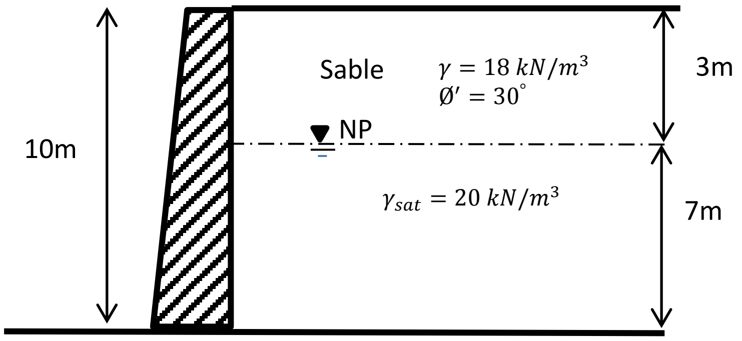
Exercice 1:

Soit un mur de soutènement supportant un massif de sol pulvérulent dont la partie inférieure et saturée.

- Calculer et tracer le diagramme donnant la variation de σ'_h et σ'_{ha} en fonction de la profondeur ?



Solution :

1. La contrainte horizontale σ'_h

La relation entre σ_h et σ_v s'exprime en fonction de contraintes effectives ; c'est-à-dire :

$\sigma'_h = K_0\, \sigma'_v = K_0\, .\gamma'.Z$

A. <u>sable non saturé :</u>

$\sigma'_h = K_0\, .\gamma'.Z \qquad (0 \le Z \le 3m)$

Avec : $K_0 = 1 - \sin \emptyset'$ (formule de Jaky)

$K_0 = 1 - \sin 30 = 0{,}5$

Pour $Z = 0$ $\quad \sigma'_h = \mathbf{0}$

Pour $Z = 3m$ $\quad \sigma'_h = 0{,}5\,.\,18\,.\,3 = \mathbf{27\ kN/m^2}$

B. <u>sable saturé :</u>

$\sigma'_h = K_0\, \sigma'_v = K_0\, .(18\,.\,3 + \gamma'.\ Z) \qquad (0 \le Z \le 7m)$

Pour $Z = 0$ $\quad \sigma'_h = 0{,}5\,.\,18\,.\,3 = \mathbf{27\ kN/m^2}$

Pour $Z = 7m$ $\quad \sigma'_h = 0{,}5\,.(18\,.\,3 + [20 - 10].7) = \mathbf{62\ kN/m^2}$

2. La contrainte horizontale à l'équilibre de poussée σ'_{ha} :

$$\sigma'_{ha} = \sigma'_v \tan^2\left(45 - {\emptyset'}/{2}\right) - 2c' \tan\left(45 - {\emptyset'}/{2}\right)$$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {30}/{2}\right) = \mathbf{0{,}333}$$

A. <u>sable non saturé :</u> **(c' = 0 c'est un sol pulvérulent)**

$\sigma'_{ha} = \sigma'_v \tan^2\left(45 - {\varnothing'}/_{2}\right) \qquad (0 \leq Z \leq 3m)$

$\sigma'_{ha} = 0{,}333\,.\gamma'.Z$

Pour Z = 0 $\quad \sigma'_{ha} = \mathbf{0}$

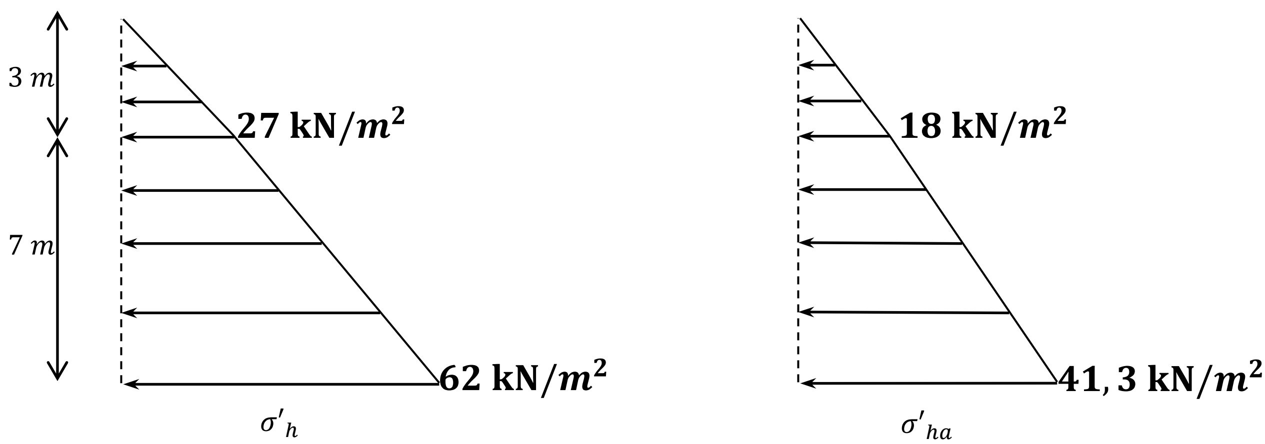
Pour Z = 3m $\quad \sigma'_{ha} = 0{,}333\,.\,18\,.\,3 = \mathbf{18\ kN/m^2}$

