

الفصل 2

الحقل و الكمون الكهربائيان

مقدمة:-

البيئة الحياتية العامة أصبحت بحراً من الإشارات الكهربائية والمغناطيسية.
من مصادر ذلك على سبيل المثال :-

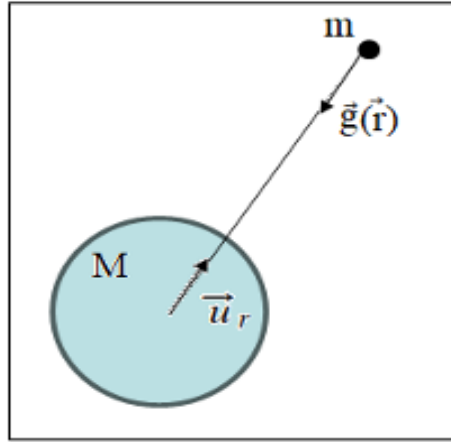
- - المجالات الناتجة عن خطوط الضغط المنخفض والمتوسط والعالي.
- - الإشارات الناتجة عن المحطات الإذاعية والتلفازية وأجهزة الاتصالات المتنقلة والثابتة.
- - الإشعاعات الناتجة عن أجهزة الحاسوب الشخصية.
- - المجالات الكهربائية والمغناطيسية التي تولدها أجهزة التلفاز والأجهزة المنزلية المختلفة الأخرى .
- الإشعاعات الناتجة عن أنظمة الاتصالات الأخرى.

هذا ما يجعل من الضرورة التعرف على الإشارات والمجالات الكهربائية والمغناطيسية (الكهرومغناطيسية) وفهم ارتباطها مع بعضها ومع المصادر التي تنتجها.

الكهرومغناطيسية – باختصار- تصف التفاعل الذي يتم بين الجسيمات المشحونة وبين مجالات كهربائية ومجالات

الحقل الكهربائي

نعلم أن لكل شحنة كهربائية حيز يحيط بها تؤثر من خلاله على أي شحنة تتواجد في هذا الحيز، ويطلق على هذا الحيز أو الفضاء الذي يظهر فيه أثر الشحنة الكهربائية بالمجال (أو الحقل) الكهربائي الناتج عن هذه الشحنة. نذكر بان الأرض تولد حقلاً يسمى حقل جاذبيتها، من شأنه ان يؤثر على الكتل المتواجدة في الفضاء فتجذبها به اليها. حيث ان الجسم الذي كتلته m (kg) والمتواجد على بعد r (m) من مركزها يتلقى قوة جذب من الأرض التي كتلتها M (kg) تعطى بالعلاقة:



الشكل (12.2)

$$\vec{F} = -G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2} \vec{u}_r$$

حيث G ثابت الجذب العام مقداره:

$$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ (m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}\text{)}$$

العلاقة السابقة يمكن ان تكتب بالشكل:

$$\vec{F} = m \left(-G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \right) = m \vec{g}$$

نلاحظ ان الشعاع \vec{g} هو شعاع يتعلق فقط بكتلة الأرض والبعد عليها. ولا يتعلق بالكتلة m اطلاقاً. يمكن ان نقول ان الأرض ولدت هذا الشعاع على بعد r من مركزها، وقد سمي هذا الشعاع بشعاع حقل الجاذبية الأرضية عند النقطة المحددة بالشعاع r ، وهو مقدار شعاعي يميز هذه النقطة. ونكتب:

$$\vec{g}(\vec{r}) = \left(-G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r \right)$$

يرمز للحقل الكهربائي الذي تولده الشحنة q في نقطة A تبعد عنها بـ r بالرمز $\vec{E}(\vec{r})$ وتكتب عبارته بالشكل:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

وحدة شدة الحقل الكهربائي في جملة الوحدات الدولية هي C/N او V/m.

