الفصل السادس: مقاييس التمركز

الفصل السادس: مقاييس التمركز

مقاييس التمركز عبارة عن معاملات إحصائية كمية، وهي تعتبر كتل تجميعية، والتي تهدف إلى دراسة الكثافة الكلية للبيانات وتمركزها حول نقطة معينة، فغالبا ما نستعمل مفهوم الثروة، المداخيل أو الأجور، ومعرفة ما إذا كان يوجد توزيع متساوي (عادل) لهذه الأجور، بين طبقات العمال، أم لا يوجد.

لدراسة التمركز نقوم بتحليل العناصر التالية:

- مؤشر التمركز (Indice de concentrartion)
- منحنى Lorentz ومساحه التمركز.
- معامل Gini للتمركز (Coefficient de Gini).

I. مؤشر التمركز:

لإيجاد مؤشر التمركز نمر بالمراحل التالية:

1-حساب الوسيط (Médiane : Me)

2-حساب وسيط الكتلة (Médiale : ML)

يحسب هذا المؤشر بنفس طريقة حساب الوسيط ولكن باعتبار الكتلة مكان متغير.

لتحديد الرتبة نأخذ الكثافة الكتلية أي: $R_g = \frac{\sum n_i x_i}{2}$

ويحسب ML وفق القانون التالي:

$$ML = a + \left[d \times \frac{\frac{\sum n_i x_i}{2} - (\mathrm{n_i x_i})_{-1}\nearrow}{\mathrm{n_i x_i}} \right]$$

بحيث أن: $\mathrm{n_i x_i}$ هي الكتلة و $(\mathrm{n_i x_i})\nearrow$ هي الكتلة التجميعية.

3-دراسة الفرق ما بين Me و ML:

$$\Delta M = ML - Me$$

4-حساب مؤشر التمركز (I): وهذا من خلال مقارنة ΔMمع المدى:

$$I = \frac{\Delta M}{\text{المدى}} = \frac{ML - Me}{\text{المدى}}$$

هذه القيمة تقيس تمركز السلسلة، وهي قيمة تتراوح ما بين 0 و 1. كلما اقتربت من 1، كلما دل على قوة التمركز، وكلما اقتربت من 0 دل على ضعف التمركز أي وجود توزيع متساوي.

➢ ***مثال:*** احسب مؤشر التمركز للأجور السنوية لـ100 عامل (بالألف دج) في مؤسسة معينة.

الجدول (6-1): حساب مؤشر التمركز

الأجور	عدد العمال n_i	$n_i\nearrow$	x_i	$x_i\ n_i$	$x_i\ n_i\nearrow$
40-50	12	12	45	540	540
50-60	14	26	55	770	1310
60-70	20	46	65	1300	2610
70-80	30	76	75	2250	4860
80-90	14	90	85	1190	6050
90-100	10	100	95	950	7000
Σ	**100**	-	-	**7000**	-

❖ حساب الوسيط (Me):

$R_g = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = \boxed{50}$ ← الفئة الوسيطية هي:]70-80[

$$Me = a + \left[d \times \frac{\frac{\sum n_i}{2} - n_{i-1}\nearrow}{n_i} \right]$$

$$= 70 + \left[10 \times \frac{50 - 46}{30} \right]$$

$$\rightarrow \boxed{Me = 71{,}33}$$

❖ حساب وسيط الكتلة الأجرية (ML):

$R_g = \frac{\sum x_i n_i}{2} = \frac{7000}{2} = \boxed{3500}$ ← الفئة الوسيطية هي:]70-80[

$$ML = a + \left[d \times \frac{\frac{\sum n_i x_i}{2} - (n_i x_i)_{-1}\nearrow}{n_i x_i} \right]$$

$$= 70 + \left[10 \times \frac{3500 - 2610}{2250} \right]$$

$$\rightarrow \boxed{ML = 73{,}95}$$

الكتلة الأجرية في هذه المؤسسة والمقسمة على العمال تنقسم إلى قسمين متساويين، بمعنى آخر، نصف الكتلة الأجرية يتم تقسيمها على العمال الذين أجرهم أقل من 73950 دج، والنصف الآخر يتم تقسيمه على العمال الذين أجرهم يفوق 73950 دج.

❖ حساب ΔM:

$$\Delta M = ML - Me$$

$$= 73{,}95 - 71{,}33$$

$$\rightarrow \quad \Delta M = 2{,}62$$

❖ حساب مؤشر التمركز (I):

$$I = \frac{\Delta M}{\text{المدى}} = \frac{2{,}26}{100 - 40} = \frac{2{,}26}{60}$$

$$\rightarrow \quad I = 0{,}037$$

مؤشر تمركز يقترب من 0، وهذا يدل على وجود مركز ضعيف، بمعنى آخر، يوجد توزيع متساوي للأجور ما بين العمال.