B. <u>sable saturé :</u>

$\sigma'_{ha} = K_a\,\sigma'_v = K_a\,.(18\,.3 + \gamma'.\ Z) \qquad (0 \leq Z \leq 7m)$

Pour Z = 0 $\quad \sigma'_{ha} = 0{,}333\,.\,18\,.\,3 = \mathbf{18\ kN/m^2}$

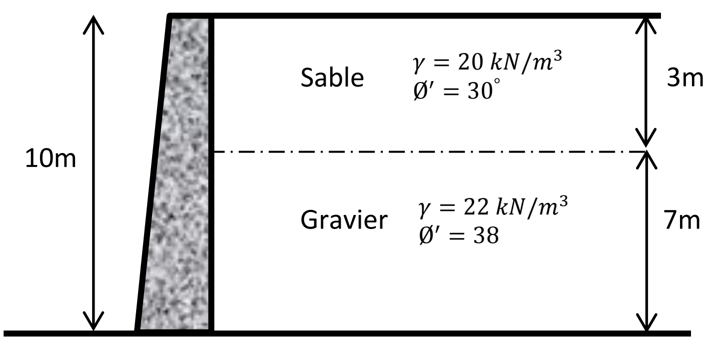
Pour Z = 7m $\quad \sigma'_{ha} = 0{,}333\,.(18\,.3 + [20-10].7) = \mathbf{41{,}3\ kN/m^2}$



Exercice 2 :

Cas de bi-couche sable et gravier

- Calculer et tracer le diagramme donnant la variation de σ'_{ha} en fonction de la profondeur ?



Solution :

La contrainte horizontale à l'équilibre de poussée :

$$\sigma'_{ha} = \sigma'_v \tan^2\left(45 - \emptyset'/_2\right) - 2c' \tan\left(45 - \emptyset'/_2\right)$$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{30}/_2\right) = \mathbf{0,333}$$

A. sable: **(c' = 0 c'est un sol pulvérulent)**

$$\sigma'_{ha} = \sigma'_v \tan^2\left(45 - \emptyset'/_2\right) \qquad (0 \leq Z \leq 3m)$$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{30}/_2\right) = \mathbf{0,333}$$

$$\sigma'_{ha} = 0{,}333\,.\,\gamma'.\,Z$$

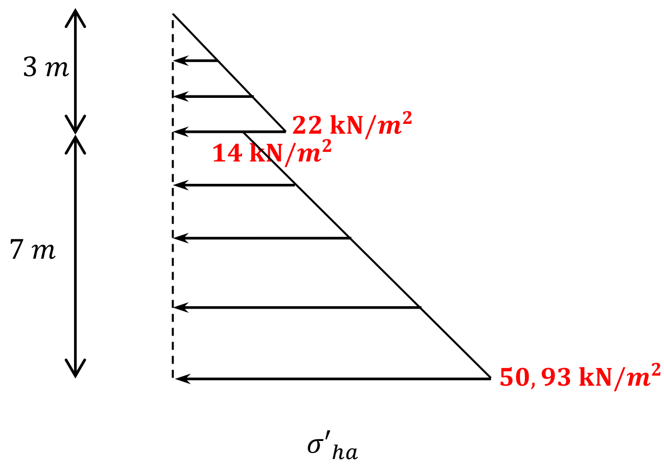
Pour Z = 0 $\sigma'_{ha} = \mathbf{0}$
Pour Z = 3m $\sigma'_{ha} = 0{,}333\,.\,20\,.\,3 = \mathbf{20\ kN/}\boldsymbol{m^2}$

B. gravier :

$$\sigma'_{ha} = K_a\,\sigma'_v = K_a\,.\,(20\,.\,3 + \gamma'.\ Z) \qquad (0 \leq Z \leq 7m)$$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{38}/_2\right) = \mathbf{0,238}$$

Pour Z = 0 $\sigma'_{ha} = 0{,}238\,.\,20\,.\,3 = \mathbf{14,28\ kN/}\boldsymbol{m^2}$
Pour Z = 7m $\sigma'_{ha} = 0{,}238\,.\,(20\,.\,3 + 22\,.\,7) = \mathbf{50,93\ kN/}\boldsymbol{m^2}$



Exercice 3 :

Avec les données de l'exercice 1, calculer la force de poussée P_a appliquée sur le mur ?