من العلاقة يمكن ان نعبر عن القوة الكهربائية كالتالي:

$$\vec{F}_2 = q_2 \vec{E}, \quad \vec{F}_1 = q_1 \vec{E}$$

بصفة عامة نكتب:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

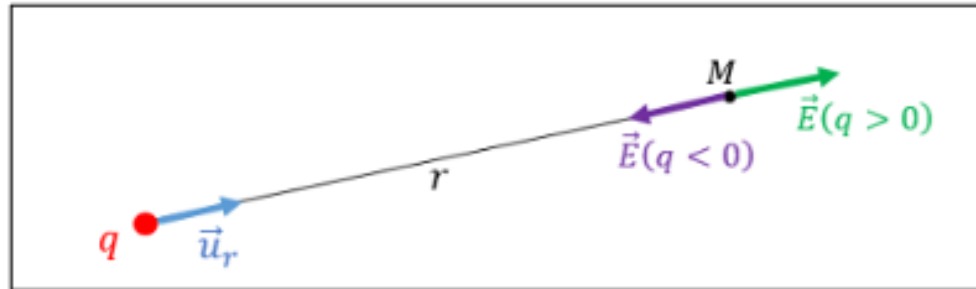
الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية:

ان الحقل الكهربائي $\vec{E}(\vec{r})$ الناتج عن شحنة نقطية مقدارها q في نقطة M على بعد r منها، يعطى بالعلاقة:

$$\vec{E}(\vec{r}) = K \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

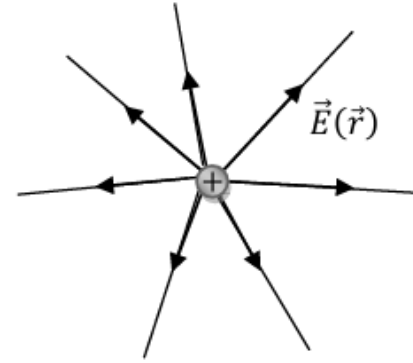
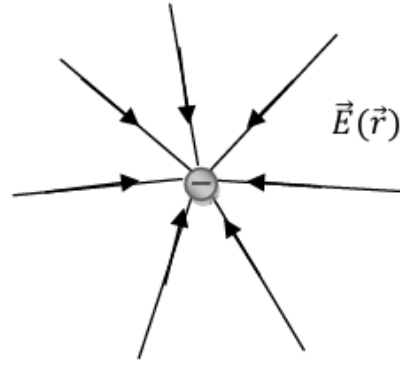
الحقل الكهربائي يكون محمولا على الخط الواصل بين الشحنة q والنقطة M ، وشدته تعطى بالعلاقة:

$$E = K \cdot \frac{|q|}{r^2}$$



واتجاهه يتعلق بنوع الشحنة المولدة له. حيث يكون الحقل الكهربائي مبتعدا عن الشحنة q إذا كانت موجبة ويكون الحقل الكهربائي متجها نحو الشحنة q إذا كانت سالبة.

(2-14) يونس قاسم



✓ إذا كانت $q > 0$ فإن للحقل الكهربائي \vec{E} نفس اتجاه \vec{r} .

✓ إذا كانت $q < 0$ فإن للحقل الكهربائي \vec{E} عكس اتجاه \vec{r} .

✓ يتجه الحقل الكهربائي نحو الشحنات السالبة و يصدر عن الشحنات الموجبة.

✓ وحدة الحقل الكهربائي في النظام الدولي SI هي NC^{-1} (سنرى فيما بعد أنه يمكن استعمال

وحدة أخرى هي Vm^{-1}).

✓ يؤدي الحقل الكهربائي دورا مماثلا للذي يؤديه حقل الجاذبية الأرضية الذي ينقل أثر الأرض

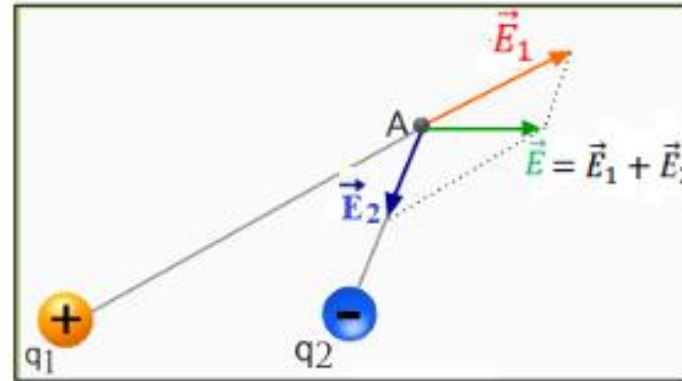
(الجذب) إلى الأجسام ليولد عندها قوة الثقل: $\vec{p} = m\vec{g}(\vec{r})$.

