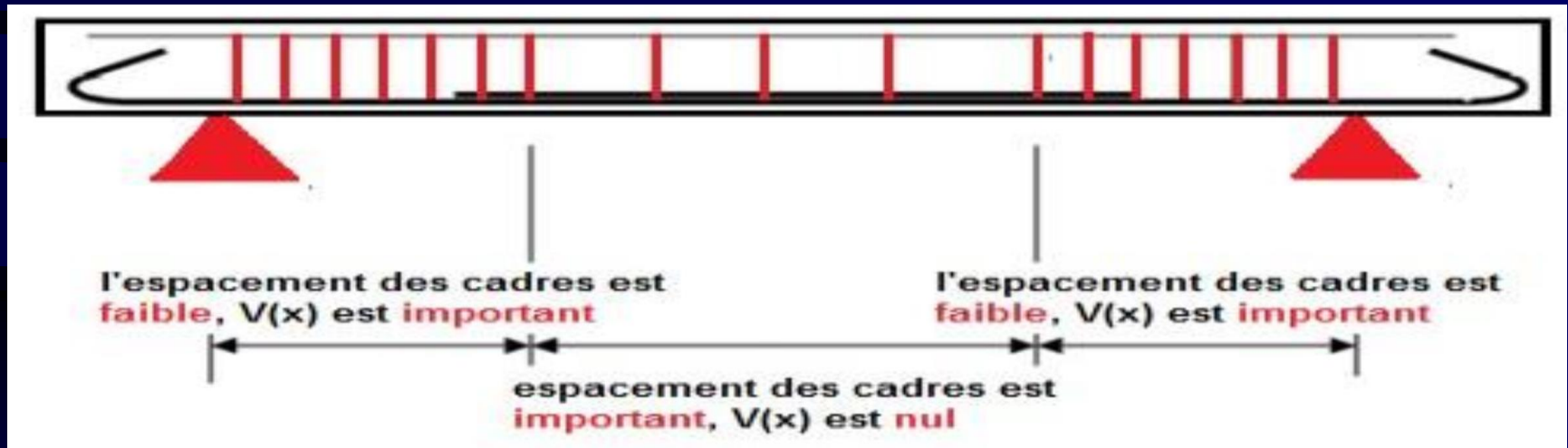
n : nombre de brins verticaux

Exemple : pour un cadre et épingle HA6 : 3 brins HA6 = 0,848 cm^2

V.3.Répartition des armatures transversales :

La répartition des armatures transversales dépend principalement sur le diagramme des efforts tranchant pour l'élément étudié. On présente à titre d'exemple une poutre appuyée (Figure ci-dessous), où on peut distinguer trois phases de la variation de l'effort tranchant :

- ✓ L'effort tranchant est **important** → espacement des cadres est **faible** ;
- ✓ L'effort tranchant est **nul** → espacement des cadres est **important** ;
- ✓ L'effort tranchant est **important** → espacement des cadres est **faible** .



Exemple de la détermination des espacements selon la méthode de Caquot

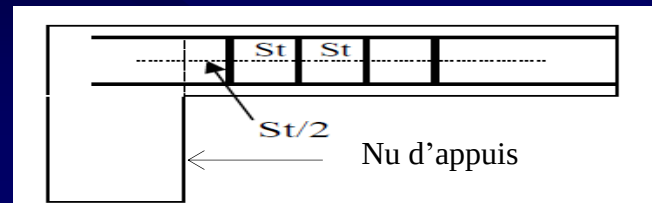
Méthode de caquot:

