جامعة المجاهد عبد الحفيظ بوالصوف ميلة
مقرر الاحصاء لأساتذة التعليم المتوسط
السنة الأولى رياضيات

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

محاظرات في الاحصاء الوصفي

من إعداد الأستاذة : **د. شناف بشرى**

السنة الدراسية
2026 - 2025

الفصل الثاني: عرض البيانات الإحصائية

بعد جمع البيانات سواء من المصادر التاريخية أو من المصادر الميدانية، فإنها تكون بيانات أولية غير منظمة إحصائيًا، مما يجعل دراستها وتحليلها أمرًا صعبًا. لذلك دعت الحاجة إلى تنظيم وتلخيص هذه البيانات في **جداول توزيع تكراري**، وذلك لتسهيل الفهم واستنتاج النتائج الأولية.

أنواع الجداول الإحصائية

يوجد نوعان من الجداول الاحصائية و هما الجداول التكرارية البسيطة و الجداول التكرارية المركبة

1. الجدول التكراري البسيط:

توزع فيه البيانات حسب صفة واحدة ويتألف عادة من عمودين: الأول يمثل الظاهرة والثاني يمثل تكرارات كل مشاهدة (أي عدد مرات ظهورها) وهو ما يسمى بالتكرار المطلق ويرمز له ب n_i .
الشكل العام لجدول التوزيع التكراري البسيط يكون كما يلي:

الظاهرة x_i	التكرار المطلق n_i
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3
$\vdots$	$\vdots$
x_k	n_k
$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$	

2. الجدول التكراري المركب (المزدوج)

تتوزع البيانات حسب صفتين أو ظاهرتين في نفس الوقت، بحيث تمثل الصفوف الصفة الأولى وتمثل الأعمدة الصفة الثانية، بينما تعبّر خلايا الجدول عن التكرارات المشتركة.
مثال: توزيع الحالة الاجتماعية حسب الجنس لعينة من 50 شخصًا.

الجنس / الحالة الاجتماعية	أرمل	مطلق	متزوج	أعزب	المجموع
ذكور	12	7	4	5	28
إناث	8	1	6	7	22
المجموع	20	8	10	12	50

3. جدول التوزيع التكراري

تختلف طريقة عرض الجدول حسب نوع المتغير لذلك نميز بين الحالات التالية:

أ- بيانات المتغيرات النوعية

لتكوين جدول توزيع تكراري للبيانات النوعية، نحتاج إلى إعداد جدول مكون من عمودين، يخصص العمود الأول بالصفات بعد ترتيبها إن كانت قابلة للترتيب، أما العمود الثاني فهو مخصص للتكرارات.

مثال: البيانات التالية تمثل فصائل الدم لعشرين مريض أجرينا لهم عمليات جراحية في المستشفى خلال أسبوع معين:

$$O, AB, O, B, A, B, O, A, B, O, A, O, A, B, O, B, O, O, AB, A$$

المطلوب: عرض هذه البيانات في جدول تكراري.

فصيلة الدم x_i	عدد المرضى n_i
A	5
B	5
AB	2
O	8
$\Sigma n_i = 20$	

ب- بيانات المتغيرات الكمية المتقطعة

لغرض تبويب بيانات المتغيرات المتقطعة يجب وضعها في جداول مكونة أيضا من عمودين: الأول يخص قيم الظاهرة (المتغير)، والثاني يخص تكرارات الظاهرة.

مثال: البيانات التالية تمثل عدد الأفراد في عينة مكونة من 30 أسرة:

$$4, 3, 5, 4, 3, 4, 5, 4, 3, 4, 5, 3, 5, 4, 3, 4, 2, 2, 5, 4, 4, 2, 5, 4, 2, 3, 2, 5, 3, 5$$

المطلوب: عرض البيانات في جدول التوزيع التكراري.

