وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير جامعة ميلة

القسم: علوم التسيير السنة: ثالثة إدارة أعمال المـــدة: 02 ساعة

امتحان مادة: تحليل البيانات

التمرين الأول: إليك الجدول التالي لنقاط عشرة (10) طلبة سنة ثالثة في ثلاث مواد أساسية:

	MATH	DT ANALYSE	STATE
عادل	15	12	17
أمين	13	12	18
حسام	7	13	18
خديجة	9	7	16
سارة	12	8	13
يونس	5	10	17
عمر	4	11	19
عائشة	7	9	15
محمد	10	12	10
معاذ	8	6	7

المطلوب: قم بتحليل بيانات الجدول بالمركبات الرئيسية وذلك بالإجابة على الأسئلة التالية:

2 - أحسب مصفوفة التباين والتباين المشترك (A)

2 - أوجد الدالة الخطية للقيم الذاتية علما أن القيم الذاتية معطاة: h1=15.553 ; h2=11.343 ; h3=3.102

3 - حدد المركبات الرئيسية التي يتم الاحتفاظ بها والتي يتم التخلي عنها باستخدام معيار كايزر (Kaiser)

2 - أحسب المركبات الأساسية للأفراد على المحاور إذا علمت أن الأشعة الذاتية معطاة بالقيم التالية:

X1=(-0.18 0.36 0.91) ; X2=(-0.97 -0.24 -0.10) ; X3=(0.19 -0.90 0.39)

3 - أوجد نسبة مساهمة الأفراد في تشكيل المحاور مع التفسير.

1 - ماهي المفردات التي تمثل المحاور أفضل تمثيل.

1 - أوجد احداثيات المتغيرات على المحاور.

التمرين الثاني: إليك معطيات مؤسسة تمثل التقاطع بين فئات الموظفين ومؤهلاتهم:

	المهندسين	الاداريين	المجموع
الدائمين	15	10	25
المتعاقدين	25	20	45
المجموع	40	30	70

المطلوب: قم بتحليل البيانات عن طريق التحليل العاملي للتوفيقات من خلال:

3 - حساب مصفوفة الاحتمالات ومصفوفة القيم المتوقعة، وكذا مصفوفة التباعد.

2 - أوجد مصفوفة التباين والتباين المشترك، والقيم الذاتية والمتجهات الذاتية.

4 - قم بتحليل العلاقة بين المتغيرين إذا علمت أن كاي تربيع الجدولية تساوي $x^2=3.841$.

أستاذ المقياس

أ. طيوان حمزة

2,1316

التمرين الأول:

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum x_i \qquad X = \begin{pmatrix} x_1-\bar{x} & y_1-\bar{y} & z_1-\bar{z} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix}$$

* المصفوفة المركزة (X):

$$X = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & 2 \\ -5 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -5 \\ -1 & -4 & -6 \end{pmatrix} \begin{matrix} -3 \\ -4 \\ -5 \\ -2 \\ 1 \\ -1 \end{matrix}$$

* مصفوفة التباين، التباين المشترك:

$$A = \frac{1}{n} X^t \cdot X$$

$$A = \frac{1}{10}\begin{pmatrix} 112 & 11 & -13 \\ 11 & 52 & 43 \\ 13 & 43 & 136 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} Var(x) & - & - \\ Cov(xy) & Var(y) & - \\ Cov(x,z) & Cov(y,x) & Var(z) \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 11,2 & 1,1 & -1,3 \\ 1,1 & 5,2 & 4,3 \\ 1,3 & 4,3 & 13,6 \end{pmatrix} \leftarrow (2)$$

* إيجاد المعادلة المميزة للقيم الذاتية:

$$\det(A-\lambda I) = 0$$

$$D = \det(A-\lambda I) = \begin{pmatrix} 11,2 & 1,1 & -1,3 \\ 1,1 & 5,2 & 4,3 \\ 1,3 & 4,3 & 13,6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11,2-\lambda & 1,1 & -1,3 \\ 1,1 & 5,2-\lambda & 4,3 \\ 1,3 & 4,3 & 13,6-\lambda \end{pmatrix}$$

$$= (11,2-\lambda)\begin{vmatrix} 5,2-\lambda & 4,3 \\ 4,3 & 13,6-\lambda \end{vmatrix} - (1,1)\begin{vmatrix} 1,1 & 4,3 \\ 1,3 & 13,6-\lambda \end{vmatrix} + (-1,3)\begin{vmatrix} 1,1 & 5,2-\lambda \\ 1,3 & 4,3 \end{vmatrix}$$

$$\boxed{\det(A-\lambda I) = -\lambda^3 + 30\lambda^2 - 259,89\lambda + 547,43} \quad (2)$$