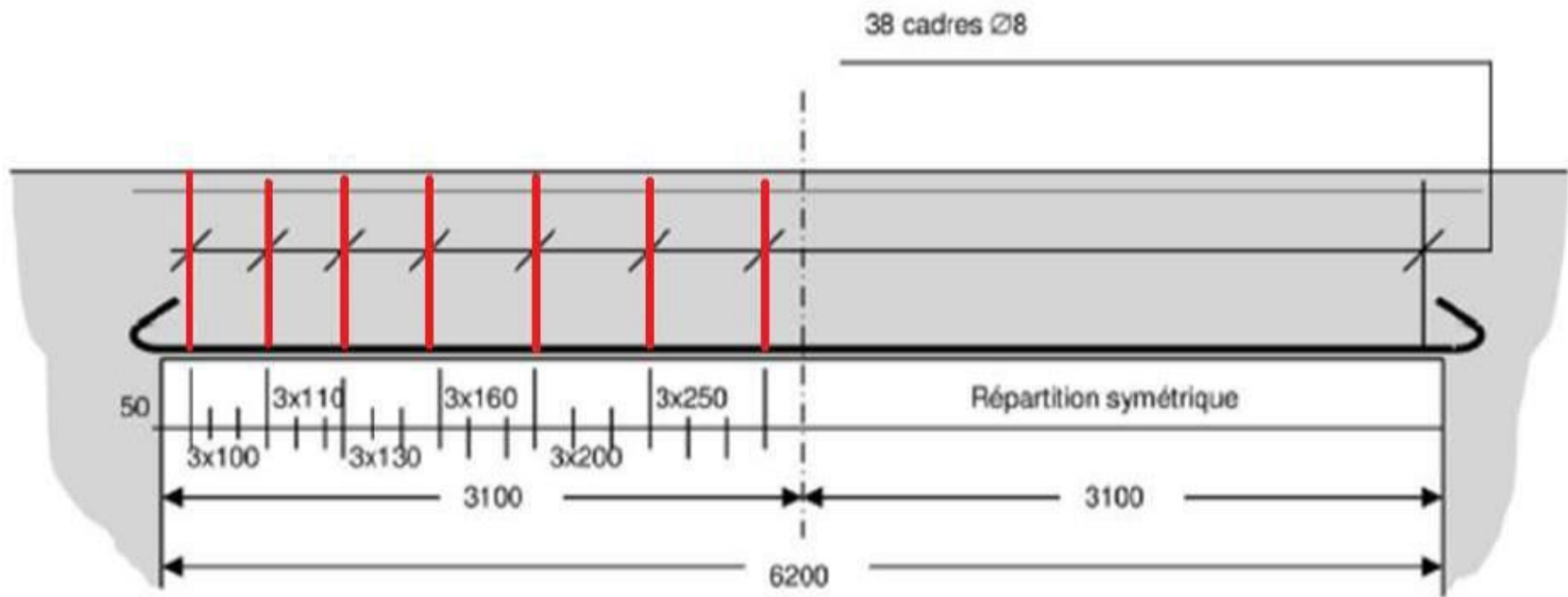
Les conditions d'application de cette méthode forfaitaire, pour la détermination pratique des espacements, sont comme le suivant :

- ✓ Charges uniformément réparties ;
- ✓ Section constante de poutre (de section transversale constante) ;
- ✓ Cas de flexion simple et $k=1$.

Démarches à suivre :

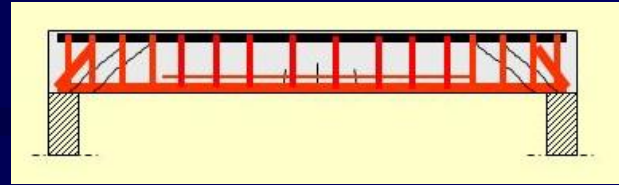
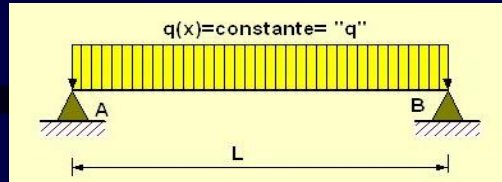
- ✓ Calcul l'espacement (l'écartement) « S_t » des armatures transversales à l'appui (S_{t0}): A_t étant fixe, on utilise la formule
$$S_{t0} \leq \frac{0,9 \cdot A_t \cdot f_e}{\gamma_s \cdot b_0 (\tau_u - 0,3 \cdot f'_{tj} \cdot k)}$$
 et S_{t0} est arrondi au nombre entier immédiatement inférieur.
- ✓ Positionner le premier cadre à « $\frac{S_{t0}}{2}$ » du nu de l'appui ;
- ✓ On prendra l'espacement immédiatement inférieur à S_{t0} dans la série de Caquot suivantes : 7 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11 ; 13 ; 16 ; 20 ; 25 ; 35 ; 40 (cm) (non obligatoire, conseillé)
- ✓ Chaque valeur d'espacement est répétée "n" fois (avec « n nombre entier » nombre de mètres dans le demi portée par ($n=L/2$.) de la poutre ou dans la portée totale pour une console.