حجم الأسرة x_i	عدد الأسر n_i
2	5
3	7
4	10
5	8
$\Sigma n_i = 30$	

ج- بيانات المتغيرات الكمية المستمرة

هي أكثر المتغيرات استخداما ويمكن أن تأخذ مفرداتها أرقاما صحيحة وكسريّة. فعند دراسة متغير كمّي مستمر يضم مجال الدراسة ما لانهاية من القيم. ولتعذّر وضع هذه القيم، نقسم هذا المجال إلى مجالات جزئية تسمى فئات، حيث يحدد عدد الفئات حسب حجم العينة وحسب توزيع الوحدات الإحصائية في مجال الدراسة. ولتكوين جدول التوزيع التكراري لمتغير مستمر نتبع الخطوات التالية:

ج-1 استخراج مدى المتغير (L'étendue)

المدى هو المجال الذي تنتشر فيه البيانات وهو الفرق بين أكبر قيمة في البيانات وأصغر قيمة لها.

$$\text{أصغر قيمة} - \text{أكبر قيمة} = \text{المدى}$$

ج-2 تحديد عدد الفئات

هناك عدة طرق تقريبية لإيجاد عدد الفئات منها:
طريقة ستورج :(Sturges) تعطى معادلة ستورج بالصيغة التالية:

$$K = 1 + 3{,}322 \log(n)$$

حيث أن:

- k : عدد الفئات
- n : عدد القيم (عدد المشاهدات)
- $\log(.)$: اللوغاريتم العشري

طريقة يول :(Yule) تعطى معادلة يول لحساب عدد الفئات بالعلاقة التالية:

$$K = 2{,}5\sqrt[4]{N}$$

ج-3 تحديد طول الفئة

يتم تحديد طول الفئة بالعلاقة التالية:

$$\text{طول الفئة} = \frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}}$$

ج-4 كتابة حدود الفئات

في هذه المرحلة يتم تحديد بداية ونهاية كل فئة، على أن تكون بداية الفئة الأولى بأصغر قيمة في البيانات ونهاية الفئة الأخيرة بأكبر قيمة في البيانات.

بعد تحديد الفئات، نقوم بعرض بيانات المتغير المستمر في جدول إحصائي مكون أيضا من عمودين، الأول خاص بالفئات والثاني يخص التكرارات.

مثال

البيانات التالية تمثل أوزان أكياس البطاطا بالكيلوغرام:

26, 23, 55, 40, 56, 52, 66,

14, 64, 51, 44, 38, 42, 49,

38, 42, 16, 67, 63, 30, 26,

45, 67, 42, 35, 53, 15, 14,

40, 50, 45, 50, 57, 56, 60,

49, 52, 35, 39, 53, 46, 24

المطلوب: إعداد جدول التوزيع التكراري علما أن عدد الفئات هو 6.

الحل:

تحديد المدى:

$$\text{المدى} = \text{أكبر قيمة} - \text{أصغر قيمة}$$

$$= 67 - 14 = 53$$

تحديد طول الفئة:

$$\text{طول الفئة} = \frac{53}{6} = 8{,}83 \approx 9$$

عرض البيانات في جدول تكراري:

فئات الوزن C_i	التكرار n_i
$[14 - 23[$	4
$[23 - 32[$	5
$[32 - 41[$	7
$[41 - 50[$	7
$[50 - 59[$	11
$[59 - 67[$	8
$\Sigma n_i = 42$	

أنواع التوزيعات التكرارية

1. التكرار النسبي والنسبي المئوي (Fréquence relative, et relative en pourcentage)

بعد إعداد جدول التوزيع التكراري يكون من المناسب في أغلب الأحيان عرض البيانات في شكل توزيع تكراري نسبي للتعبير عن الأهمية النسبية لتكرار كل فئة بالنسبة لإجمالي التكرارات. ويحسب التكرار النسبي (f_i) كالآتي:

$$f_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$$

$$\sum f_i = 1$$

مع العلم أن مجموع التكرارات النسبية تساوي 1.

$$\sum f_i = f_1 + f_2 + \cdots + f_k = \frac{n_1}{\sum n_i} + \frac{n_2}{\sum n_i} + \cdots + \frac{n_k}{\sum n_i} = \frac{\sum n_i}{\sum n_i} = 1$$

ويمكن تحويل التكرار النسبي إلى تكرار نسبي مئوي $(f_i\%)$ بضربه في 100:

$$(f_i\%) = f_i \times 100$$

مثال: فيما يلي توزيع عينة من 50 أسرة حسب عدد الأطفال:

$f_i\%$	f_i	عدد الأسر n_i	عدد الأطفال x_i
4	$2/50 = 0.04$	2	1
4	04.0	2	2
6	06.0	3	3
8	08.0	4	4
16	16.0	8	5
20	20.0	10	6
30	30.0	15	7
8	08.0	4	8
4	04.0	2	9
100	1	50	Σ

2. التكرارات المتجمعة (Fréquence Cumulée)

يمكن أن نحتاج أيضا في الجداول الإحصائية إلى معلومات إضافية عن البيانات، فمثلا قد تحتاج إلى معرفة المفردات التي تقل قيمتها أو تزيد عن حد معين، وهذه المعلومة نحصل عليها من خلال إيجاد التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة.