* تحديد المركبات الأساسية:

معيار كايزر Kaiser: تعد المركبة الرئيسية كافية، موفقة لتقديم تمثيل وفيق لسحابة النقاط في المخطط العاملي إذا كانت القيمة الذاتية الموافقة أكبر من معدل القيم الذاتية

القيمة الذاتية	النسبة المئوية	النسبة المتراكمة
$cp_1 = d_1 = 15,55$	51,83	51,83
$cp_2 = d_2 = 11,34$	37,8	89,63
$cp_3 = d_3 = 3,10$	10,33	100

$$K = \frac{\sum d_i}{4} \Rightarrow K = \frac{15,55 + 11,34 + 3,10}{3} = 10$$

$d_1 = 15,55 > 10$ ↓ نحتفظ بها.

$d_2 = 11,34 > 10$ ↓ نحتفظ بها

$d_3 = 3,10 < 10$ ↓ نتخلى عنها

* حساب المركبات الرئيسية للأفراد المحاور f:

$$f = X \cdot \overline{X}$$

لدينا مصفوفة الأشعة (المتجهات) الذاتية $\overline{X}$:

$$\overline{X} = \begin{pmatrix} -0,18 & -0,97 & 0,19 \\ 0,36 & -0,24 & -0,90 \\ 0,91 & -0,10 & 0,39 \end{pmatrix}$$

$$f = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & -2 \\ -4 & 0 & 2 \\ -5 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & -5 \\ -1 & -4 & -8 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -0,18 & -0,97 & 0,19 \\ 0,36 & -0,24 & -0,90 \\ 0,91 & -0,10 & 0,39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,46 & -6,5 & 0,12 \\ 2,73 & -4,66 & 0,13 \\ 4,17 & 0,92 & -1,91 \\ -0,17 & 0,62 & 3,09 \\ -3,08 & -2,23 & 1,59 \\ 2,54 & 3,68 & 0,02 \\ 4,9 & 4,21 & -0,29 \\ 0 & 2,18 & 0,52 \\ -4,01 & -0,95 & -3,56 \\ -8,54 & 2,73 & 0,29 \end{pmatrix}$$

* نسبة مساهمة الأفراد في تشكيل المحاور

* نسبة مساهمة الأفراد في تشكيل المحاور :

$$C_{ik} = \frac{F_k^2(i)}{n \cdot \lambda_k}$$

$$C_1^1 = \frac{F^2(1)}{6\lambda_1} = \frac{(1,46)^2}{10 \times (15,55)} = 0,02 \Rightarrow C =$$

$$C_1^2 = \frac{(-6,8)^2}{10 \times (11,34)} =$$

$$C_1^3 = \frac{(0,12)^2}{10 \times (3,10)} =$$

(1) (1) (1)

	f_1	f_2	f_3
عادل	1,37	37,12	0,04
امين	1,79	19,14	0,05
حسام	11,18	0,74	11,76
خديجة	0,01	0,33	30,80
سارة	6,15	4,38	8,15
يونس	4,14	11,94	0,01
عمر	15,44	15,62	0,27
عائشة	0	4,19	0,87
محمد	10,34	0,79	40,88
معاذ	46,8	6,57	0,27

f_1 : معاذ، محمد، عمر، حسام يمثلون المحور الأول أحسن تمثيل

f_2 : عادل، امين، عمر، يونس يمثلون المحور الثاني أحسن تمثيل

f_3 : محمد، خديجة، حسام يمثلون المحور الثالث أحسن تمثيل

* المفردات التي تمثل المحاور أفضل تمثيل :

$$\cos^2\theta = \frac{f_\alpha^2(i)}{\sum f_\alpha^2(i)}$$

$$\cos_1^2\theta = \frac{(1,46)^2}{(1,46)^2 + (-6,5)^2 + (0,12)^2} = 0,05 \Rightarrow \cos_\alpha^2\theta = \begin{pmatrix} 0,05 & 0,95 & 0 \\ 0,26 & 0,74 & 0 \\ 0,79 & 0,04 & 0,17 \\ 0 & 0,04 & 0,96 \\ 0,56 & 0,29 & 0,15 \\ 0,32 & 0,68 & 0 \\ 0,57 & 0,42 & 0,01 \\ 0 & 0,95 & 0,05 \\ 0,54 & 0,03 & 0,43 \\ 0,91 & 0,09 & 0 \end{pmatrix}$$ (1)