Exemple de la détermination des espacements selon la méthode de caquot

-Application 1: pour la poutre ci-dessous on a calculé l'espacement entre les armatures transversaux on a trouvé que : $St = 18.2 \text{ cm}$. Avec $L=5\text{m}$



-Solution : Donc selon la méthode de Caquot on prend St en nombre entier $St = 18 \text{ cm}$ → Pour la série on prend : $18/2$; 2×16 ; 2×20 ; 2×25 ; ; jusqu'au demi porté. $n=L/2=5/2=2.5$

Application 2: une poutre rectangulaire (20×60) cm et un hauteur utile $d=55 \text{ cm}$. soumis à une charge répartie $q=154 \text{ KN/m}$. Avec une Portée $L= 5\text{m}$ simplement appuyée en A et B. ($f_{c28} = 25\text{MPa}$; $FeE215$. fissuration peu préjudiciable , $\alpha = \pi/2$, sans reprise de béton

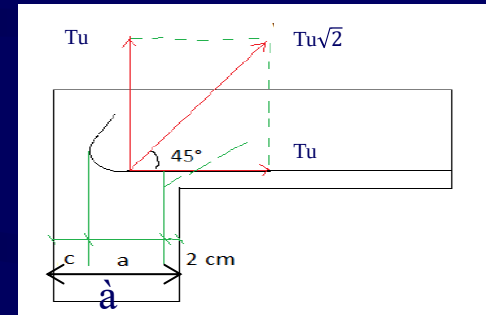
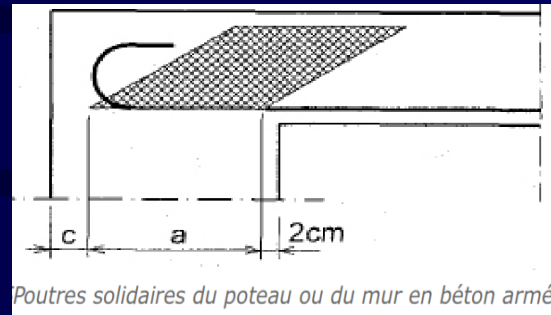
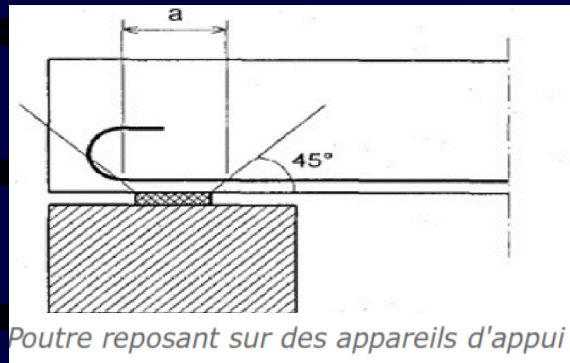
- Calculer l'effort tranchant maximum (section d'appuis) et la contrainte de τ_u et τ^- ?

Calculer l'espacement entre les armatures transversaux St ?

Question : Lorsque les valeurs du premier espacement $St/2$ et le nombre d'écartement identique $n=l/2$ sont des nombres à virgules , est ce qu'on doit majorer ou quoi?

Réponse : le bon sens veut que pour la sécurité les espacements doivent être minorés et les répétitions majorées .

VI. Justifications aux appuis: appui simple d'about (de rive): On admet que les charges sont transmises par l'intermédiaire d'une bielle unique dite bielle d'about d'un Profondeur minimale.



VI.1. Vérification de la profondeur minimale d'appui: la bielle d'about a une largeur qui vérifie $a \leq \min(0.9d ; \lambda - 2 - c)$

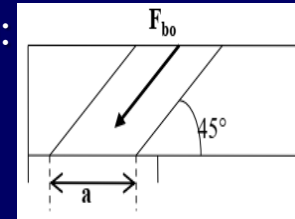
Application 3: vérifier les appuis d'une poutre soumis à un effort tranchant maximal (sur appuis) : $=95\text{KN}$, $A_s(\text{longitudinal}) = 2\text{HA}16+2\text{HA}14$, $b = 16\text{cm}$

Caractéristique des matériaux: $f_{c28}=25\text{MPa}$; $F_e E500$

VI.2 Vérification de la bielle de béton : On limite la contrainte de bielle à $\frac{0.8f_{cj}}{\gamma_b}$.