أ- التكرار المتجمع الصاعد $(n_i^{\uparrow}, f_i^{\uparrow})$

التكرار المتجمع الصاعد لفئة معينة يمثل تكرارات المفردات التي قيمها أقل من الحد الأعلى للفئة المقابلة. يحسب انطلاقا من أعلى الجدول إلى أسفله، ونقوم بجمع التكرارات سواء مطلقة أو نسبية كما موضح في الشكل الآتي:

$$\begin{cases} n_1^{\uparrow} = n_1 \\ n_2^{\uparrow} = n_1 + n_2 \\ n_3^{\uparrow} = n_1 + n_2 + n_3 \\ \vdots \\ n_k^{\uparrow} = \sum n_i \end{cases}$$

ب- التكرار المتجمع النازل $(n_i^{\downarrow}, f_i^{\downarrow})$

يمثل التكرار المتجمع النازل لفئة معينة مجموع المفردات التي تزيد قيمها عن الحد الأدنى للفئة المقابلة، ويحسب انطلاقا من أسفل الجدول إلى أعلاه كما يلي:

$$\begin{cases} n_1^{\downarrow} = \sum n_i \\ n_2^{\downarrow} = \sum n_i - n_1 \\ n_3^{\downarrow} = \sum n_i - n_1 - n_2 \\ \vdots \\ n_k^{\downarrow} = n_k \end{cases}$$

مثال: التكرار النسبي والتكرار المتجمع الصاعد والنازل

$f_i^{\downarrow}$	$f_i^{\uparrow}$	$n_i^{\downarrow}$	$n_i^{\uparrow}$	f_i	n_i	x_i
1	04.0	50	2	04.0	2	1
96.0	08.0	48	4	04.0	2	2
92.0	14.0	46	7	06.0	3	3
86.0	22.0	43	11	08.0	4	4
78.0	38.0	39	19	16.0	8	5
62.0	58.0	31	29	20.0	10	6
42.0	88.0	21	44	30.0	15	7
12.0	96.0	6	48	08.0	4	8
04.0	1	2	50	04.0	2	9
-	-	-	-	1	50	Σ

العرض البياني

تساعد الرسومات البيانية على إعطاء صورة أوضح حول أشكال التوزيعات التكرارية، فكل تكرار له رسم بياني خاص به وذلك حسب نوع المتغير.

1. العرض البياني في حالة متغير متقطع

أ- التمثيل البياني للتكرارات المطلقة

أ- 1 البيان بالأعمدة: يرسم البيان بالأعمدة على محورين، الأفقي يمثل المتغير، والرأسي يمثل التكرارات المطلقة، فيتم رسم هذه الأخيرة في المتغير المتقطع على شكل بيان بالأعمدة، وهو عبارة عن خطوط مستقيمة عمودية تنطلق من المحور الأفقي.

أ- 2 المضلع التكراري: هو عبارة عن خطوط مستقيمة تقوم بالربط ما بين رؤوس الأعمدة، وذلك عند القيام بالوصل بخط مستقيم بين كل نقطتين متجاورتين.

