

حل البرنامج الخطي رقم 1:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z = 100x_1 + 60x_2 + 0x_3^c + 0x_4^c + 0x_5^c$$

$$\text{s/c } \begin{cases} 8x_1 + 2x_2 + x_3^c = 40 \\ 6x_1 + 9x_2 + x_4^c = 108 \\ 8x_1 + 6x_2 + x_5^c = 96 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0, x_5^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	8	2	1	0	0	40	5
0	x_4^c	6	9	0	1	0	108	18
0	x_5^c	8	6	0	0	1	96	12
	C_j	100	60	0	0	0		
	Z_j	0	0	0	0	0		
	Δ_j	100	60	0	0	0	$Z=0$	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
100	x_1	1	1/4	1/8	0	0	5	20
0	x_4^c	0	15/2	-3/4	1	0	78	10.4
0	x_5^c	0	4	-1	0	1	56	14
	C_j	100	60	0	0	0		
	Z_j	100	25	25/2	0	0		
	Δ_j	0	35	-25/2	0	0	$Z=500$	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i
100	x_1	1	0	3/20	-1/30	0	12/5
60	x_2	0	1	-1/10	2/15	0	52/5
0	x_5^c	0	0	-3/5	-8/15	1	72/5
	C_j	100	60	0	0	0	
	Z_j	100	60	9	14/3	0	
	Δ_j	0	0	-9	-14/3	0	$Z=864$

الحل أمثل ومنه: $x_1=12/5$ ، $x_2=52/5$ ، $x_3^c=0$ ، $x_4^c=0$ ، $x_5^c=72/5$ ، $\text{Max } Z=864$

حل البرنامج الخطي رقم 2:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Min } Z = 10x_1 + 14x_2 + 0x_3^c + Mx_4^a + Mx_5^a$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 - x_3^c + x_4^a = 3 \\ 6x_1 + 7x_2 + x_5^a = 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^a \geq 0, x_5^a \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	x_5^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
M	x_4^a	5	2	-1	1	0	3	3/5
M	x_5^a	6	7	0	0	1	10	5/3
Cj		10	14	0	M	M		
Zj		11M	9M	-M	M	M		
Δ_j		10-11M	14-9M	M	0	0	Z=13M	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	x_5^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
10	x_1	1	2/5	-1/5	1/5	0	3/5	3/2
M	x_5^a	0	23/5	6/5	-6/5	1	32/5	32/23
Cj		10	14	0	M	M		
Zj		10	4+23/5M	-2+6/5M	2-6/5M	M		
Δ_j		0	10-23/5M	2-6/5M	11/5M-2	0	Z=6+32/5M	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	x_5^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
10	x_1	1	0	-7/23	7/23	-2/23	1/23	-1/7
14	x_2	0	1	6/23	-6/23	5/23	32/23	16/3
Cj		10	14	0	M	M		
Zj		10	14	14/23	-14/23	50/23		
Δ_j		0	0	-14/23	M+14/23	M-50/23	Z=458/23	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	x_5^a	bi
10	x_1	1	7/6	0	0	1/6	115/69
0	x_3^c	0	23/6	1	-1	5/6	16/3
	Cj	10	14	0	M	M	
	Zj	10	35/3	0	0	10/6	
	Δ_j	0	7/3	0	M	M-10/6	Z=1150/69

الحل أمثل ومنه: $x_3^c=16/3$ ، $x_2=0$ ، $x_1=115/69$ ، $\text{Min } Z=1150/69$

حل البرنامج رقم 3:

نفترض أن:

$$x_2 = -x'_2$$

$$\text{Max } Z=3x_1-3x'_2$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1-6x'_2 \leq 10 \\ 2x_1-2x'_2 \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x'_2 \geq 0 \end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 3x_1-3x'_2+0x_3^c+0x_4^c$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1-6x'_2+x_3^c=10 \\ 2x_1-2x'_2+x_4^c=14 \\ x_1 \geq 0, x'_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2'	x_3^c	x_4^c	bi	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	5	-6	1	0	10	2
0	x_4^c	2	-2	0	1	14	7
	Cj	3	-3	0	0		
	Zj	0	0	0	0		
	Δ_j	3	-3	0	0	Z=0	