L'effort de compression dans la bielle $F_{bo} = T_u \sqrt{2}$ vaut (théorème de Pythagore):

La contrainte de compression est égale à : $\sigma_{bc} = \frac{T_u \sqrt{2}}{\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot b} \Rightarrow \sigma_{bc} = \frac{2T_u}{ab} \leq f_{bu}$



$F_{bo} = \sqrt{2(T_u)^2} = \sqrt{2}T_u$; l'aire de la section droite de cette bielle est : $=b \times a \times \cos 45^\circ$ donc:

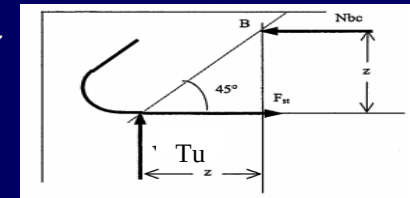
$$\sigma_{bc} \leq f_{bu} \Rightarrow \sigma_{bc} = \frac{2T_u}{ab} \leq \frac{0.8f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow T_u \leq 0.267ba f_{c28} \Rightarrow a \geq \frac{3.75T_u}{bf_{c28}}$$

Cette inégalité peut permettre de dimensionner la largeur d'appui à mettre en place.

VI.3. Sections minimales d'armatures longitudinales inférieures sur l'appui d'about :

D'après l'équilibre de la bielle comprimée ($\sum M/B=0$): $\rightarrow F_{st} \times z = T_u \times z$

$F_{st} = A_s \times \sigma_s = A_s \times f_e / \gamma_s \rightarrow A_s \geq \frac{\gamma_s}{f_e} T_u$: limite élastique des aciers



longitudinales; A_s : la section nécessaire pour équilibrer l'effort tranchant T_u sur appuis.

Les aciers doivent être ancrés au-delà du nu de l'appui pour assurer l'équilibre de la bielle.

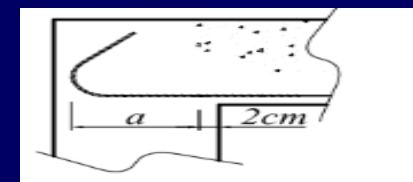
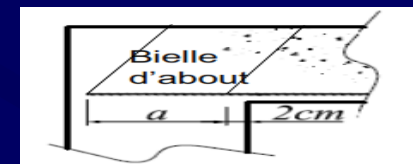
Avec : F_{st} : est l'effort de traction dans les armatures longitudinales

VI.4 Longueur d'ancrage droit : $l_s = \frac{V_u}{n_s \pi \phi \tau_{su}}$ avec: $\tau_{su} = 0.6 \Psi_s^2 f_{t28}$

Pour les barres HA: $\Psi_s = 1.5$ et n_s : nombre des barres ancrées

Si $l_s \leq a \Rightarrow$ ancrage droit:

Si $l_s > a \Rightarrow$ ancrage courbe:



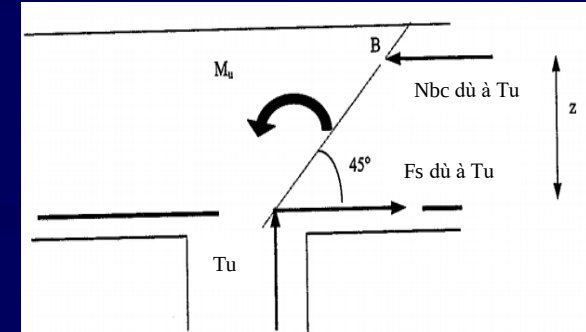
VII. Justifications aux appuis (appui intermédiaire): en plus de l'effort tranchant,

le moment de continuité est pris en compte

$$T_u = \max\{T_{Ug}; T_{Ud}\} \text{ et } R_u = |T_{Ug}| + |T_{Ud}|$$

g: qui désigne à gauche de l'appui et d: à droite de l'appui

R_u : réaction d'appui connue



VII.1. Profondeur minimal d'appui:

