L'autocorrélation des erreurs

الارتباط الذاتي للأخطاء

تمهيد:

أحد أهم افتراضات طريقة المربعات الصغرى هو استقلال القيم المقدرة للبواقي عن بعضها البعض، بمعنى عدم وجود ارتباط بين قيمة الخطأ في الفترة الزمنية ε_t والخطأ في فترة زمنية سابقة لها ε_{t-1}. في حالة سقوط هذا الافتراض فنحن أمام ارتباط ذاتي، أي ارتباط بين قيم نفس المتغير، أي حدوث خطأ في فترة زمنية يؤثر في أخطاء الفترات التالية، ومن تم يصبح التغاير $E(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-s}) \neq 0$.

1. **تعريف:** عندما يكون حدّ الخطأ في فترة زمنية مرتبطًا طرديًا مع حدّ الخطأ في الفترة الزمنية السابقة عليها، فإننا نواجه مشكلة الارتباط الذاتي الموجب (ومن الدرجة الأولى) .وهذا يؤثر في تحليل الانحدار، إذ يؤدي إلى أخطاء معيارية متحيزة إلى أسفل، وبالتالي إلى اختبارات إحصائية وفترات ثقة خاطئة.

2.أشكال الارتباط الذاتي:

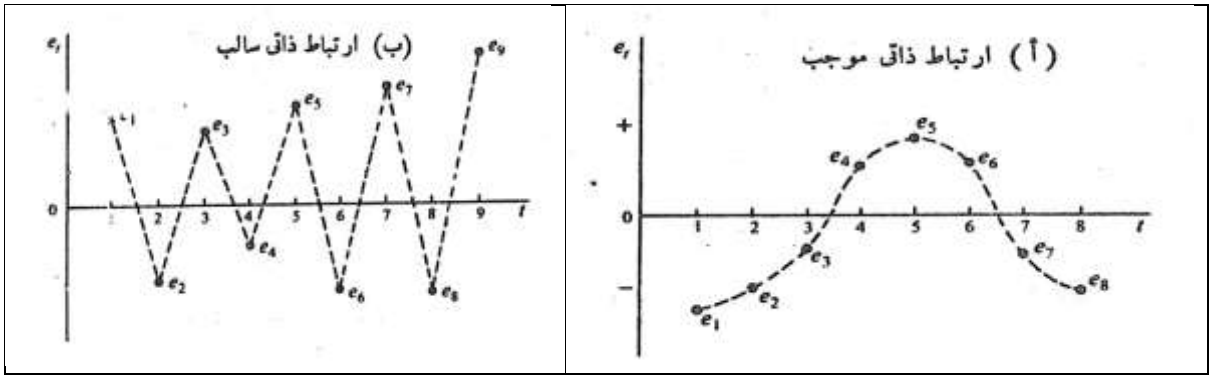
1.2.من حيث الرتبة: قد يكون الارتباط من الرتبة الأولى (First Order) أو الرتبة الثانية أو رتبة أعلى.

ففي حالة ارتباط من الدرجة الأولى فإن ذلك يعني وجود ارتباط بين القيم المقدرة للخطأ العشوائي في فترة زمنية معينة والقيمة المقدرة له في الفترة السابقة مباشرة. $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$ بحيث ρ معامل الارتباط الذاتي.

أما في حالة ما تكون قيم من قيم الخطأ مرتبطة بالقيمتين السابقتين فنكون أمام الارتباط من الرتبة الثانية، وذلك كما يلي: $\varepsilon_t = \rho_1\varepsilon_{t-1} + \rho_2\varepsilon_{t-1} + u_t$.

ملاحظة هامة: معظم التطبيقات في الاقتصاد القياسي تتضمن ارتباطا ذاتيا من الدرجة الأولى أكثر من الدرجة الثانية أو أكثر.

2.2. من حيث اتجاه الارتباط بين الأخطاء: وهنا يكون الارتباط موجبا أو سالبا حيث $-1 \leq \rho \leq +1$



3.أسباب وجود الارتباط الذاتي

- حذف بعض المتغيرات التفسيرية من نموذج الانحدار(خطأ الحذف).

- الخطأ في صياغة الشكل الرياضي للنموذج.

-الخطأ في معالجة البيانات.

4. نتائج الارتباط الذاتي:

- تقديرات OLSلا تكون أفضل التقديرات.
- تكون اختبارات t وF خاطئة.
- قد يكون تباين الأخطاء العشوائية $\hat{\sigma}^2_{\varepsilon t}$ أقل من قيمته.

5.اختبارات الكشف عن وجود الارتباط الذاتي

اختبار Durbin-Watson : لابد أن تحتوي معادلة الانحدار على مقطع (Constant)، وأن يكون الارتباط من الدرجة الأولى. كما يجب ألا يحتوي النموذج على المتغيرات ذات الفجوة الزمنية.

ويُختبر وجود ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى باستخدام إحصائية ديربين–واتسون عند مستويات معنوية 5%أو 1%، لعدد nمن المشاهدات و k من المتغيرات المفسِّرة.

فإذا كانت القيمة المحسوبة dباستعمال المعادلة:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t^{\,2}}$$

تتراوح القيمة المحسوبة d بين 0 و4، ويتخذ القرار من خلال الشكل التالي:

ارتباط ذاتي سالب	غير حاسم	لا يوجد ارتباط ذاتي للأخطار	غير حاسم	ارتباط ذاتي موجب

0 dL du 2 4-du 4-dL 4

لا يكون هناك ارتباط ذاتي إذا كانت d قريبة من 2

6.طرق المعالجة:

طبعا طريقة العلاج تتوقف على فهم أسباب وجود المشكلة، أما إذا كان السبب هو وجود علاقة فعلية بين البواقي فهناك عدة طرق أهمها:

إن إحدى طرق تصحيح الارتباط الذاتي الموجب من الدرجة الأولى تتضمن:

- إجراء انحدار المتغير التابع على قيمته المبطأ لفترة واحدة (Y_{t-1})، وعلى المتغيرات المفسرة مبطأة لفترة واحدة.ثم نستخرج $\hat{\rho}$ معامل المتغير التابع المبطأ لفترة واحدة.

- **تحويل النموذج**: نحوّل كل من:المتغير التابع Y والمتغيرات المفسِّرة Xوفق الصيغة:

$$Y_t^* = Y_t - \hat{\rho} Y_{t-1}$$
$$X_t^* = X_t - \hat{\rho} X_{t-1}$$

وبذلك يصبح حدّ الخطأ الجديدεt=ut-ρ^ut-1 :

طريقة الفرق العام (Generalized Difference Method): وتتم كما يلي:

- ✓ ليكن لدينا النموذج التالي: $Y_t = a_0 + a_1 x_{1t} + a_2 x_{2t} + ... + a_k x_{kt} + \varepsilon_t$.
- ✓ حيث ε_t ارتباط ذاتي من الدرجة الأولى: $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$.
- ✓ يتم تصحيح المعادلة كما يلي:

$$Y_t - \rho Y_{t-1} = a_0(1-\rho) + a_1(x_{1t} - \rho x_{t-1}) + a_2(x_{2t} - \rho x_{2t-1}) + ... + a_k(x_{kt} - \rho x_{kt-1}) + (\varepsilon_t - \rho \varepsilon_{t-1})$$

✓ عند أخذ الفرق الأول سنخسر احدى المشاهدات ولتجنب هذه الخسارة يقترح تحويل المشاهدة الأولى كما يلي:

$$Y_1^* = Y_1\sqrt{1-\rho^2}$$
$$X_1^* = X_1\sqrt{1-\rho^2}$$