* احداثيات المتغيرات على المحاور :

$$G_\alpha = \sqrt{\lambda_\alpha} \times$$ (1)

$$G_1 = \sqrt{15,55} \begin{pmatrix} -0,18 \\ 0,36 \\ 0,91 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,70 \\ 1,41 \\ 3,58 \end{pmatrix}$$

$$G_2 = \sqrt{11,34} \begin{pmatrix} -0,97 \\ -0,24 \\ -0,10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3,25 \\ -0,80 \\ -0,33 \end{pmatrix}$$

$$G_3 = \sqrt{3,10} \begin{pmatrix} 0,19 \\ -0,90 \\ 0,39 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,33 \\ -1,58 \\ 0,68 \end{pmatrix}$$

	f_1	f_2	f_3
MATH	-0,70	-3,25	0,33
DT. ANALYSE	1,41	-0,80	-1,58
STATE	3,58	-0,33	0,68

التمرين الثاني:

① - الجدول الخروج الشرطي: $f_{ij} = \frac{n_{ij}}{n}$

	مهندس	إداري	ع
دائم	$0,21$	$0,14$	$0,35$
متعاقد	$0,35$	$0,3$	$0,65$
ع	$0,52$	$0,48$	1

* مصفوفة الاحتمالات:

$$f = \begin{pmatrix} 0,21 & 0,14 \\ 0,35 & 0,3 \end{pmatrix}$$ (1)

* مصفوفة القيم المتوقعة: $E_{ij} = P_i \times P_j$

$$E = \begin{pmatrix} 0,35 \times 0,52 & 0,35 \times 0,48 \\ 0,65 \times 0,52 & 0,65 \times 0,48 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,18 & 0,16 \\ 0,33 & 0,31 \end{pmatrix}$$ (1)

* مصفوفة التباعد: $D_{ij} = f_{ij} - E_{ij}$ (1)

$$D = \begin{pmatrix} 0,21-0,18 & 0,14-0,16 \\ 0,35-0,33 & 0,3-0,31 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,03 & -0,02 \\ 0,02 & -0,01 \end{pmatrix}$$

② - مصفوفة التباين التباين المشترك: $\mathcal{E} = D^t \cdot D$

$$\mathcal{E} = \begin{pmatrix} 0,03 & 0,02 \\ -0,02 & -0,01 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,03 & -0,02 \\ 0,02 & -0,01 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,001 & -0,0008 \\ -0,0008 & 0,0005 \end{pmatrix}$$ (1)

③ - حساب القيم الذاتية:

$\det(\mathcal{E} - \lambda I) = 0$ ← توجد قيمتين: $\lambda_1 \simeq 0,0006$ أو $\lambda_1 = 0$ (1)

④ - المتجهة الذاتية لـ λ_1:

$$(\mathcal{E} - \lambda_1 I)(\vec{X}) = \vec{0}$$

$$X = \begin{pmatrix} 0,0004 & -0,0008 \\ -0,0008 & -0,0001 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

أو $\vec{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ أو $\vec{X} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

⑤ - حساب إحصائية كاي تربيع: $\chi^2_{ij} = \mathcal{E} \frac{(f_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{(0,21-0,18)^2}{0,18} & \frac{(0,14-0,16)^2}{0,16} \\ \frac{(0,35-0,33)^2}{0,33} & \frac{(0,3-0,31)^2}{0,31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,005 & 0,0025 \\ 0,001 & 0,0003 \end{pmatrix}$$ (1)

$\chi^2 = 0,005 + 0,0025 + 0,001 + 0,0003$

$\chi^2 = 0,0088$

وهي قيمة كاي تربيع المحسوبة أقل من كاي تربيع الجدولية $3,841$، عليه نقبل H_0 الفرضية الصفرية أي المتغيرين مستقلين لا علاقة بينهما.