الحقل الكهربائي الناشئ عن عدة شحنات نقطية:

1- حالة شحنتين: في الشكل

- \vec{E}_1 الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_1 في النقطة A

- \vec{E}_2 الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنة q_2 في النقطة A



الشكل 1: الحقل الكهربائي الناتج عن شحنتين

- الحقل الكهربائي الناتج عن الشحنتين q_1 و q_2 في النقطة A هو محصلة الحقلين \vec{E}_1 و \vec{E}_2 كما هو

موضح في الشكل، ونكتب: $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

ب- حالة عدة شحنات نقطية:

لحساب الحقل الكهربائي الكلي الناتج عن عدد من الشحنات الكهربائية في نقطة من مجالها المشترك، نحسب أولاً الحقل الكهربائي عند النقطة المعتبرة الناتج عن كل شحنة، ثم باستعمال مبدأ التراكب يكون الحقل الكهربائي الكلي الناتج يساوي محصلة حقول الشحنات عند تلك النقطة ونكتب:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{i=n} \vec{E}_i = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_n$$

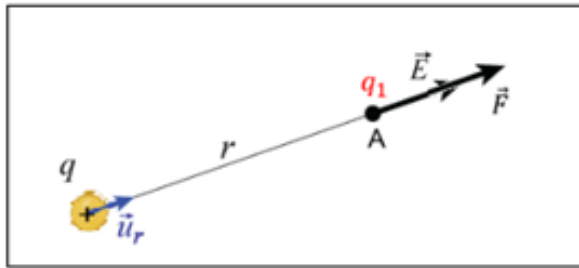
مثال

شحنة كهربائية نقطية مقدارها $q=2.10^{-6}C$ أحسب:

- 1- شدة واتجاه الحقل الكهربائي الناتج عن هذه الشحنة في نقطة A تبعد عنها ب 30cm؟
- 2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة كهربائية قيمتها $q_1=8\mu C$ موضوعة في النقطة A؟

الحل:

1- شدة الحقل الكهربائي: شدة الحقل الكهربائي الناتج عن شحنة نقطية تعطى بالعلاقة:



الشكل (17.2)

$$E = K \cdot \frac{|q|}{r^2} = 9.10^9 \cdot \frac{2.10^{-6}}{(30.10^{-2})^2} = 2.10^5 N/C$$

بما أن الشحنة المولدة لهذا الحقل موجبة فإن الحقل يكون مبتعدا عن هذه الشحنة.

2- القوة الكهربائية المؤثرة على شحنة كهربائية تحسب بالعلاقة التالية:

$$F = |q_1|E = 8.10^{-6} \cdot 2.10^5 = 1.6 N$$

بما أن الشحنة q_1 موجبة فإن القوة الكهربائية تكون في نفس اتجاه الحقل الكهربائي أي مبتعدا عن هذه الشحنة.

الكمون الكهربائي

نعرّف هنا دالة سلمية جديدة و هي دالة الكمون الكهربائي V و التي لها علاقة بالحقل الكهربائي.
نعطى عبارة الكمون الكهربائي الذي تولّده شحنة نقطية q على بعد r منها كالآتي:

$$V = K \frac{q}{r} + C$$

باعتبار أن الكمون معدوم عند اللانهاية $V(\infty) = 0$ ، إذن يأخذ الثابت C مساويا للصفر $C = 0$.

