العائد والمخاطرة في المحفظة المالية

1. حساب العائد في المحفظة المالية

كما هو الحال بالنسبة للاستثمارات الفردية فإن المستثمر يكون أمام حالتين هما:

- **حالة وجود بيانات تاريخية:** وهنا إذا توفرت لدينا بيانات تاريخية لكل العناصر المالية داخل المحفظة، في هذه الحالة يوجد لدينا طريقتان لحساب العائد الخاص بالمحفظة

➢ **طريقة النسب:** يتم اعتماد هذه الطريقة في حال توفر لدينا معلومات تخص المحفظة، في هذه الحالة يحسب العائد كما يلي:

$$R_P = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

حيث:

- R_P: عائد المحفظة؛
- V_1: قيمة المحفظة في نهاية الفترة؛
- V_0 : قيمة المحفظة في بداية الفترة.

- **طريقة المتوسط المرجح:** يحسب عائد المحفظة من خلال إيجاد مجموع العوائد الفعلية مرجحة بأوزانها (نسبة كل أصل داخل المحفظة)، وتحسب وفق المعادلة التالية:

$$\bar{R}_p = \sum_{i=1}^{n} w_i \ \bar{R}_i$$

$$\mathrm{w_i} = \frac{\mathrm{V_i}}{\sum \mathrm{V_i}}$$

حيث:

- R_P: عائد المحفظة؛
- W_i: الوزن النسبي للأصل (مجموع الاوزان النسبة للاصول المالية داخل المحفظة يجب ان يكون 100%)؛
- $\bar{R}_i$: عائد الاصل(الورقة المالية)؛
- V_i: قيمة الاصل (i).

مثال 01:

محفظة مالية تبلغ قيمتها 100.000 تتكون من سهمين A و B.

البيان	**A**	**B**
قيمة الاستثمار	60.000	40.000
متوسط العائد	%6	%14

المطلوب: حساب عائد المحفظة

طريقة 1: باستخدام طريقة النسب

$$R_p = \frac{V_1 - V_0}{V_0}$$

$$V_0 = 100.000$$

$$V_1 = 60.000(1+0.06) + 40.000(1+0.14)$$

$$= 63600 + 45600$$

$$= 109200$$

$$R_p = \frac{109200 - 100.000}{100.000}$$

$$R_p = 0.092$$

$$R_p = 9.2\ \%$$

طريقة 2: باستخدام طريقة المتوسط المرجح

$$\overline{R}_P = \sum w_i \overline{R}_i$$

حساب أوزان السهمين داخل المحفظة:

$$w_A = \frac{60.000}{100.000}$$

$$= 0.6 \ = 60\ \%$$

$$w_B = 0.4 = 40\ \%$$

ومنه عائد المحفظة هو:

$$\overline{R}_P = 0.6(0.06) + 0.4(0.14) = 9.2\ \%$$

مثال 02: محفظة مالية مكونة من ثلاثة أسهم بياناتها التاريخية كانت كما يلي:

السنة	العائد %		
	A	**B**	**C**
1	12	8	9
2	6	10	14
3	7	6	11
4	9	5	10

المطلوب: أحسب متوسط عائد المحفظة علما أن نسبة مشاركة كل سهم في المحفظة متساوية.

الحل:

– **حساب متوسط العائد:**

* **للسهم A:**

$$\overline{\mathrm{R}} = \frac{\sum R_i}{n}$$

$$\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{A}} = \frac{12+6+7+9}{4} = 8.5\%$$

* **للسهم B:**

$$\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{B}} = \frac{8+10+6+5}{4} = 7.25\%$$

* **للسهمC:**

$$\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{C}} = 11\%$$

– **متوسط عائد المحفظة:**

$$\overline{\mathrm{R}}_{\mathrm{P}} = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{W}_i \, \overline{\mathrm{R}}_i$$

=0.33(0.085)+0.33(0.0725)+0.33(0.11)

= 0.088

$= 8.8\%$

نلاحظ أن متوسط عائد المحفظة هو أعلى من متوسط العائد على السهمين A وB وأقل من متوسط العائد على السهم C.

ملاحظة: متوسط العائد على المحفظة سوف يختلف كلما تغير وزن كل سهم داخل المحفظة.

- **حالة عدم وجود بيانات تاريخية:** المستثمر يقوم بتقدير توقعات مستقبلية بشأن العائد حسب الحالة الاقتصادية المحتملة

العائد المتوقع من المحفظة الملية هو عبارة عن مجموع العوائد المتوقعة للاستثمارات المكونة للمحفظة مرجحة بأوزانها النسبية، ومن أجل حساب العائد المتوقع من المحفظة المالية لابد من معرفة ما يلي:

- ✓ عدد الاستثمارات في المحفظة؛
- ✓ أوزان كل الاستثمارات في المحفظة؛
- ✓ العائد المتوقع من كل استثمار ؛
- ✓ احتمال حدوث الظروف الاقتصادية المحتملة؛

ويحسب العائد المتوقع من المحفظة بالصيغة التالية:

$$\overline{R}_P = \sum_{i=1}^{n} W_i \, \overline{R}_i$$

حيث:

W_i : وزن السهم i داخل المحفظة.