← صف الارتكاز

↑ عمود الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
3	x_1	1	-6/5	1/5	0	2	-5/3
0	x_4^c	0	2/5	-2/5	1	10	25
C_j		3	-3	0	0		
Z_j		3	-18/5	3/5	0		
Δ_j		0	3/5	-3/5	0	$Z=6$	

← صف الارتكاز

↑
عمود الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i
3	x_1	1	0	-1	3	32
-3	x_2	0	1	-1	5/2	25
C_j		3	-3	0	0	
Z_j		3	-3	0	3/2	
Δ_j		0	0	0	-3/2	$Z=21$

الحل أمثل ومنه: $x_1=32$
 $x_2=-25$ ومنه $x_2'=25$
 $x_3^c=0$ ، $x_4^c=0$
 $\text{Max } Z=21$

حل البرنامج الخطي رقم 4:

نفترض أن:

$$X_2 = X_2' - X_2''$$

$$\text{Max } Z=3x_1+10x_2'-10x_2''$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1+6x_2'-6x_2'' \leq 10 \\ 2x_1+7x_2'-7x_2'' \leq 14 \\ x_1 \geq 0, x_2' \geq 0, x_2'' \geq 0 \end{cases}$$

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z=3x_1+10x_2'-10x_2''+0x_3^c+0x_4^c$$

$$s/c \begin{cases} 5x_1+6x_2'-6x_2''+x_3^c = 10 \\ 2x_1+7x_2'-7x_2''+x_4^c = 14 \\ x_1 \geq 0, x_2' \geq 0, x_2'' \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	5	6	-6	1	0	10	5/3
0	x_4^c	2	7	-7	0	1	14	2
	C_j	3	10	-10	0	0		
	Z_j	0	0	0	0	0		
	Δ_j	3	10	-10	0	0	$Z=0$	

← صف الارتكاز

↑
عمود الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i
10	x_2	5/6	1	-1	1/6	0	5/3
0	x_4^c	-23/6	0	0	-7/6	1	7/3
	C_j	3	10	-10	0	0	
	Z_j	25/3	10	-10	5/3	0	
	Δ_j	-16/3	0	0	-5/3	0	$Z=50/3$

الحل أمثل ومنه:

$$x_1=0$$

$$x_2=5/3 \text{ ومنه } x_2'=0 \text{ و } x_2''=5/3$$

$$x_4^c=7/3, x_3^c=0$$

$$\text{Max } Z=50/3$$

حل البرنامج الخطي رقم 5:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z= 3x_1+3x_2+0 x_3^c+0 x_4^c+0 x_5^c$$

$$s/c \begin{cases} x_1+2x_2+x_3^c=12 \\ 9x_1+3x_2+x_4^c=27 \\ x_1+x_2+x_5^c=6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0, x_5^c \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	1	2	1	0	0	12	12
0	x_4^c	9	3	0	1	0	27	3
0	x_5^c	1	1	0	0	1	6	6
	C_j	3	3	0	0	0		
	Z_j	0	0	0	0	0		
	Δ_j	3	3	0	0	0	Z=0	

← صف الإرتكاز

↑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	0	5/3	1	-1/9	0	9	27/5
3	x_1	1	1/3	0	1/9	0	3	9
0	x_5^c	0	2/3	0	-1/9	1	3	9/2
	C_j	3	3	0	0	0		
	Z_j	3	1	0	1/3	0		
	Δ_j	0	2	0	-1/3	0	Z=9	

← صف الإرتكاز

↑ عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	x_5^c	b_i
0	x_3^c	0	0	1	1/6	-5/2	3/2
3	x_1	1	0	0	1/6	-1/2	3/2
3	x_2	0	1	0	-1/6	3/2	9/2
	C_j	3	3	0	0	0	
	Z_j	3	3	0	0	3	
	Δ_j	0	0	0	0	-3	Z=18

الحل أمثل ومنه: $x_3^c = 3/2$ ، $x_2 = 9/2$ ، $x_1 = 3/2$ ، $x_4^c = 0$ ، $x_5^c = 0$ ، $\text{Max } Z = 18$ ،
يُلاحظ أن هناك متغيرة خارج الأساس وهي x_4^c قيمتها في السطر الأخير Δ_j معدومة، وبالتالي فنحن أمام حالة ما لانهاية
الحلول المثلى.