Solution :

Lorsqu'on a une nappe d'eau ; la force de poussée est :

$$\mathbf{P_a} = \int_0^{H} \sigma'_{ha}\, dz + \int_0^{H_w} u\, dz_w$$

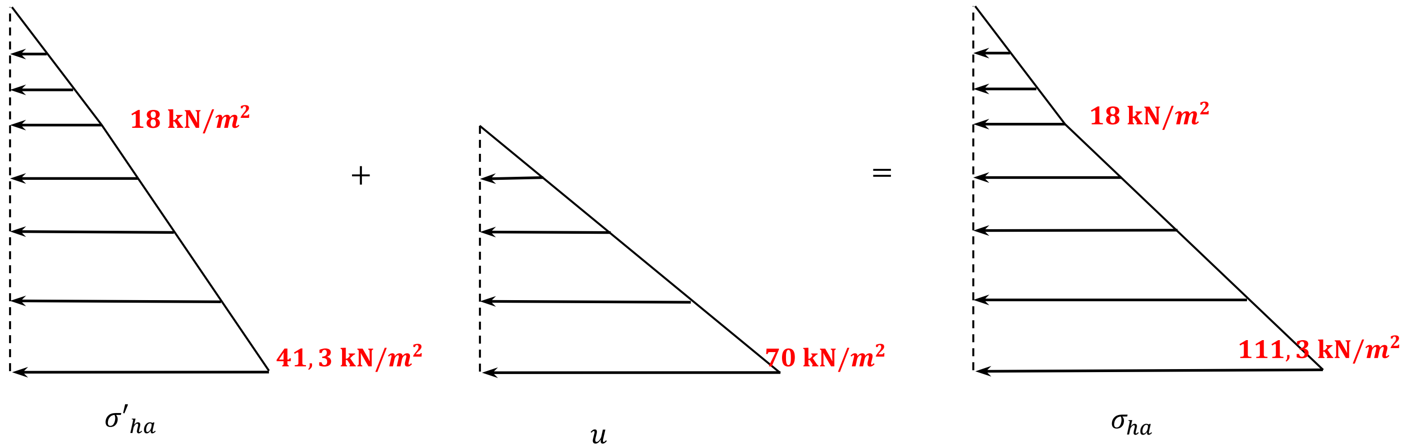
$$\mathbf{P_a} = \int_0^{3} \sigma'_{ha}\, dz + \int_0^{7} \sigma'_{ha}\, dz + \int_0^{7} u\, dz_w$$

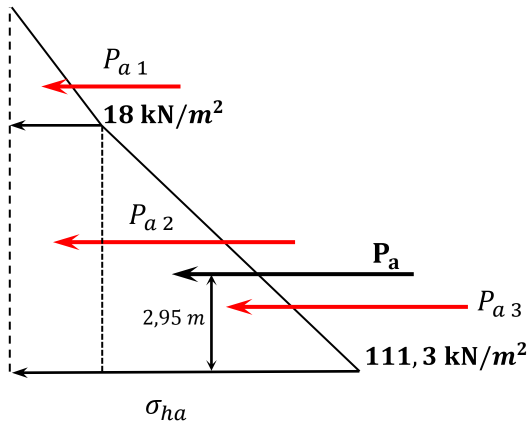
$$\mathbf{P_a} = \int_0^{3} 0{,}333\,.\gamma'.\,Z\, dz + \int_0^{7} 0{,}333.\,(18\,.3 + \gamma'.\; Z)\, dz + \int_0^{7} \gamma_w\,.Z_w\, dz_w$$

$$\mathbf{P_a} = \frac{0{,}333}{2}\,.18\,.3^2 + 0{,}333\,.18\,.3\,.7 + \frac{0{,}333}{2}.\,(20-10)7^2 + \frac{10}{2}7^2$$

$$\mathbf{P_a} = \mathbf{479{,}55\ KN/m}$$

Ou :