$\overline{R}_i$: متوسط العائد أو العائد المتوقع من السهم i.

n: عدد أصول المحفظة p.

مثال: محفظة مالية قيمتها 50.000 مكونة من السهم A بقيمة 20.000 و السهم B بقيمة 30.000. العوائد المتوقعة حسب حالة السوق المحتملة كما يلي:

حالة السوق	الاحتمال	العائد	
		A	B
جيدة	%30	%30	%20
عادية	%40	%15	%15
سيئة	%30	%10	%10

المطلوب: أحسب العائد المتوقع للمحفظة؟

– **حساب العائد المتوقع من كل استثمار:**

* السهم A:

$$\bar{R}_A = \sum P_B R_B = 0.3(0.30)+0.4(0.15)+0.3(0.10) = 18\%$$

* السهم B:

$$\bar{R}_B = \sum P_B R_B = 0.3(0.20)+0.4(0.15)+0.3(0.10) = 15\%$$

– **حساب العائد المتوقع للمحفظة:**

$$\bar{R}_P = \sum w_i \bar{R}_i$$

إيجاد وزن أو نسبة كل سهم داخل المحفظة:

$$w_A = \frac{20.000}{50.000} = 40\%$$

$$w_B = 60\%$$

ومنه العائد المتوقع من المحفظة هو:

$$\bar{R}_P = 0.4\,(18)+0.6(15) = 16.2\%$$

2. قياس المخاطر في المحفظة المالية

يمكن قياس المخاطر في المحفظة المالية عن طريق حساب الانحراف المعياري لعوائد المحفظة المالية.

يتم حساب مخاطر المحفظة المالية بناء على النموذج الرياضي الذي قدمه ماركويتز على النحو التالي:

$$\delta_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j Cov_{ij}}$$

حيث:

- W_i: الوزن النسبي للأصل المالي داخل المحفظة   حيث : $\sum W_i = 1$؛
- δ_i: تباين الاصل المالي داخل المحفظة؛
- δ_P: تباين (مخاطرة) المحفظة؛
- Cov_{ij}: التباين المشترك للاصلين (i) و(j) ويحسب كما يلي:

➢ **في حالة وجود بيانات تاريخية:** $Cov_{ij} = \frac{\sum(R_i - \bar{R}_i)\,(R_j - \bar{R}_j)}{N-1}$

➢ **في حالة عدم وجود بيانات تاريخية:** $Cov_{ij} = \sum P_i \left[R_i - E(R_i)\,(R_j - E(R_j))\ \right]$

إذا علمنا ان التباين المشترك بين السهمين (الأصلان) (i) و(j) هو حاصل ضرب معامل الارتباط للسهمين (P_{ij}) في الانحراف المعياري السهم الاول (δ_i) والانحراف المعياري السهم الثاني (δ_j) ، حيث تصبح معادلة التباين المشترك كما يلي:

$$Cov_{ij} = P_{ij}\delta_i\delta_j$$

وبالعودة الى معادلة مخاطرة المحفظة المالية، فان المعادلة بوجود معامل الارتباط (P_{ij}) بين السهمان (i) و(j) بدلا من التباين المشترك (Cov_{ij})تصبح كما يلي:

$$\delta_P = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} W_i^2 \delta_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} 2W_i W_j \delta_i \delta_j P_{ij}}$$

ولتبسيط المعادلة الرياضية نفترض انه لدينا سهمان السهم (A) والسهم (B)، فاصبح معادلة المخاطرة المكونة من السهمين (A) و(B) كما يلي:

$$\delta_{P(A.B)} = \sqrt{W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2W_A W_B Cov_{AB}}$$

وحالة وجود معامل الارتباط تصبح معادلة المخاطرة المكونة من السهمين (A) و(B) كما يلي:

$$\delta_{P(A.B)} = \sqrt{W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + 2W_A W_B \delta_A \delta_B P_{AB}}$$

ولحساب مخاطرة المحفظة المكونة من ثلاثة (A.B.C) أسهم تصبح المعادلة كما يلي:

$$\delta_{P(A.B.C)} = \sqrt{W_A^2 \delta_A^2 + W_B^2 \delta_B^2 + W_C^2 \delta_C^2 + 2W_A W_B Cov_{AB} + 2W_A W_C Cov_{AC} + 2W_B W_C Cov_{BC}}$$

وفي حالة وجود معامل الارتباط تصبح معادلة المخاطرة المكونة من ثلاثة (A.B.C) أسهم كما يلي:

$$\delta_{P(A.B.C)} = \sqrt{W_A^2\delta_A^2 + W_B^2\delta_B^2 + W_C^2\delta_C^2 + 2W_AW_B\delta_A\delta_BP_{AB} + 2W_AW_C\delta_A\delta_CP_{AC} + 2W_BW_C\delta_B\delta_CP_{BC}}$$

ملاحظة: لحساب مخاطرة المحفظة δ_P في حالة وجود او عدم وجود بيانات تاريخية يتم فقط تغيير طريقة حساب كل من التباين δ_i^2 لكل سهم والتباين المشترك Cov_{ij} لكل سهمين ومعامل الارتباط P_{ij} لكل سهمين.