حل البرنامج الخطي رقم 6:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 5x_1 + 3x_2 + 0x_3^c + 0x_4^c \\ \text{s/c } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3^c &= 8 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4^c &= 12 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^c \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	2	1	1	0	8	4
0	x_4^c	3	2	0	1	12	4
	C_j	5	3	0	0		
	Z_j	0	0	0	0		
	Δ_j	5	3	0	0	Z=0	

↑
عمود الارتكاز

يلاحظ أن هناك أصغر قيمتين موجبتين متساويتين في العمود b_i/x_{ij}^* ، وهو ما يعني أن هناك متغيرتين مرشحتين للخروج من الأساس، وهي حالة خاصة تُدعى بحالة التفكك أو الإنحلال، وهنا يُمكن إختيار إحدى المتغيرتين.

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i	b_i/x_{ij}^*
5	x_1	1	1/2	1/2	0	4	8
0	x_4^c	0	1/2	-3/2	1	0	0
	C_j	5	3	0	0		
	Z_j	5	5/2	5/2	0		
	Δ_j	0	1/2	-5/2	0	Z=20	

↑
عمود الارتكاز

جدول الحل الأساسي الثالث:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^c	b_i
5	x_1	1	0	2	-1	4
3	x_2	0	1	-3	2	0
	C_j	5	3	0	0	
	Z_j	5	3	1	1	
	Δ_j	0	0	-1	-1	Z=20

الحل أمثل ومنه: $x_1=4$ ، $x_2=0$ ، $x_3^c=0$ ، $x_4^c=0$ ، $\text{Max } Z=20$

حل البرنامج الخطي رقم 7:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 4x_2 + 0x_3 - Mx_4$$

$$\text{s/c } \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + x_3 = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_4 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	2	-5	1	0	7	$-\frac{7}{5}$
-M	x_4^a	-3	4	0	1	5	$\frac{5}{4}$
	Cj	5	4	0	-M		
	Zj	3M	-4M	0	-M		
	Δ_j	5-3M	4+4M	0	0	Z=-5M	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	$-\frac{7}{4}$	0	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{53}{4}$	$-\frac{53}{7}$
4	x_2	$-\frac{3}{4}$	1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{4}$	$-\frac{5}{3}$
	Cj	5	4	0	-M		
	Zj	-3	4	0	1		
	Δ_j	8	0	0	-M-1	Z=5	

↑
عمود الإرتكاز

نلاحظ أن جميع عناصر عمود عنصر الإرتكاز أقل من أو تساوي الصفر، وبالتالي لا يُمكن إختيار المتغيرة التي تخرج من الأساس، ومنه فنحن أمام حالة خاصة وهي: حالة عدم محدودية الحل.

حل البرنامج الخطي رقم 8:

تحويل البرنامج الخطي إلى الصيغة النموذجية:

$$\text{Min } Z = 5x_1 - 4x_2 + 0x_3^c + Mx_4^a$$

$$\text{s/c } \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3^c = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_4^a = 9 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3^c \geq 0, x_4^a \geq 0 \end{cases}$$

جدول الحل الأساسي الأول:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	b_i	b_i/x_{ij}^*
0	x_3^c	2	5	1	0	7	$\frac{7}{5}$
M	x_4^a	-3	4	0	1	9	$\frac{9}{4}$
	Cj	5	-4	0	M		
	Zj	-3M	4M	0	M		
	Δ_j	5+3M	-4-4M	0	0	Z=9M	

← صف الإرتكاز

↑
عمود الإرتكاز

جدول الحل الأساسي الثاني:

Ci	Xi	x_1	x_2	x_3^c	x_4^a	b_i
-4	x_2	$\frac{2}{5}$	1	$\frac{1}{5}$	0	$\frac{7}{5}$
M	x_4^a	$-\frac{23}{5}$	0	$-\frac{4}{5}$	1	$\frac{17}{5}$
	Cj	5	-4	0	M	
	Zj	$-\frac{8}{5} - \frac{23}{5}M$	-4	$-\frac{4}{5} - \frac{4}{5}M$	M	
	Δ_j	$\frac{33}{5} + \frac{23}{5}M$	0	$\frac{4}{5} + \frac{4}{5}M$	0	$Z = -\frac{28}{5} + \frac{17}{5}M$

نلاحظ أن جميع عناصر Δ_j أصبحت كلها موجبة أو معدومة ولكن بقيت هناك متغيرة إصطناعية x_4^a داخل الأساس، وبالتالي فالحل مستحيل.