إذا أردنا حساب الكمون الكهربائي الإجمالي V_T الناشئ من طرف مجموعة من الشحنات النقطية (q_1, q_2, \dots, q_n) في نقطة M من الفضاء فإننا نستعمل المجموع الجبري حيث نكتب:

$$V_T = \sum_{i=1}^n V_i = V_1 + V_2 + \dots + V_n$$

العلاقة بين الحقل و الكمون الكهربائيان

كما قلنا سابقا، فإنّ دالة الكمون الكهربائي V لها علاقة بالحقل الكهربائي \vec{E} عند كل موضع حيث يمكن أن نكتب:

$$\vec{E} = -\overline{\text{grad}} V$$

كما يمكن أن نكتب بشكل آخر:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l}$$

مثال: يعطى $V(x, y, z) = 5xy + 3y^2 + 2z$ (Volt)

أحسب قيمة الكمون و الحقل الكهربائيين عند النقطة: $M(0,1,2)$ m

الحل

$$V(0,1,2) = 5(0)(1) + 3(1)^2 + 2(2) = 7 \text{ Volt}$$

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} = -5y\vec{i} - (5x + 6y)\vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\vec{E}(0,1,2) = -5(1)\vec{i} - [5(0) + 6(1)]\vec{j} - 2\vec{k} = -5\vec{i} - 6\vec{j} - 2\vec{k} \quad (\text{N/C})$$

حالة التوزيع المستمر للشحنات

في حالة وجود عدد كبير من الشحنات بحيث يمكن إدخال مفهوم التوزيع المستمر للشحنات فإنه عمليا من أجل حساب الحقل و الكمون الكهربائيين يجب تحويل الجمع إلى تكامل حيث يكون:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$V = \int dV = \int K \frac{dq}{r}$$

حيث dq تمثل الشحنة العنصرية و هي تحسب كالآتي:

أ. التوزيع الخطي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \lambda dl$$

حيث: λ تمثل الكثافة الخطية للشحنة (C/m)، dl يمثل عنصر الطول (m).

ب. التوزيع السطحي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \sigma dS$$

حيث: σ تمثل الكثافة السطحية للشحنة (C/m^2)، dS يمثل عنصر المساحة (m^2).

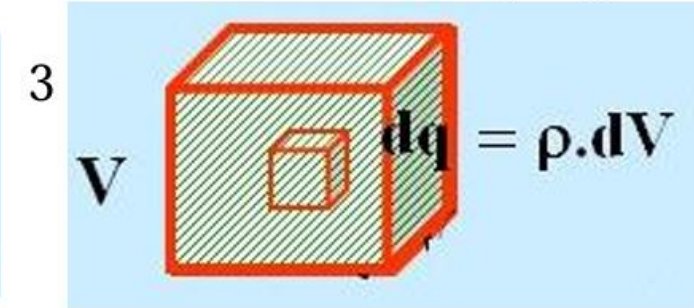
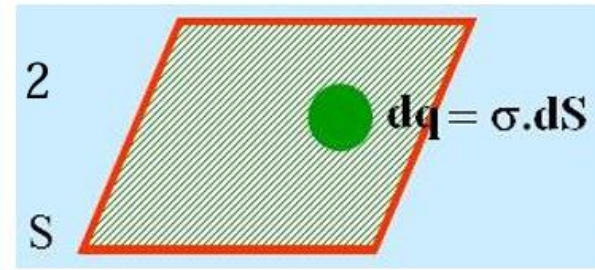
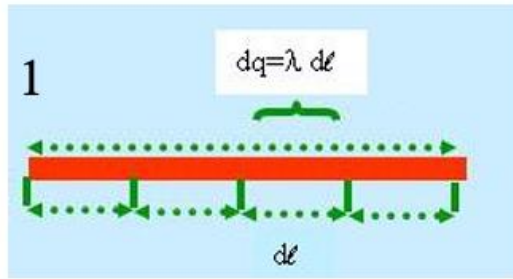
ج. التوزيع الحجمي للشحنات:

تعطى عبارة الشحنة العنصرية لهذا التوزيع بالعلاقة:

$$dq = \rho dv$$

حيث: ρ تمثل الكثافة الحجمية للشحنة (C/m^3)، dv يمثل عنصر الحجم (m^3).