II. معامل Gini للتمركز (CG):

يعتبر معامل **Gini** من أهم مقاييس التمركز والتي تساعد على معرفة مثلا ما إذا كان يوجد توزيع متساوي (عادل) للأجور على طبقات العمال أم لا، بحيث أن هذا المقياس يحسب وفق القانون التالي:

$$\text{معامل } \mathbf{Gini} = \frac{\text{معامل التمركز}}{\text{مساحة المثلث}}$$

ولحساب هذا المعامل نمر بالمراحل التالية:

1. رسم منحنى Lorentz:

هذا المنحنى يدرس درجة التمركز بيانيا، ولرسمه نقوم بتعيين f_i ↗ (الأجر النسبي الصاعد) على محور الفواصل و F_i ↗ (الكتلة الأجرية النسبية) على محور التراتيب.

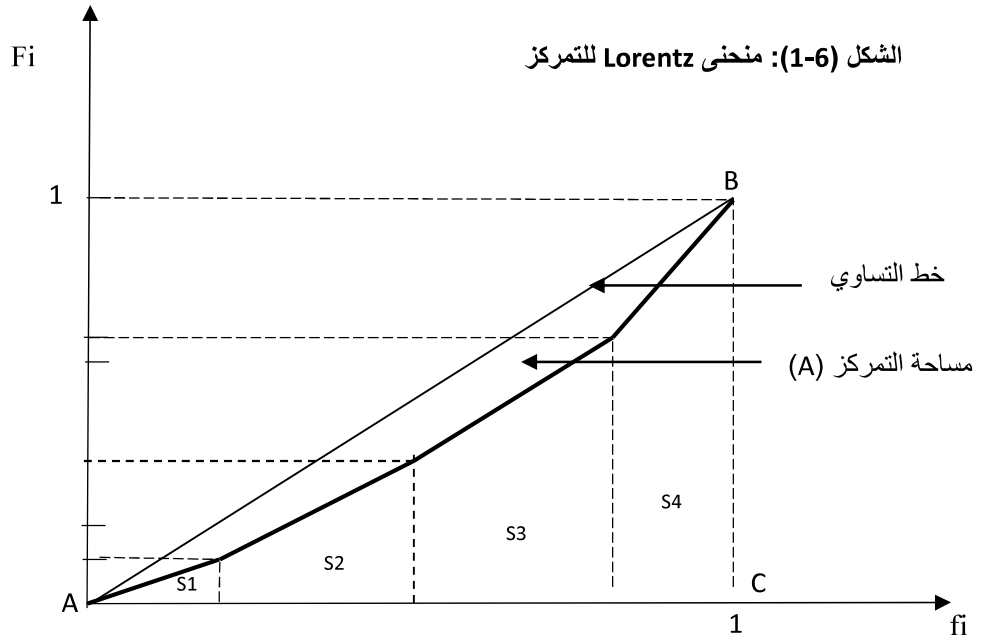
بحيث أن:

$\frac{n_i}{\sum n_i} = f_i$ → الأجر النسبي.

$\frac{x_i n_i}{\sum x_i n_i} = F_i$ → الكتلة الأجرية النسبية.

ونتحصل على المنحنى التالي:

الشكل (6-1): منحنى Lorentz للتمركز



كلما اقترب منحنى Lorentz من خط التساوي، كلما كانت تمركز ضعيف.

2. **حساب مساحة المثلث ABC:**

نعلم أن مساحة المثلث $= \frac{\text{القاعدة} \times \text{الإرتفاع}}{2}$

وبالتالي:

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1 \times 1}{2} = 0,5$$

$$\boxed{\text{مساحة المثلث} = 0,5}$$

3. **حساب مساحة التمركز (A):**

$$\boxed{\text{مساحة التمركز} = \text{مساحة المثلث} - \text{مساحة أشكال شبه المنحرف}}$$

$$A = 0,5 - B$$

$$\rightarrow \boxed{A = 0,5 - B}$$

4. **حساب مساحة أشكال شبه المنحرف (B):**

$$B = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

علما أن: $\boxed{\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{\text{الإرتفاع}(\text{القاعدة الكبرى} - \text{القاعدة الصغرى})}{2}}$

5. **حساب معامل Gini (CG):**

$$CG = \frac{\text{معامل التمركز}}{\text{مساحة المثلث}} = \frac{A}{0,5} = \frac{A}{\frac{1}{2}} = 2A$$

حساب CG من خلال مساحة التمركز ← $\boxed{CG = \frac{A}{0,5} = 2A}$

❖ كما يمكن حساب CG بطريقة أخرى، وبدون اللجوء إلى مساحة التمركز.

نعلم أن:

$$A = 0,5 - B$$

$$\rightarrow \quad 2A = 2(0,5 - B)$$

حساب CG بدلالة مساحة أشكال شبه المنحرف ← $\rightarrow \boxed{CG = \frac{A}{0,5} = 2A} \leftarrow$

❖ كما يمكن حساب CG دون اللجوء إلى منحنى Lorentz كما يلي:

$$\boxed{CG = 1 - \sum (f_i \times \mathrm{Q}_i \nearrow)}$$

بحيث أن: $\mathrm{Q}_i \nearrow = (\mathrm{F}_i \nearrow)$