

3.3. اختبار الفرضيات حول النسبة في المجتمع

إن هذه الاختبارات مرغوبة في العديد من المجالات وتكون إحصاءة الاختبار في هذه الحالة هي:

$$\frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \sim N(0,1)$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاءة هي:

$$Z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$$

وحسب مستوى المعنوية α تجري الاختبار حسب الحالات التالية:

$$H_0: p = p_0$$

$$H_1: p \neq p_0$$

$$H_1: p > p_0 \quad \text{أو}$$

$$H_1: p < p_0 \quad \text{أو}$$

وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:

$$\begin{cases} Z_0 \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] \Rightarrow \text{قبول الفرضية } H_0 \\ Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right] \Rightarrow \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$$

أما إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرف فتكون قاعدة اتخاذ القرار على الشكل التالي:

$$\begin{cases} |\hat{p} - p_0| \leq Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \Rightarrow \text{قبول الفرضية } H_0 \\ |\hat{p} - p_0| > Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}} \Rightarrow \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$$

4.3. اختبار الفرضيات حول الفرق بين نسبي مجتمعين

في هذه الحالة نرغب في اختبار الفرضيات التالية:

$$H_0: p_1 = p_2$$

$$H_1: p_1 \neq p_2$$

$$H_1: p_1 > p_2 \quad \text{أو}$$

$$H_1: p_1 < p_2 \quad \text{أو}$$

نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاء هي:

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) ((1-p)p)}}$$

ويمكن أن نستبدل p بتقديرها غير المتحيز \hat{p} بحيث:

$$\hat{p} = \frac{x + y}{n_1 + n_2}$$

وتصبح قيمة الإحصاء:

$$Z_0 = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right) ((1-\hat{p})\hat{p})}}$$

وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:

$$\begin{cases} Z_0 \in \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \Rightarrow \text{قبول الفرضية } H_0 \\ Z_0 \notin \left[-Z_{1-\frac{\alpha}{2}}, Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right] \Rightarrow \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$$

أما إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرف فتكون قاعدة اتخاذ القرار على الشكل التالي:

$$\left\{ \begin{array}{l} |\hat{p}_1 - \hat{p}_2| \leq Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \Rightarrow H_0 \text{ قبول الفرضية} \\ |\hat{p}_1 - \hat{p}_2| > Z_{1-\alpha} \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} \Rightarrow H_0 \text{ رفض الفرضية} \end{array} \right.$$

5.3. اختبار الفرضيات حول تباين مجتمع

إذا كانت X_1, X_2, \dots, X_n عينة عشوائية للمتغير العشوائي X يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ وتباينه σ^2 معلوم.

لدينا إحصاء الاختبار هي:

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \lambda_{n-1}^2$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الإحصاء هي:

$$\lambda_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$$

وحسب مستوى المعنوية α نجري الاختبار حسب الحالات التالية:

$$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_0^2 \in \left[\lambda_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2, \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \right] \Rightarrow \text{قبول الفرضية } H_0 \\ \lambda_0^2 \notin \left[\lambda_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2, \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \right] \Rightarrow \text{رفض الفرضية } H_0 \end{array} \right.$$

6.3. اختبار الفرضيات حول تساوي تبايني مجتمعين

إذا كانت X_1, X_2, \dots, X_{n_1} عينة عشوائية للمتغير العشوائي X يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ_1 وتباينه σ_1^2 معلوم، وإذا كانت Y_1, Y_2, \dots, Y_{n_2} عينة عشوائية مستقلة عن العينة الأولى للمتغير العشوائي Y يخضع للتوزيع الطبيعي متوسطه μ_2 وتباينه σ_2^2 معلوم. لدينا إحصاء الاختبار هي:

$$F = \frac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \sim F_{n_1-1, n_2-1}$$

وعندما نعتبر صحيحة H_0 تكون قيمة الاحصاء هي:

$$F_0 = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

وحسب مستوى المعنوية α نجري الاختبار حسب الحالات التالية:

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_1^2 &= \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 &\neq \sigma_2^2 \end{aligned}$$

وتكون قاعدة اتخاذ القرار إذا كانت الفرضية البديلة ذات الطرفين على الشكل التالي:

$$\begin{cases} \lambda_0^2 \in \left[\lambda_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2, \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \right] \Rightarrow & \text{قبول الفرضية } H_0 \\ \lambda_0^2 \notin \left[\lambda_{\frac{\alpha}{2}, n-1}^2, \lambda_{1-\frac{\alpha}{2}, n-1}^2 \right] \Rightarrow & \text{رفض الفرضية } H_0 \end{cases}$$