حيث dV عنصر الحجم الذي تتوزع فيه dq بالكثافة ρ عند الموضع r . وبالمثل dS عنصر السطح و $d\ell$ عنصر الطول.



وبالتالي الحقل الناتج يساوي

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_{(V)} \frac{\rho dV}{r^2} \vec{u} \quad \text{/1 حالة توزيع الشحني حجمي:}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint_{(S)} \frac{\sigma dS}{r^2} \vec{u} \quad \text{/2 حالة توزيع الشحني سطحي:}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{(\Gamma)} \frac{\lambda d\ell}{r^2} \vec{u} \quad \text{/3 حالة توزيع الشحني خطي:}$$

والكمون الناتج عن توزيع مستمر هو: $V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$

خطوط الحقل و سطوح تساوي الكمون:

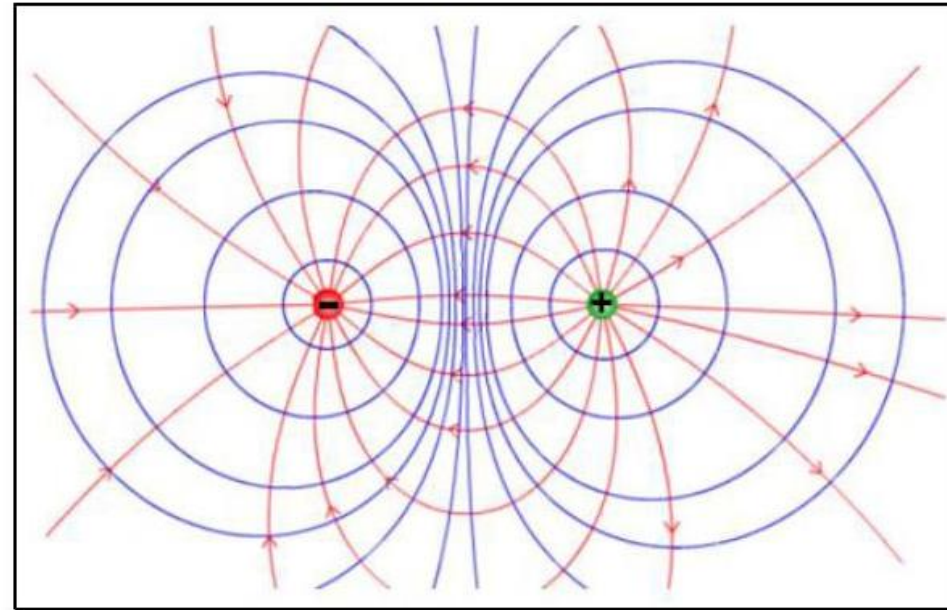
إن وجود الشحنات الكهربائية في الفضاء يغير في الخصائص الكهربائية له و ذلك بإنشاء حقل كهربائي في كل نقطة من نقاط الفضاء، و منه ندخل مفهوم خطوط الحقل الكهربائي و سطوح تساوي الكمون. يمكن أن نعرّف خط الحقل الكهربائي على أنّه خط موجّه بحيث يكون شعاع الحقل الكهربائي مماسي له في كل نقطة من نقاطه. أما سطح تساوي الكمون فهو مجموعة مواضع الفضاء التي تملك كمونا واحدا.

👉 خصائص:

- ✓ خطوط الحقل الكهربائي لا تتقاطع فيما بينها.
- ✓ سطوح تساوي الكمون أيضا لا تتقاطع فيما بينها.
- ✓ خطوط الحقل الكهربائي عمودية على سطوح تساوي الكمون.
- ✓ الكمون يتناقص في إجهاد الحقل الكهربائي.
- ✓ يكون الحقل الكهربائي أشد كلما كانت سطوح تساوي الكمون أقرب إلى بعضها.

مثال: خطوط الحقل و سطوح تساوي الكمون الناتجين عن شحنتين مختلفتين في الإشارة.