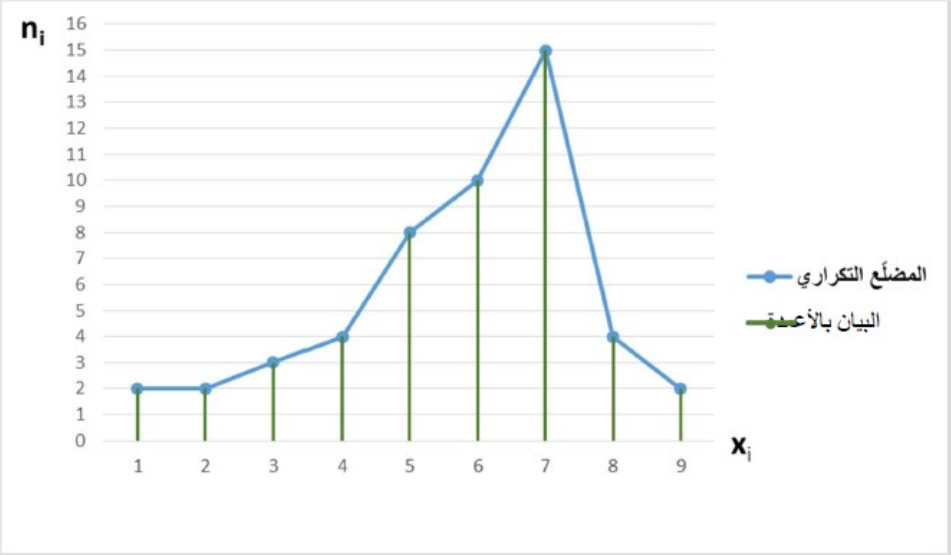
مثال

قم برسم البيان بالأعمدة والمضلع التكراري: بالاعتماد على بيانات الجدول.

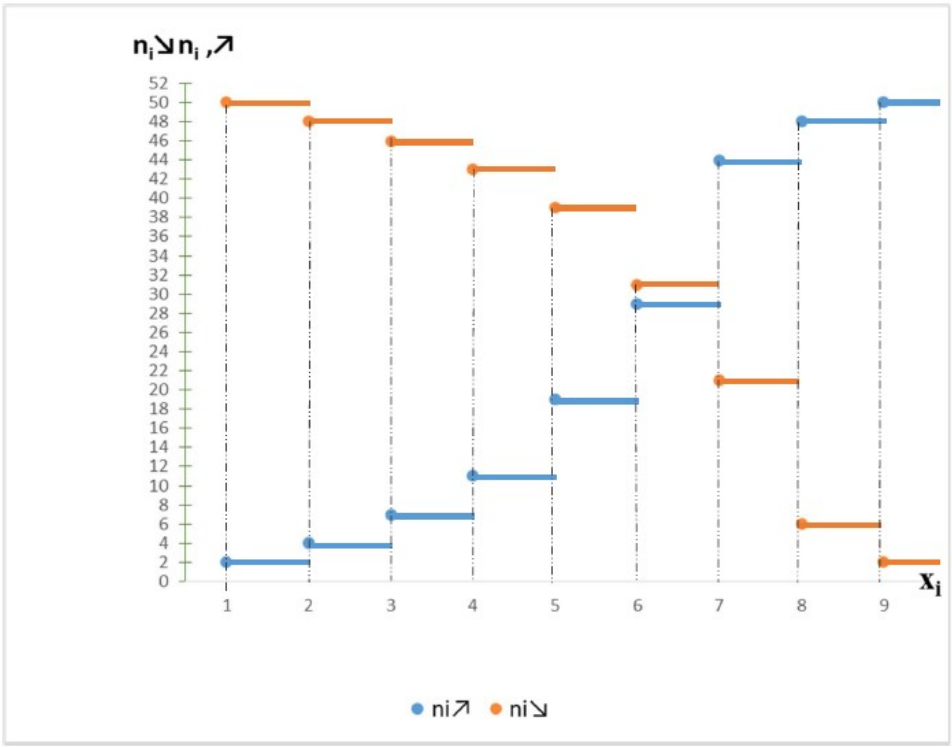
ب- التمثيل البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة في المتغير المتقطع

التمثيل البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة عبارة عن قطع مستقيمة متصاعدة حسب تصاعد التكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لكل قيمة من قيم المتغير الإحصائي المدروس، أما العرض البياني للتكرارات المتجمعة النازلة فهي قطع مستقيمة نازلة، وهذا ما يسمى البيان بالتدرج، لأنه على شكل درج.

نحصل على البيان أدناه: $n_i^{\downarrow}$ و $n_i^{\uparrow}$ والتي تخص - بأخذ معطيات الجدول.



