الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة عبد الحفيظ بوالصوف ـ ميلة

ملحقة المدرسة العليا للأساتذة ـ ميلة

مسار أستاذ التعليم الإبتدائي

رياضيات قاعدية 1

الدرس 5 : أنشطة حسابية في Q، الإنشاء المسلماتي ل R

الأستاذة : **دعاس خديجة**

1 الكتابات العشرية والكتابات الكسرية لعدد ناطق :

1.1 الكتابة الدورية لعدد ناطق :

يتميّز كلُّ عددٍ ناطقٍ بكتابةٍ عشريةٍ تضمّن دورًا.

أمثلة:

$$\frac{1}{2} = 0{,}500000\ldots \qquad \frac{17}{11} = 1{,}545454\ldots \qquad \frac{23}{7} = 3{,}28571285712857\ldots$$

1.2 الانتقال من الكتابة العشرية لعدد ناطق إلى الكتابة الكسرية له:

للانتقال من الكتابة العشرية للعدد الناطق a إلى الكتابة الكسرية له نتّبع الخطوات التالية:

1. نحسب عدد أرقام الدور الموجودة في الجزء العشري، وليكن مثلاً n.
2. نضرب العدد a في 10^n.
3. نكتب كلتا التعبيرتين بطرقتين مختلفتين ثم نطرح للتخلص من الجزء العشري (نستعمل العبارة $10^n a - a$).
4. باستعمال الكتابتين المختلفتين لـ $10^n a - a$ نشكل معادلة ذات مجهول a.

مثال:

لنكتب العدد $a = 12{,}373737\ldots$ على الشكل الكسري.

نلاحظ أن عدد أرقام دور الجزء العشري للعدد الناطق a هو 2. إذن نضرب في $10^2 = 100$ فنحصل على:

$$100 \times a = 1237{,}373737\ldots$$

وبطرح a من الطرفين:

$$100a - a = 1237{,}373737\ldots - 12{,}373737\ldots = 1225.$$

ومن هنا:

$$99a = 1225 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1225}{99}.$$

2 الجذور التربيعية لعدد ناطق :

2.1 تعريف :

a عدد حقيقي موجب. نسمي الجذر التربيعي للعدد الحقيقي a العدد الحقيقي الموجب الذي مربعه يساوي a ونرمز له بالرمز $\sqrt{a}$.

2.2 خصائص :

إذا كان a و b عددين حقيقيين موجبين و b غير معدوم فإن:

$\sqrt{a} \geq 0$ ، $(\sqrt{a})^2 = a$ ، $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ، $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ، $\sqrt{a^2} = a$ **أمثلة :**

$$\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \quad \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{\sqrt{7}}{2} \quad (\sqrt{2})^2 = 2 \quad \sqrt{3^2} = 3$$

مثال :

أوجد الأعداد a , b , c التي تحقق ما يلي:

1. $\sqrt{77} + \sqrt{11} + \sqrt{25} = c$
2. $\sqrt{b} + \sqrt{36} = 7$
3. $\sqrt{7} + \sqrt{a} = 3$

3 الإنشاء المسلماتي ل R :

3.1 : مسلمات الجمع

لتكن R مجموعة الأعداد الحقيقية، ونعرف عملية للجمع $+$ على R بحيث:

- (الانغلاق) إذا كان $x, y \in R$ فإن $x + y \in R$.
- (التبديلية) $x + y = y + x$.
- (الجمعية) $(x + y) + z = x + (y + z)$.
- (العنصر المحايد) يوجد عدد 0 في R بحيث: $x + 0 = x$.
- (العكوس) لكل $x \in R$ يوجد $-x$ بحيث: $x + (-x) = 0$.

3.2 مسلمات الضرب :

نعرف عملية ضرب $\cdot$ على R بحيث:

- (الانغلاق) إذا كان $x, y \in R$ فإن $x \cdot y \in R$.

- (التبديلية) $x \cdot y = y \cdot x$.
- (الجمعية) $(x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$.
- (العنصر المحايد) يوجد عدد $1 \neq 0$ بحيث: $x \cdot 1 = x$.
- (العكوس الضربي) لكل $x \neq 0$ يوجد $\frac{1}{x}$ بحيث: $x \cdot \frac{1}{x} = 1$.

3.3 مسلمات الانسجام بين الجمع والضرب :

- (التوزيع) $x \cdot (y + z) = xy + xz$.

مع هاته المسلمات الثلاثة نسمي R **حقـلا**.

3.4 مسلمات الترتيب :

يوجد ترتيب $\leq$ على R بحيث:

- (الانسجام مع الجمع) إذا كان $x \leq y$ فإن $x + z \leq y + z$ لكل $z \in R$.
- (الانسجام مع الضرب) إذا كان $0 \leq x$ و $0 \leq y$ فإن $0 \leq xy$.
- (القابلية للمقارنة) لكل $x, y \in R$، إما $x \leq y$ أو $y \leq x$.

مع اضافة مسلمةالترتيب تصبح R تسمى **حقـلا مرتبا .**

3.5 مسلمة الإكتمال

كل مجموعة غير فارغة من الأعداد الحقيقية وكانت محدودة من الأعلى، فهي تمتلك أصغر حدٍّ أعلى في R.
مثال : إذا اعتبرنا المجموعة:

$$A = \{x \in R \ : \ x < 3\},$$

فإن العدد 3 هو حدٌّ أعلى لها، وهو كذلك أصغر حدٍّ أعلى.