La force de poussée P_a peut être calculée en faisant la somme des surfaces de la distribution de σ_{ha} :

$$P_a = P_{a\,1} + P_{a\,2} + P_{a\,3}$$

$$= 18\,.\frac{3}{2} + 18\,.\,7 + (111{,}3 - 18)\ .\frac{7}{2}$$

$$P_a = \mathbf{479{,}55\ KN/m}$$

Point d'application de P_a :

$$\sum M_{base} = 0$$

$$P_a\,.\,Z - P_{a\,1}\,.\,Z_1 - P_{a\,2}\,.\,Z_2 - P_{a\,3}\,.\,Z_3 = 0$$ (Z : bras de levier)

$$479{,}55\,.\,\mathbf{Z} = 27\,.\,8 + 126\,.\,3{,}5 + 326{,}55\,.\ \frac{7}{3}$$

$$\mathbf{Z = 2{,}95\ m}$$

Exercice 4 :

- Calculer la profondeur Z pour laquelle $\sigma_{ha} = 0$ dans le cas d'une couche d'argile saturée de caractéristique :

$\gamma = 18\ kN/m^3\ \ et\ \ C_u = 40\ kPa$

Solution :

Comportement non drainé (à court terme) : le chargement est appliquée d'une manière rapide

- Le calcul se fait en contraintes totales, on utilise c_u et $\varnothing_u = 0$

$$\sigma_{ha} = \sigma_v K_a - 2c_u\sqrt{K_a}$$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{\varnothing_u}/_2\right) = 1$$

Donc : $\sigma_{ha} = \sigma_v - 2c_u$

lorsque $\sigma_{ha} = 0$ on trouve que : $\sigma_v = 2c_u$

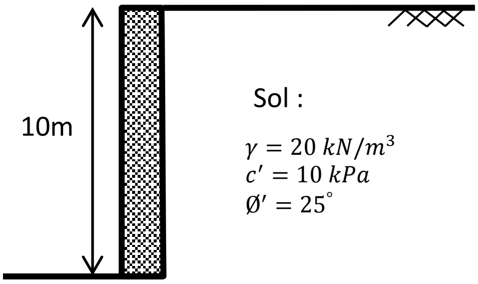
$$\gamma\,.\,Z = 2c_u$$

$$Z = \frac{2\,c_u}{\gamma} = \frac{2\,.\,40}{18} = \boldsymbol{4{,}44\ m}$$

Exercice 5:

Soit un mur de soutènement vertical supportant un massif de sol à surface horizontale, ayant un angle de frottement et une cohésion. Si le sol est en état de rupture de poussée.

- Déterminer la force de poussée sur ce mur illustré ci-dessous et trouver le point d'application de cette force ?



La force de poussée par unité de longueur est :

$$\mathbf{P_a} = \int_0^H \sigma'_{ha}\, dz$$

avec : $\sigma'_{ha} = \sigma'_v \tan^2\left(45 - {\varnothing'}/{2}\right) - 2c' \tan\left(45 - {\varnothing'}/{2}\right)$

$$\sigma'_{ha} = \gamma'.Z.K_a - 2c'\sqrt{K_a}$$

Et : $K_a = \tan^2\left(45 - {25}/{2}\right) = \mathbf{0,405}$

Pour Z = 0 $\quad \sigma'_{ha} = -2c'\sqrt{K_a} = -2\,.\,10\sqrt{0,405} = \mathbf{-12,7\ kN/m^2}$

Pour Z = 10m $\quad \sigma'_{ha} = 20\,.\,10\,.\,0,405 - 2\,.\,10\sqrt{0,405} = \mathbf{68,3\ kN/m^2}$

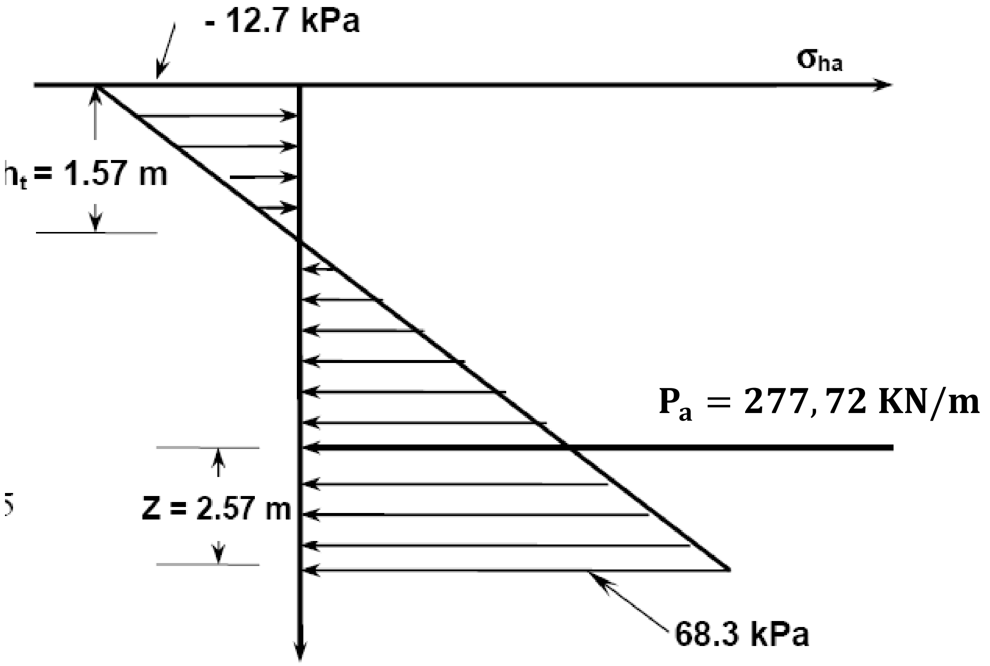
lorsque $\sigma_{ha} = 0$ on trouve que :