شكل ١: البيان بالأعمدة و المضلع التكراري



شكل ٢: العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة و النازلة في حالة متغير متقطع

2. العرض البياني في حالة متغير مستمر

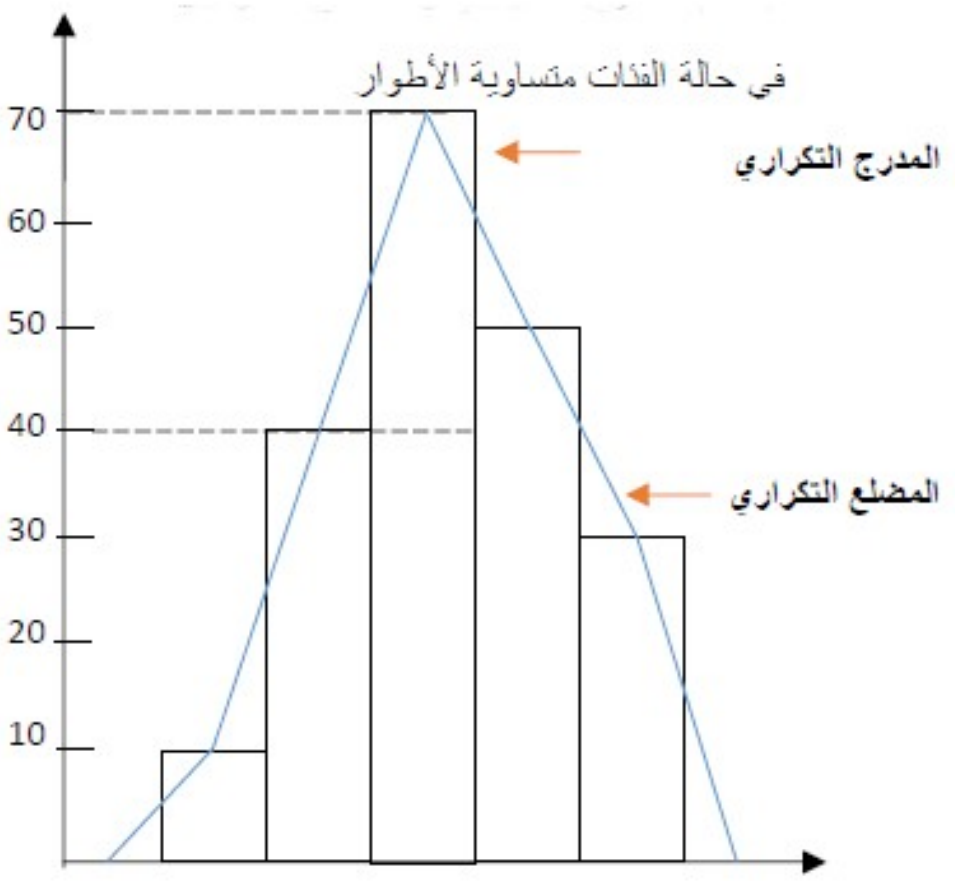
أ- المدرج التكراري والمضلع التكراري (L'histogramme + Polygone)

المدرج التكراري عبارة عن مستطيلات رأسية، تمتد قواعدها على المحور الأفقي لتمثل "أطوال الفئات"، ويمكن أن نميز بين حالتين عند رسم المدرج التكراري:

أ- **1 حالة تساوي أطوال الفئات:** في هذه الحالة لا يكون هناك أي تعديل على المعطيات.
مثال: يبين الجدول الموالي توزيع عمال محل ما حسب الراتب الشهري.

8): توزيع العمال حسب الراتب الشهري (ألف دج) - الجدول (2)

الأجور c_i	14--18	18--22	22--26	26--32	32--36
عدد العمال n_i	10	40	70	50	30
المجموع = 200					



شكل ٣: المدرج التكراري و المضلع التكراري

لرسم المضلع التكراري، يجب أولا إضافة فئتين وهميتين، إحداهما قبل المدرج التكراري والأخرى في نهايته، ثم نحدد مركز كل فئة ونقوم بالوصل بين مختلف النقاط، وهذا ما يشكل المضلع التكراري.
ملاحظة: مساحة المضلع التكراري تكون مساوية لمساحة المدرج التكراري.