في هذه الحالة تخرج خطوط الحقل من الشحنة الموجبة متجهة نحو الشحنة السالبة و تكون سطوح تساوي الكمون عمودية عليها كما هو موضح في الشكل الآتي:



تمرين 1 تحمل قطعة مستقيمة طولها L وكتافتها شحنية خطية λ ثابتة وموجبة القطعة موجودة على المستقيم Ox . جد المجال والكمون الكهربائيين في النقطة $M(a,0)$

الحل

الحقل الكهربائي الناتج عن توزيع خطي يساوي

بالتناظر يكون الحقل \vec{E} وفق (OX)

$$\vec{E} = E\vec{i}$$

$$dE = \frac{k\lambda dx}{(a-x)^2} \quad r = a-x; \quad dq = \lambda dx$$

$$E = k\lambda \int \frac{dx}{(a-x)^2} = k\lambda \int_0^l \frac{d(x-a)}{(x-a)} = k\lambda \left[\frac{1}{a-x} \right]$$

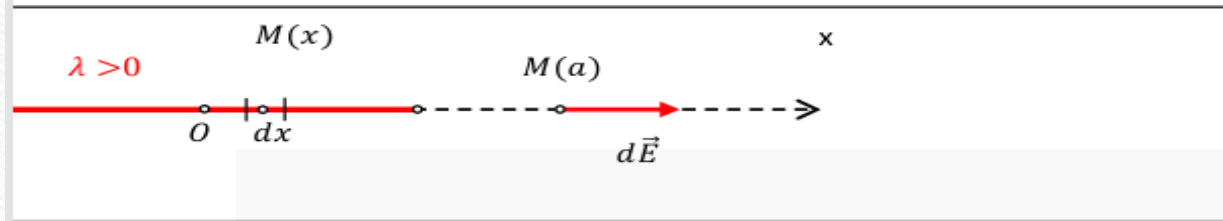
$$E(M) = \frac{k\lambda L}{a(a-l)} \quad \text{و بالتالي الحقل الناتج هو}$$

$$dv = \frac{k dq}{r} = \frac{k \lambda dx}{a-x} \quad \text{الكمون العنصري معطى بالعلاقة}$$

$$\Rightarrow v(M) = k\lambda \int \frac{dx}{a-x} = k\lambda \int_0^l \frac{d(x-a)}{a-x}$$

$$v(M) = -k\lambda \ln(a-x)$$

$$V(M) = K\lambda \ln\left(\frac{a}{a-l}\right)$$

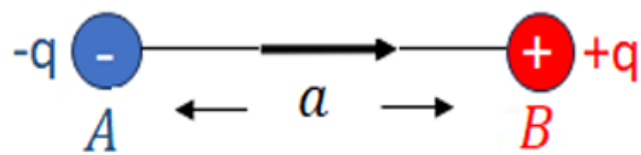


ثنائي القطب الكهربائي

ثنائي القطب الكهربائي:

ثنائي القطب الكهربائي هو جملة تتكون من شحنتين متساويتين في القيمة ومختلفتين في الإشارة $+q$ و $-q$ ، وتبعدان عن بعضهما بمسافة صغيرة a ، حيث $a \ll r$ ،

يميز ثنائي القطب الكهربائي مقدار شعاعي يدعى العزم الكهربائي لثنائي القطب، ويعرف بالعلاقة التالية:

$$\vec{P} = q\vec{a} = q\overrightarrow{AB}$$


$$\vec{P} = q\vec{a} = q\overrightarrow{AB}$$

P : العزم الكهربائي لثنائي القطب

q : الشحنة الكهربائية

a : المسافة بين مركزي القطبين.

يتجه العزم الكهربائي من الشحنة السالبة نحو الشحنة الموجبة دوماً وطويلته: $P = qa$

وحدة عزم ثنائي القطب هي (Cm) .

بعض الجزيئات مثل HCl, CO, H_2O, CO_2 تشكل نماذج لثنائيات أقطاب كهربائية.