$$Z = \frac{2\,c'}{\gamma\sqrt{K_a}} = \frac{2\,.\,10}{20\sqrt{0,405}} = \mathbf{1,57\ m}$$

La force de poussée est :

$$\mathbf{P_a} = \int_0^H \sigma'_{ha}\, dz = \frac{1}{2}.\gamma\,.H^2\,.K_a - 2c'\sqrt{K_a}\ .H$$

$$\mathbf{P_a} = \frac{1}{2} . 20 . 10^2 . \; 0{,}405 - 2 . 10\sqrt{0{,}405} \; . 10 = \mathbf{277{,}72\ KN/m}$$



Point d'application de P_a :

$\sum M_{base} = 0$

$P_a . Z - P_{a\,1} . Z_1 - P_{a\,2} . Z_2 = 0$ (Z : bras de levier)

$$\mathbf{Z = 2{,}57\ m}$$

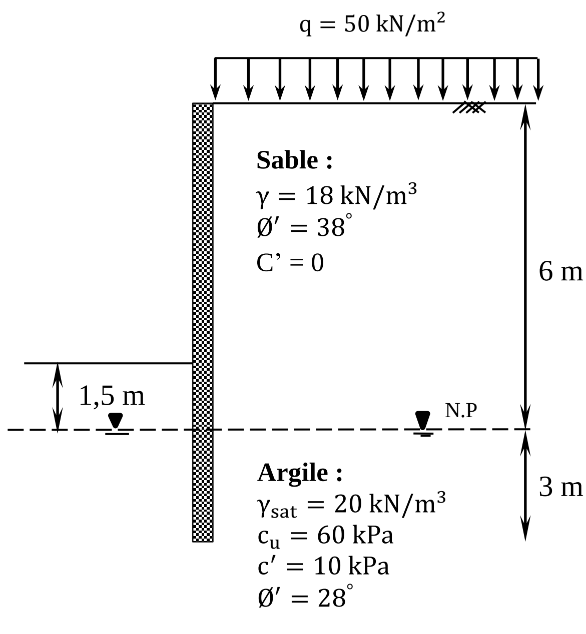
Remarque : *généralement on néglige la partie tendue de l'argile, dans ce cas :*

$$\mathbf{P_a} = \frac{1}{2} . 68{,}3 . (10 - 1{,}57) = \mathbf{287{,}88\ KN/m}$$

Exercice 6 :

Soit un écran de soutènement supportant un massif de sable de 6 m d'épaisseur reposant sur une couche d'argile saturée dont les caractéristiques sont données dans la figure ci-contre. Par la méthode de Rankine, on vous demande de :

Déterminez la force de poussée P_a et P_P et leurs points d'application à long terme ?



Solution :

L'équilibre actif :

La contrainte de poussée est : $\sigma'_{ha} = K_a\sigma_v - 2c'\sqrt{K_a}$ et $\sigma_v = q + \gamma' Z$

a. Couche de sable :

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{38}/_{2}\right) = \mathbf{0,24}$$

Contrainte de poussée :

$$\sigma'_{ha} = 0{,}24(q + \gamma' Z) - 2(0)\sqrt{0{,}24} \qquad 0 < Z < 6m$$

Pour Z = 0 : $\sigma'_{ha} = 0{,}24\,(50 + 18\,.\,0) = \mathbf{12\ kn/m^2}$

Pour Z = 6m : $\sigma'_{ha} = 0{,}24\,(50 + 18\,.\,6) = \mathbf{37,9\ kn/m^2}$

b. Couche d'argile : A long terme, on utilise c' et $\emptyset'$

$$K_a = \tan^2\left(45 - {}^{28}/_{2}\right) = \mathbf{0,36}$$

On remarque que la nappe d'eau se trouve dans les deux cotés (amont et aval) ; dans ce cas les pressions de l'eau ont la même intensité ; leur effet soit nul

$$\sigma'_{ha} = K_a\sigma'_v - 2C'\sqrt{K_a} \qquad 0 < Z < 3m$$

$$\sigma'_{ha} = K_a[50 + 18\,.\,6 + (\gamma_{sat} - \gamma_w)Z] - 2C'\sqrt{K_a}$$