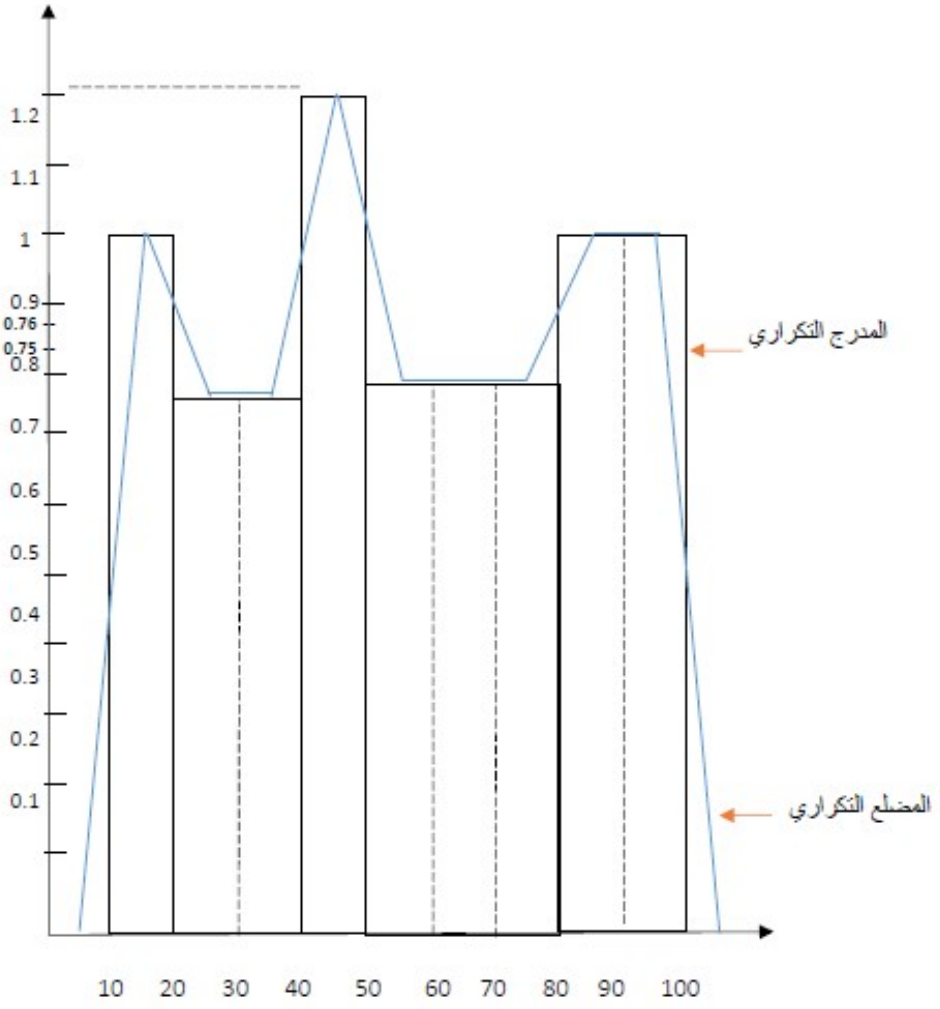
أ- **2 حالة عدم تساوي أطوال الفئات:** في هذه الحالة لابد من تعديل التكرارات وذلك من خلال حساب التكرارات المصححة بحيث أن التكرار المصحح:

$$\frac{n_i}{d} = \frac{\text{التكرار المطلق}}{\text{طول الفئة}} = n_c$$

مثال: الجدول الموالي يبين عدد صناديق البطاطا المنتجة حسب الوزن:

9): وزن صناديق البطاطا المنتجة - الجدول (2)

الوزن c_i	عدد الصناديق n_i	طول الفئة d	التكرار المصحح n_c
20--10	10	10	1
40--20	15	20	75.0
50--40	12	10	2.1
80--50	23	30	76.0
100--80	20	20	1
Σ	80	-	-



شكل ٤: المدرج التكراري و المضلع التكراري في حالة الفئات غير متساوية الأطوار

لرسم المضلع التكراري في حالة عدم تساوي أطوال الفئات نتبع المراحل التالية:

- نقوم بتحديد فئات افتراضية قبل وبعد المدرج.
- نقسم كل فئة على أساس أصغر فئة، وبالتالي نتحصل على مستطيلات إضافية تكون متساوية في طول الفئة.
- نقوم بتحديد مركز كل فئة (مستطيل) جديد.
- نقوم بالوصل ما بين مختلف النقاط المتحصل عليها.