$$a \geq \frac{3.75 T_u}{b f_{c28}}$$

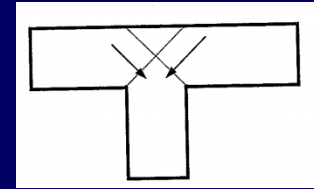
VII.2. Contrainte moyenne de compression sur l'appui (poinçonnement): On vérifie si

le béton résiste à la réaction d'appui:

$$\frac{R_u}{b a} \leq \frac{1.3 f_{c28}}{\gamma_b}$$



$$a \geq \frac{\gamma_b R_u}{1.3 b f_{c28}}$$



VII.3. Vérification des aciers longitudinaux en partie basse de l'appui: CBA A51.3.1

L'effort de traction dans ces aciers équilibre l'effort tranchant T_u , diminué de l'effet

du moment qui vient les comprimer. Donc $F_{st} = |T_u| - \frac{M_u}{z}$ avec $z = 0.9d$

$$F_{st} = |T_u| - \frac{M_u}{0.9d} \text{ donc : } \begin{cases} \text{si } |M_u| \geq 0.9d \times T_u : \text{ les efforts } T_u \text{ sont négligeables} \\ \text{si } |M_u| < 0.9d \times T_u : A_s \geq \frac{\gamma_s \cdot (|T_u| - \frac{|M_u|}{0.9d})}{f_e} \end{cases}$$

VIII. Effort tranchant réduit au voisinage d'un appui :

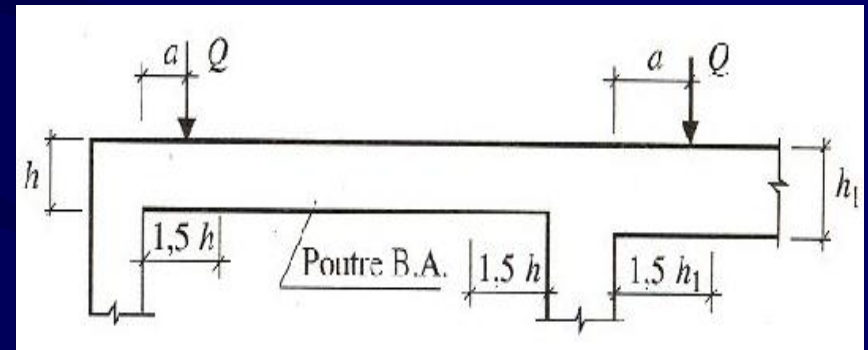
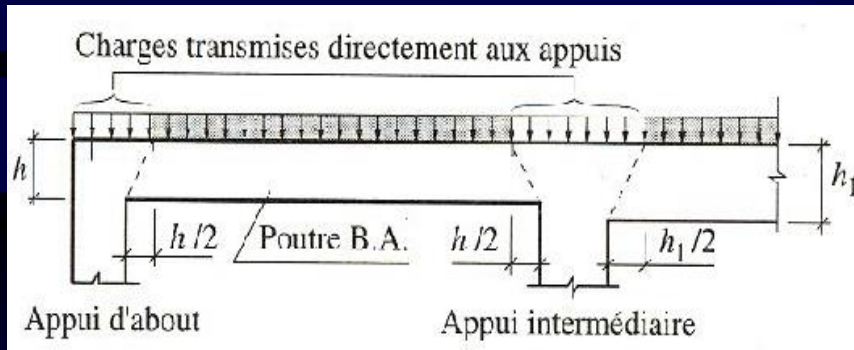
Cas de charges situées entre le nue de l'appui et $h/2$: dans ce cas les charges ne sont pas prises en compte.