Pour Z = 0 : $\sigma'_{ha} = 0{,}36[50 + 18\,.\,6] - 2\,.\,10\sqrt{0{,}36} = \mathbf{44,9\ kn/m^2}$

Pour Z = 3m : $\sigma'_{ha} = 0{,}36[50 + 18\,.\,6 + (20 - 10)\,.\,3] - 2\,.\,10\sqrt{0{,}36} = \mathbf{55,68\ kn/m^2}$

L'équilibre passif :

La contrainte de butée est : $\sigma'_{hp} = K_p\sigma'_v + 2c'\sqrt{K_p}$

a. **Couche de sable :**

$$K_p = \tan^2\left(45 + {}^{38}/_{2}\right) = \mathbf{4,17}$$

$$\sigma'_{hp} = 4{,}17\,.\,\gamma'.\,Z + 2(0)\sqrt{4{,}17} \qquad 0 < Z < 1{,}5m$$

Pour Z = 0 : $\sigma'_{hp} = 4{,}17\,(18\,.\,0) = \mathbf{0}$

Pour Z = 1,5 m : $\sigma'_{hp} = 4{,}17\ (18\ .\ 1{,}5) = \mathbf{112{,}6\ kn/m^2}$

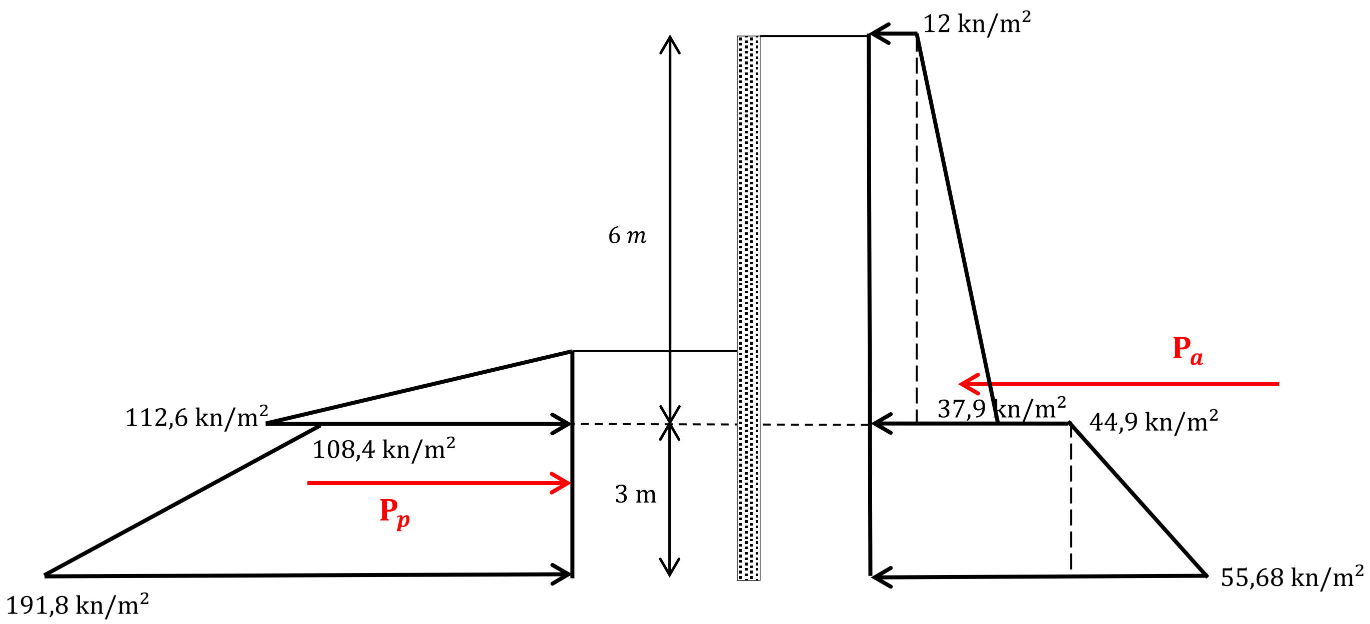
b. Couche d'argile : A long terme, on utilise c' et $\emptyset'$

$$K_p = \tan^2\left(45 + {}^{28}/_{2}\right) = \mathbf{2{,}78}$$

$\sigma'_{hp} = K_p\sigma'_v + 2C'\sqrt{K_p}$ $\qquad$ $0 < Z < 3m$

Pour Z = 0 : $\sigma_{hp} = 2{,}78[18\ .\ 1{,}5 + (20 - 10).\ 0] + 2\ .\ 10\sqrt{2{,}78} = \mathbf{108{,}4\ kn/m^2}$

