

# Université de Mila Département: informatique

Apprentissage Automatique :Travaux dirigées Année  
universitaire 2025-2026

### Exercice 01 :

Soient les informations concernant le temps pour les 14 jours suivants :

Jour	Ciel	Température	Humidité	Vent	Jouer au tennis ?
1	Ensoleillé	Chaude	Élevée	Faible	Non
2	Ensoleillé	Chaude	Élevée	Fort	Non
3	Couvert	Chaude	Élevée	Faible	Oui
4	Pluie	Tiède	Élevée	Faible	Oui
5	Pluie	Fraîche	Normale	Faible	Oui
6	Pluie	Fraîche	Normale	Fort	Non
7	Couvert	Fraîche	Normale	Fort	Oui
8	Ensoleillé	Tiède	Élevée	Faible	Non
9	Ensoleillé	Fraîche	Normale	Faible	Oui
10	Pluie	Tiède	Normale	Faible	Oui
11	Ensoleillé	Tiède	Normale	Fort	Oui
12	Couvert	Tiède	Élevée	Fort	Oui
13	Couvert	Chaud	Normale	Faible	Oui
14	Pluie	Tiède	Élevée	Fort	Non

**Question :** En utilisant la classification de Bayes naïve, prédire la classe de la donnée  $x = (\text{Ciel} = \textit{ensoleillé}, \text{Température} = \textit{fraiche}, \text{Humidité} = \textit{élevée}, \text{Vent} = \textit{fort})$

# Exercice 01:

$$P(y = C_k | x = \mathbf{x}, D) = \frac{P(\overset{\rightarrow}{x} = \mathbf{x} | y = C_k, D) P(y = \overset{\rightarrow}{C}_k | D)}{P(x = \mathbf{x} | D)}$$

$$p(x | \text{jouer} = \text{oui}, \mathcal{D}) = p(\text{Ciel} = \text{ensoleillé} | \text{jouer} = \text{oui}, \mathcal{D})$$

$$\times p(\text{Température} = \text{fraîche} | \text{jouer} = \text{oui}, \mathcal{D})$$

$$\times p(\text{Humidité} = \text{élevée} | \text{jouer} = \text{oui}, \mathcal{D})$$

$$\times p(\text{Vent} = \text{fort} | \text{jouer} = \text{oui}, \mathcal{D})$$

$$= \frac{2}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{2}{243}$$

$$\bullet p(\text{jouer} = \text{oui} | \mathcal{D}) = \frac{9}{14}$$

$$\bullet p(\text{jouer} = \text{non} | \mathcal{D}) = \frac{5}{14}$$

$$p(\text{jouer} = \text{oui} | x, \mathcal{D}) = \frac{\frac{2}{243} \times \frac{9}{14}}{\frac{2}{243} \times \frac{9}{14} + \boxed{?} \times \boxed{?}} \approx \boxed{?}$$

# Exercice 01:

$$\begin{aligned} p(x|\text{jouer} = \text{non}, \mathcal{D}) &= p(\text{Ciel} = \text{ensoleillé}|\text{jouer} = \text{non}, \mathcal{D}) \\ &\times p(\text{Température} = \text{fraîche}|\text{jouer} = \text{non}, \mathcal{D}) \\ &\times p(\text{Humidité} = \text{élevée}|\text{jouer} = \text{non}, \mathcal{D}) \\ &\times p(\text{Vent} = \text{fort}|\text{jouer} = \text{non}, \mathcal{D}) \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{36}{625} \end{aligned}$$

$$p(\text{jouer} = \text{oui}|x, \mathcal{D}) = \frac{\frac{2}{243} \times \frac{9}{14}}{\frac{2}{243} \times \frac{9}{14} + \frac{36}{625} \times \frac{5}{14}} \approx 0.205$$

$$p(\text{jouer} = \text{non}|x, \mathcal{D}) = 0.795$$

# exercice02

Soient les informations des symptômes et du diagnostic des patients suivants :

<b>Douleurs</b>	<b>Fatigue</b>	<b>Mal de tête</b>	<b>Fièvre</b>	<b>Grippe ?</b>
Oui	Non	Doux	Oui	Non
Oui	Oui	Néant	Non	Oui
Oui	Non	Fort	Oui	Oui
Non	Oui	Doux	Oui	Oui
Non	Non	Néant	Non	Non
Non	Oui	Fort	Oui	Oui
Non	Oui	Fort	Non	Non
Oui	Oui	Doux	Oui	Oui

**Question :** En utilisant la classification de Bayes naïve, prédire l'état d'un patient ayant les symptômes suivants :

<b>Douleurs</b>	<b>Fatigue</b>	<b>Mal de tête</b>	<b>Fièvre</b>	<b>Grippe ?</b>
Non	Non	Doux	Oui	?

# Exercice02-solution

Soit la donnée  $x = (\text{Douleurs} = \text{Non}, \text{Fatigue} = \text{Non}, \text{Mal de tête} = \text{Doux}, \text{Fièvre} = \text{Oui})$ , on peut prédire la classe de  $x$  en prenant **le maximum de probabilité a posteriori** :

$$HBN = \operatorname{argmax}_{h \in \{\text{Oui}, \text{Non}\}} p(\text{Grippe} = h | x)$$

Si on utilise la règle de Bayes, on aura :

$$p(\text{Grippe} = h | x) = \frac{p(x | \text{Grippe} = h) * p(\text{Grippe} = h)}{p(x)}$$
$$\frac{p(x | \text{Grippe} = h) * p(\text{Grippe} = h)}{\sum_{a \in \{\text{Oui}, \text{Non}\}} p(x | \text{Grippe} = a) p(\text{Grippe} = a)}$$

Application numérique :

$$P(\text{Grippe} = \text{Oui}) = \frac{5}{8}$$

$$P(\text{Grippe} = \text{Non}) = \frac{3}{8}$$

$$P(\text{Douleurs} = \text{Non} | \text{Oui}) = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{Fatigue} = \text{Non} | \text{Oui}) = \frac{1}{5}$$

$$P(\text{Douleurs} = \text{Non} | \text{Non}) = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{Fatigue} = \text{Non} | \text{Non}) = \frac{2}{3}$$

$$P(\text{Mal de tête} = \text{Doux} | \text{Oui}) = \frac{2}{5}$$

$$P(\text{Fièvre} = \text{Oui} | \text{Oui}) = \frac{4}{5}$$

$$P(\text{Mal de tête} = \text{Doux} | \text{Non})$$

$$P(\text{Fièvre} = \text{Oui} | \text{Non}) = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

# Exercice02-solution

$$\begin{aligned} p(x|Grippe = Oui) &= P(Douleurs = Non|Oui) \times P(Fatigue = Non|Oui) \\ &\quad \times P(Mal de tête = Doux|Oui) \times P(Fièvre = Oui |Oui) \\ &= \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{16}{625} \end{aligned}$$

Donc, on aura :

$$p(Grippe = Oui|x) = \frac{\frac{16}{625} \times \frac{5}{8}}{\frac{16}{625} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{81} \times \frac{3}{8}} \approx 0.4635$$

$$p(Grippe = Non|x) = \frac{\frac{4}{81} \times \frac{3}{8}}{\frac{16}{625} \times \frac{5}{8} + \frac{4}{81} \times \frac{3}{8}} \approx 0.5365$$

**Conclusion :**

Le résultat prédit pour la donnée  $x = (\text{Douleurs} = \text{Non}, \text{Fatigue} = \text{Non}, \text{Mal de tête} = \text{Doux}, \text{Fièvre} = \text{Oui})$  sera ***Grippe = Non***.