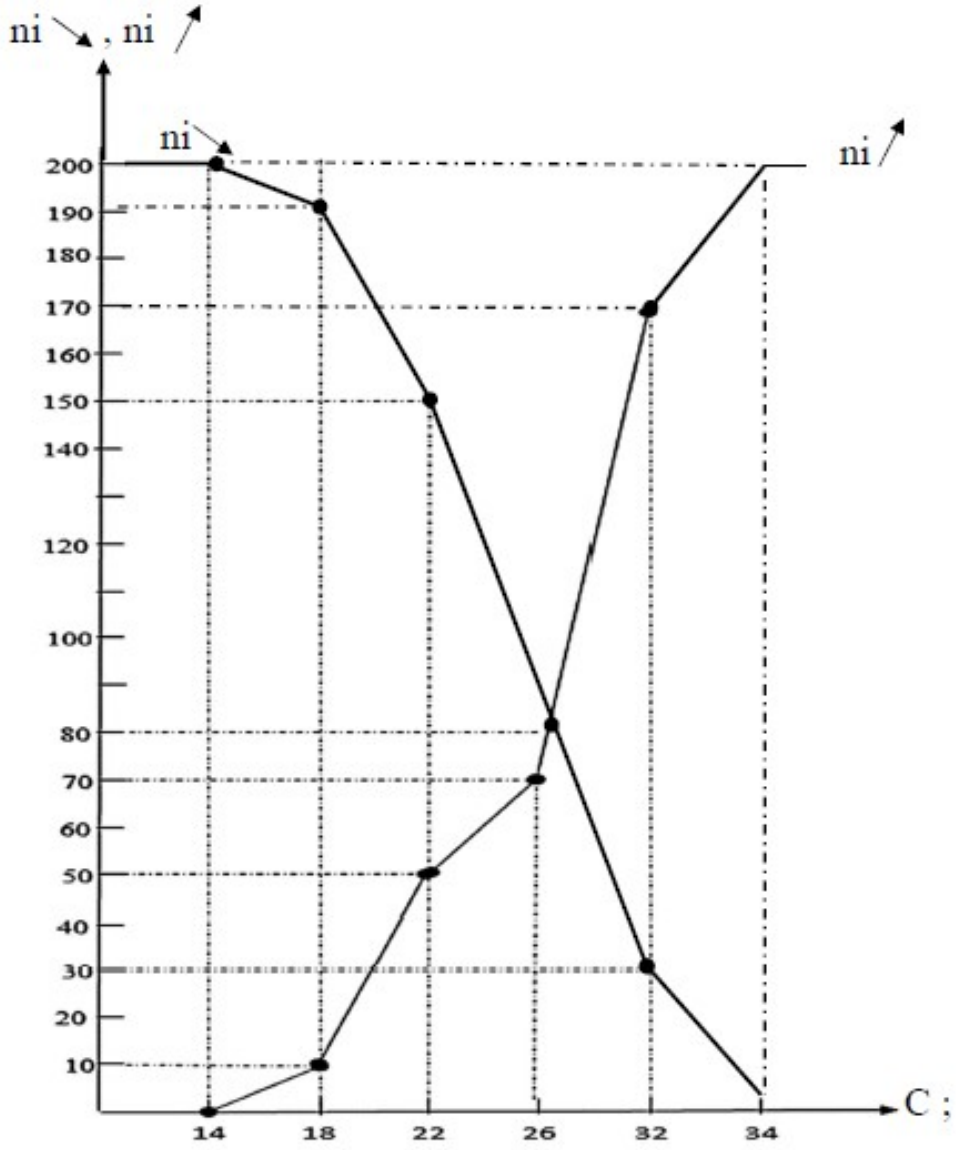
ب- العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة في المتغير المستمر

نقوم بتمثيل نقاط الحدود العليا للفئات والتكرارات المتجمعة الصاعدة المقابلة لها، أما في منحنى $n_i^{\uparrow}$ فنقوم بتمثيل نقاط الحدود الدنيا للفئات وللتكرارات المتجمعة النازلة المقابلة لها $n_i^{\downarrow}$.

مثال: نقوم بتمثيل التكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة بالاعتماد على بيانات الجدول (2).

10): وزن صناديق البطاطا المنتجة - الجدول (2)

$n_i^{\downarrow}$	$n_i^{\uparrow}$	عدد العمال n_i	الأجور c_i
200	10	10	18--14
190	50	40	22--18
150	120	70	26--22
80	170	50	32--26
30	200	30	34--32
-	-	200	Σ



شكل ٥: العرض البياني للتكرارات المتجمعة الصاعدة والنازلة في المتغير المستمر