

المتغيرات العشوائية المستمرة

التمرين 1:

X متغير عشوائي مستمر له الدالة الاحتمالية التالية:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{27}(1+x) & ; 2 \leq x \leq 5 \\ 0 & ; x \notin [2;5] \end{cases}$$

- تأكد أن f(x) دالة كثافة احتمالية.
- أوجد دالة التوزيع F(x).
- أحسب $P(x < 3)$; $P(3 \leq x < 4)$

التمرين 2:

ليكن X متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية:

$$f(x) = \begin{cases} 10 & ; 0.95 \leq x \leq 1.05 \\ 0 & ; x \notin [0.95;1.05] \end{cases}$$

- أوجد دالة التوزيع التجميعية F(x).
- أوجد x_i الذي يحقق $P(X > x_i) = 0.90$

التمرين 3:

ليكن X متغير عشوائي له دالة التوزيع التجميعية F(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < -1 \\ \frac{x^3+1}{9} & ; -1 \leq x < 2 \\ 1 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

- أوجد $P(0.5 < x < 1)$ ؛
- أوجد $E(2x+4)$ ؛
- أحسب الوسيط الحسابي لهذا المتغير.

التمرين 4:

لدينا التابع التالي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64}x^2 & ; 0 < x < 4 \\ 0 & ; x \notin]0;4[\end{cases}$$

- تأكد أن التابع المعطى تابع كثافة ومثله بيانيا؟
- أوجد احتمال $P(1 < x < \frac{3}{2})$

التمرين 5:

إذا كان وقت الانتظار في صفوف إحدى المراكز التجارية له دالة الكثافة الاحتمالية التالية:

$$f(t) = \begin{cases} ct(25-t^2) & ; 0 \leq t \leq 5 \\ 0 & ; x \notin [0;5] \end{cases}$$

- أوجد قيمة c؛
- أوجد احتمال الانتظار في الصف بين 2 و 4 دقائق؛
- أوجد قيمة المتوسط الحسابي.

التمرين 6: (موجه للطلبة)

الوقت الذي يستغرقه (t) الأفراد في قراءة كتيب معين له دالة كثافة احتمالية f(t):

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{t}} & ; x \in [4;9] \\ 0 & ; x \notin [4;9] \end{cases}$$

- أوجد الوقت t الذي يستغرقه 90% من الأفراد لقراءة كتيب؛
- أوجد $E(t)$; $V(t)$

التمرين 7:

ليكن X متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x^2 - 1) & ; x \in [0; 2] \\ 0 & ; x \notin [0; 2] \end{cases}$$

- أحسب المتوسط الحسابي μ لـ X ؛
- أحسب الانحراف المعياري σ_X لـ X ؛
- أحسب $P(1 \leq x \leq \mu + \sigma_X)$

التمرين 8: 1

ليكن X متغير عشوائي مستمر له دالة كثافة احتمالية:

$$f(x) = \begin{cases} Ke^{0.2x} & ; x \in [0; 5] \\ 0 & ; x \notin [0; 5] \end{cases}$$

• بين أن $K = \frac{1}{5(e-1)}$ ؛

- أرسم $f(x)$ ؛
- أوجد x_i حيث $P(x < x_i) = 0,8$

التمرين 9:

إذا كان الإنفاق الشهري للأسرة بالألف دينار على المواد الغذائية له

دالة كثافة احتمالية تأخذ الصورة التالية:

$$f(x) = \begin{cases} cx(10-x) & ; x \in [0; 10] \\ 0 & ; x \notin [0; 10] \end{cases}$$

• أحسب قيمة الثابت c .

- احسب احتمال أن إنفاق الأسرة يتراوح ما بين $[5; 8]$ ألف دينار جزائري خلال الشهر.
- إذا كان لدينا 600 أسرة، فما هو عدد الأسر المتوقع أن يقل إنفاقها عن 3 آلاف خلال الشهر.
- أوجد دالة التوزيع التجميعية $F(x)$.
- أوجد التوقع الرياضي والانحراف المعياري ومعامل الاختلاف النسبي للإنفاق الشهري.

التمرين 10:

ليكن لدينا تابع التوزيع $F(x)$ المعروف كما يلي:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ cx^3 & ; 0 \leq x \leq 3 \\ 1 & ; x > 3 \end{cases}$$

• أوجد $f(x)$ ثم أوجد c حتى تكون $f(x)$ دالة كثافة احتمالية.

• أحسب $P(x < 1)$; $P(1 \leq x \leq 2)$.

• مثل $F(x)$ بيانياً.

¹ التمارين 8، 9، 10 موجهة للطلبة ولا تحل على مستوى التطبيقات.