مثال 02:

يرغب مستثمر في تكوين محفظة مالية مكونة من سهمين وبنفس النسبة، ومتوفرة لديه البيانات التالية عن ثلاثة أسهم A، B، C لثلاثة سنوات:

السنة	العائد%		
	A	B	C
1	15	7	15
2	7	12	5
3	8	8	7

المطلوب: ما هي المحفظة المالية التي تحقق للمستثمر أقل درجة من المخاطر؟

الحل:

1- حساب العائد المتوقع لكل أصل:

$$\overline{R}_A = \frac{\sum R_i}{n} = \frac{15+7+8}{3} = 10\%$$

$$\overline{R}_B = 9\%$$

$$\overline{R}_C = 9\%$$

2- حساب الانحراف المعياري لكل أصل:

$$\delta(A) = \sqrt{\frac{\sum(R_i - \overline{R})^2}{n-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{(15-10)^2 + (7-10)^2 + (8-10)^2}{3-1}}$$

$$= \sqrt{\frac{25+9+4}{3-1}} = 4.3\% = 0.043$$

$$\delta(B) = \sqrt{\frac{4+9+1}{3-1}} = \sqrt{\frac{14}{2}} = 2.64\ \% = 0{,}0264$$

$$\delta(C) = \sqrt{\frac{36+16+4}{3-1}} = \sqrt{\frac{56}{2}} = 0{,}053$$

3- حساب التباين المشترك لكل سهمين:

- التباين المشترك للسهمين (A.B):

لسنة	العائد%		$R_A - \bar{R}_A$	$R_B - \bar{R}_B$	$(R_A - \bar{R}_A) * (R_B - \bar{R}_B)$
	A	B			
1	0,15	0.07	0,05	−0,02	−0,001
2	0,07	0,12	−0,03	0,03	−0,0009
3	0,08	0,08	−0.02	−0,01	0,0002
العائد المتوقع	0.1	0.09	التباين المشترك		2/−0,0017
					−0,00085

- حساب معامل الارتباط للسهمين (A.B) :

$$P_{AB} = \frac{\text{cov}(A.B)}{\delta_A \delta_B} = \frac{-0.00085}{0,0011} = -0.772$$

- التباين المشترك للسهمين (A.C):

لسنة	العائد%		$R_A - \bar{R}_A$	$R_C - \bar{R}_C$	$(R_A - \bar{R}_A) * (R_C - \bar{R}_C)$
	A	C			
1	0,15	0,15	0,05	0,06	0,003
2	0,07	0,05	−0,03	−0,04	0,0012
3	0,08	0,07	0.02	_0,02	0,0004
العائد المتوقع	0.1	0.09	التباين المشترك		2/0,0046
					0,0023

- حساب معامل الارتباط للسهمين (A.C) :

$$P_{AC} = \frac{\text{cov}(A.C)}{\delta_A \delta_C} = \frac{0,0023}{0,0023} = +1$$

- التباين المشترك للسهمين **(B.C)**:

$$\mathrm{Cov(B.C)}=\frac{\sum_{i}^{n}(R_B-\overline{R_B})(R_c-\overline{R_c})}{n-1}$$

$$=\frac{(-0.02)(0.06)+(0.03)(-0.04)+(-0.01)(-0.02)}{3-1}$$

$$=-0.0011$$

- حساب معامل الارتباط للسهمين (B.C) :

$$P_{BC}=\frac{\mathrm{cov(B.C)}}{\delta_B\delta_C}=\frac{-0.0011}{0,0014}=-0.785$$

4- حساب الانحراف المعياري لكل محفظة مكونة من سهمين:

المحافظ الممكنة هي: (A.B) و(A.C) و (B.C)، وبالتالي:

$$\delta_{(A.B)}=\sqrt{(0,5)^2(0,043)^2+(0,5)^2(0,0264)^2+2(0,5)(0,5)(-0,00085)}\ -0.014$$

$$\delta_{(A.C)}=\sqrt{(0,5)^2(0,043)^2+(0,5)^2(0,053)^2+2(0,5)(0,5)(0,0023)}=0.048$$

$$\delta_{(B.C)}=\sqrt{(0,5)^2(0,0264)^2+(0,5)^2(0,053)^2+2(0,5)(0,5)(-0,0011)}=0.017$$

ومنه المحفظة التي تحقق أقل مخاطرة هي المحفظة (A.B).