Pour Z = 3m : $\sigma_{hp} = 2{,}78[18\ .\ 1{,}5 + (20 - 10)\ .\ 3] + 2\ .\ 10\sqrt{2{,}78} = \mathbf{191{,}8\ kn/m^2}$



La force de poussée P_a peut être calculée en faisant la somme des surfaces de la distribution de σ'_{ha} :

$$P_a = 12\ .\ 6 + (37{,}9 - 12)\ .\frac{6}{2} + 44{,}9\ .\ 3 + (55{,}68 - 44{,}9)\ .\frac{3}{2}$$

$$P_a = 72 + 77{,}7 + 134{,}7 + 16{,}17 = \mathbf{300{,}6\ kn/m}$$

Point d'application de P_a :

$\sum M_{base} = 0$

$$300{,}6\ .\ \mathbf{Z} = 72\ .\ 6 + 77{,}7\ .\left(3 + \frac{6}{3}\right) + 134{,}7\ .\frac{3}{2} + 16{,}17\ .\ \frac{3}{3}$$

$$\mathbf{Z = 3{,}45\ m}$$

La force de butée P_p peut être calculée en faisant la somme des surfaces de la distribution de σ'_{hp} :

$$P_p = 112{,}6 \cdot \frac{1{,}5}{2} + 108{,}4 \cdot 3 + (191{,}8 - 108{,}4) \cdot \frac{3}{2}$$

$$P_p = 84{,}45 + 325{,}2 + 125{,}15 = \mathbf{534{,}75\ kn/m}$$

Point d'application de P_p :

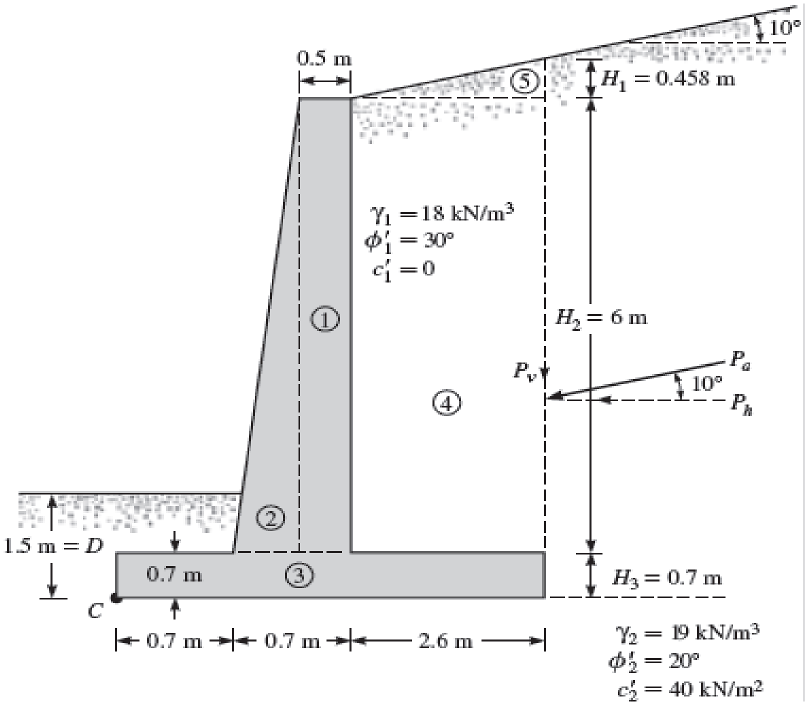
$\sum M_{base} = 0$

$$\mathbf{534{,}75 \cdot Z} = 84{,}45 \cdot \left(3 + \frac{1}{2}\right) + 325{,}2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) + 125{,}15 \cdot \frac{3}{3}$$

$$\mathbf{Z = 1{,}7\ m}$$

Exercice 7 :

Soit un mur de soutènement en béton armé illustré ci-dessous. Calculer le coefficient de sécurité vis-à-vis au glissement sur la base de mur et au renversement ?



