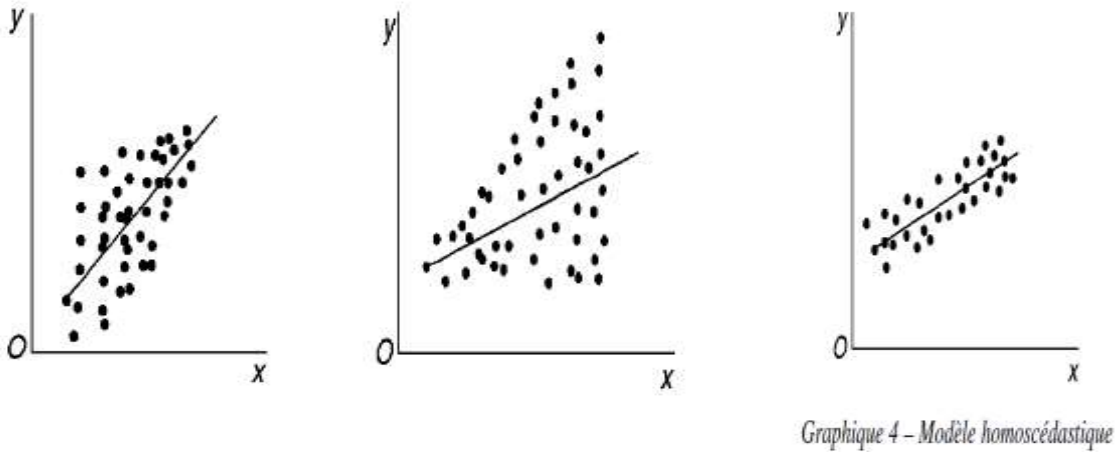
Hétéroscédasticité

اختلاف أو عدم تجانس التباين

1.ما طبيعة المشكلة:

يشير اختلاف التباين إلى الحالة التي يكون فيها تباين حد الخطأ غير ثابت عن كل قيم المتغير المستقل؛ أي أن $E(X_i\varepsilon_i)\neq 0$ وعليه فإن $E(\varepsilon_i)^2\neq\sigma_\varepsilon^2$. إذن عدم تجانس التباين يعني انتهاك فرضية من فرضيات الانحدار الخطي، بحيث يجب أن يكون تباين حد الخطأ ثابتا ($V(\varepsilon_t)=\sigma_X^2$) . هذا المشكل نجده أكثر في البيانات المقطعية (Cross section) منه في السلاسل الزمنية. فمثلا تباين الخطأ الخاص بالإنفاق لعائلات الدخل المنخفض عادة يكون أصغر عنه بالنسبة لعائلات الدخل المرتفع لأن معظم إنفاق الأسر ذات الدخل المنخفض يكون على الضروريات.

يوضح الشكل التالي حالة ثبات التباين لعناصر التشويش وحالتين لاختلاف التباين لعناصر التشويش.



Graphique 4 – Modèle homoscédastique

انتشار متساوي　　انتشار غير متساو

مشكلة عدم التجانس تؤدي إلى الحصول على قيم t وF أكبر من المتوقع وبالتالي فإن اختلاف التباين له تأثير واسع على اختبار الفرضيات.

2.طرق كشف اختلاف التباين:

1.2.اختبار جولد فيلد– كوانت: يمكن اختبار وجود حالة اختلاف التباين بترتيب البيانات من أصغر قيمة إلى أكبر قيمة من قيم المتغير المستقل Xi، ومن ثم إجراء انحدارين منفصلين، واحد للقيم الصغيرة وآخر للقيم الكبيرة مع حذف بعض المشاهدات الوسطية. ثم نختبر نسبة مجموع مربعات الخطأ للانحدار

الثاني إلى مجموع مربعات الخطأ للانحدار الأول؛ أي حساب: (ssr_2 / ssr_1) ونقارنها بإحصائية F بدرجات حرية $(n-d-2k)/2$ ، حيث n عدد المشاهدات، d عدد المشاهدات المحذوفة وk عدد المعالم المقدرة في النموذج.

إذا كانت (ssr_2 / ssr_1) أكبر من F عند مستوى معنوية 5% نقبل الفرضية البديلة وبالتالي وجود اختلاف التباين في النموذج المقدر.

2.2. اختبار Breusch-Pagan LM test

نفترض لدينا النموذج التالي:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \varepsilon_i$$

نقدر الانحدار المساعد التالي:

$$\varepsilon^2{}_i = (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + u_i$$

يتم صياغة الفرضية الأساسية والفرضية البديلة على الشكل التالي:

$$H0: b_0 = b_1 = b_2 = 0$$
$$H1: b_0 \neq b_1 \neq b_2 \neq 0$$

- نحسب إحصائية $LM = nR^2$ من الانحدار المساعد ونقارنها بإحصائية χ^2_{p-1} ، حيث درجة الحرية (df) هي عدد المتغيرات المستقلة في نموذج الانحدار المساعد مع مستوى معنوية 5%.
- ترفض الفرضية العدمية ويستنتج وجود دليل معنوي على اختلاف التباين عندما تكون:

$$LM = nR^2 \succ \chi^2_{p,\alpha}$$

3. كيفية حل مشكلة اختلاف التباين:

نستعمل طريقة المربعات الصغرى المعممة (Generlized Least Squares, GLS):

ليكن لدينا النموذج التالي:

$$Y_i = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \varepsilon_i$$

نقسم كل حد في المعادلة على الانحراف المعياري لحد الخطأ وبالتالي نحصل على النموذج المعدل:

$$\frac{Y_i}{\sigma_i} = \frac{b_0}{\sigma_i} + b_1 \frac{X_1}{\sigma_i} + b_2 \frac{X_2}{\sigma_i} + \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}$$

باستخدام المربعات الصغرى العادية وبالتالي تصبح BLEU، ويسمى هذا الاجراء بالمربعات الصغرى المعممة.