Cas de charges Q situées entre $h/2$ et $3h/2$: l'effort tranchant développée par une charge concentrée Q_i peut être réduit dans le rapport $2a/3h$:

$$T_{u \text{ réd}} = T_{ui} \cdot \frac{2a}{3h}$$

a : distance à partir du nu et le point d'application de la charge Q

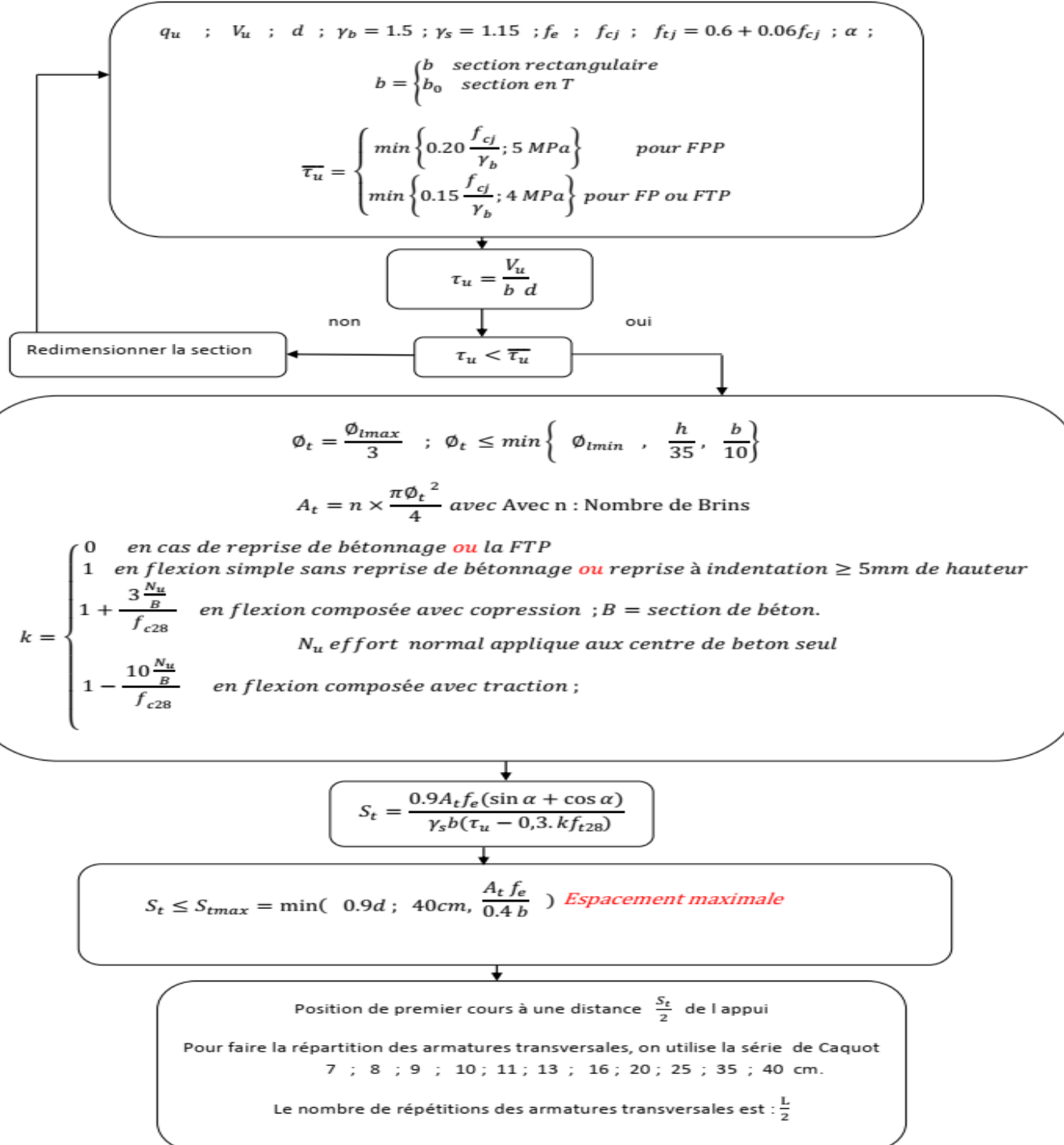
h: hauteur de la poutre



IX. Cas des dalles: Aucune armature d'effort tranchant n'est requise si:

$\tau_u \leq \bar{\tau}_u$ avec $\bar{\tau}_u = 0.07 f_{c28} / \gamma_b$ la pièce est bétonnée sans reprise sur toute son épaisseur.

Remarque: τ_u est faible dans le cas général.



Organigramme justification aux appuis