Solution :

1. Le coefficient de sécurité de mur vis-à-vis au glissement sur la base de la fondation :

$$F_G = \frac{\sum \text{forces stabilisatrices}}{\sum \text{forces déstabilisatrices}}$$

$$F_G = \frac{B\,c_i + N\tan\delta + P_p}{P_a\cos\beta}$$

N: $\sum$ des forces verticales, y compris P_v

La force de poussée Pa :

$$\mathbf{P_a} = \frac{1}{2}.\gamma.H^2.K_a$$

H = H_1 + H_2 + H_3

H = 0,458 + 6 + 0,7 = 7,158 m

Et :

$$K_a = \frac{\cos\beta - \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\emptyset}}{\cos\beta + \sqrt{\cos^2\beta - \cos^2\emptyset}} = \frac{\cos 10 - \sqrt{\cos^2 10 - \cos^2 30}}{\cos 10 + \sqrt{\cos^2 10 - \cos^2 30}} = \mathbf{0,35}$$

Donc :

$$\mathbf{P_a} = \frac{1}{2}.18.7{,}158^2.0{,}35 = \mathbf{161,4\ kn/m}$$

$$\mathbf{P_h} = P_a\cos\beta = 161{,}4\cos 10 = \mathbf{158,95\ kn/m}$$

$$\mathbf{P_v} = P_a\sin\beta = 161{,}4\sin 10 = \mathbf{28,02\ kn/m}$$

$$N = \text{le poids de l'élément } 1+2+3+4+5, \text{y compris } P_v$$

Section	Surface (m2)	Poids
1	6 . 0,5 = 3	3 . 25 =75 kN/m
2	0,5 . 0,2 . 6 = 0,6	0,6 . 25 = 15
3	4 . 0,7 = 2,8	2,8 . 25 = 70
4	2,6 . 6 = 15,6	15,8 . 18 = 280,8
5	0,5 . 2,6 . 0,485 = 0,595	0,595 . 18 = 10,71

Donc : N = **479,53 KN/m**

La largeur de la semelle **B** = 2,6 + 0,7 + 0,7 = **4 m**

c_i **:** Cohésion d’interface entre le sol et la fondation, on prend :

$$c_i = \left(\frac{2}{3}\right)c' = \left(\frac{2}{3}\right)40 = \mathbf{26,666\ KPa}$$

δ **:** Angle de frottement entre le sol et la fondation, on prend

$$\delta = \left(\frac{2}{3}\right)\emptyset' = \left(\frac{2}{3}\right)20 = \mathbf{13,333°}$$

La force de butée Pp :

$$\mathbf{P_p} = \frac{1}{2}.\gamma\,.\,\mathrm{D}^2\,.\,\mathrm{K_p} + 2c'\sqrt{K_p}\,.\,D$$

$$\mathbf{P_p} = \frac{1}{2}.\,19\,.\,1{,}5^2\,.\,2{,}04 + 2\,.\,40\sqrt{2{,}04}\,.\,1{,}5 = \mathbf{215\ KN/m}$$

Le coefficient de sécurité vis-à-vis au glissement est :

$$\mathrm{F_G} = \frac{4\,.\,26{,}666 + 479{,}53\tan 13{,}333 + 215}{158{,}95} = \mathbf{2,73}\ > 1{,}5 \qquad \boldsymbol{ok}$$

2. Le coefficient de sécurité vis-à-vis au renversement :

$$\mathrm{F_R} = \frac{\sum M_s}{\sum M_{dést}}$$

$$\mathrm{F_R} = \frac{\mathrm{M_1} + \mathrm{M_2} + \mathrm{M_3} + \mathrm{M_4} + M_5 + \mathrm{P_a}\sin\beta\,.\ \mathrm{B}}{\mathrm{P_a}\cos\beta\ {}^{\mathrm{H}}\!/_{3}}$$

Moment = Poids * Bras de levier (par rapport au point de rotation)

M_1 = 75 . 1,15 = 86,25 KN.m

M_2 = 15 . (0,7+ 0,2 . 2/3) = 12,5 KN.m

M_3 = 70 . 2 = 140 KN.m

M_4 = 280,8 . (1,4 + 2,6/2) = 758,16 KN.m

M_5 = 10,71 . (1,4 + 2,6 . 2/3) = 33,55 KN.m

$\mathrm{P_a}\sin\beta\,.\ \mathrm{B} = 28{,}02\,.\,4 = 112{,}1\ KN.m$

Donc :

$$\mathrm{F_R} = \frac{86{,}25 + 12{,}5 + 140 + 758{,}16 + 33{,}55 + 112{,}1}{158{,}95\,.\ {}^{7,158}\!/_{3}} = \mathbf{3,01}\ > 1{,}5 \quad \boldsymbol{ok}$$