

CENTRE UNIVERSITAIRE DE MILA  
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT SCIENCES ET TECHNIQUE

*Béton armé 2*  
*(3ème Année G.C)*

👉 **Responsible:** Pr. GUETTICHE ABDELHEQ

👉 ANNEE UNIVERSITAIRE 2025-2026

# . PROGRAMME DU COURS :

## 1.Chapitre 01 :Flexion simple

Section rectangulaire et section en T: Etat limite ultime de résistance + état limite de service

## 2.Chapitre 02 : Effort tranchant

- ✓ Calcul des armatures transversales.
- ✓ Résistance du béton de la bielle
- ✓ Justifications aux appuis.

## 3. Chapitre 03 : Flexion composée

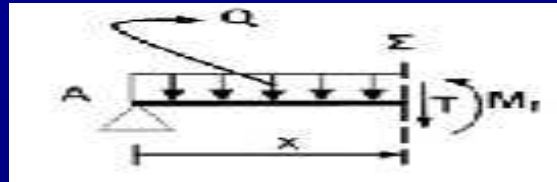
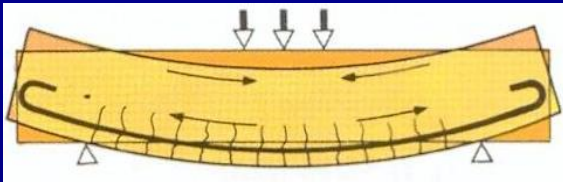
- ✓ Calcul des sections aux états limites section rectangulaire et en T
- ✓ Flambage des poteaux comprimés

## 4.Chapitre 4 : Torsion

- ✓ Aperçu général sur le phénomène de torsion et justification du béton et des armatures (Sections creuses et pleines).
- ✓ Justification des poutres sous sollicitation de torsion

**Calcul de sections en béton armé  
soumises à la flexion simple**

**Définition**: Un élément est soumis à la flexion simple si dans toute section de cet élément, les sollicitations se réduisent à un moment fléchissant  $M_f$  et un effort tranchant  $T$  (l'effort normal  $N = 0$ ).



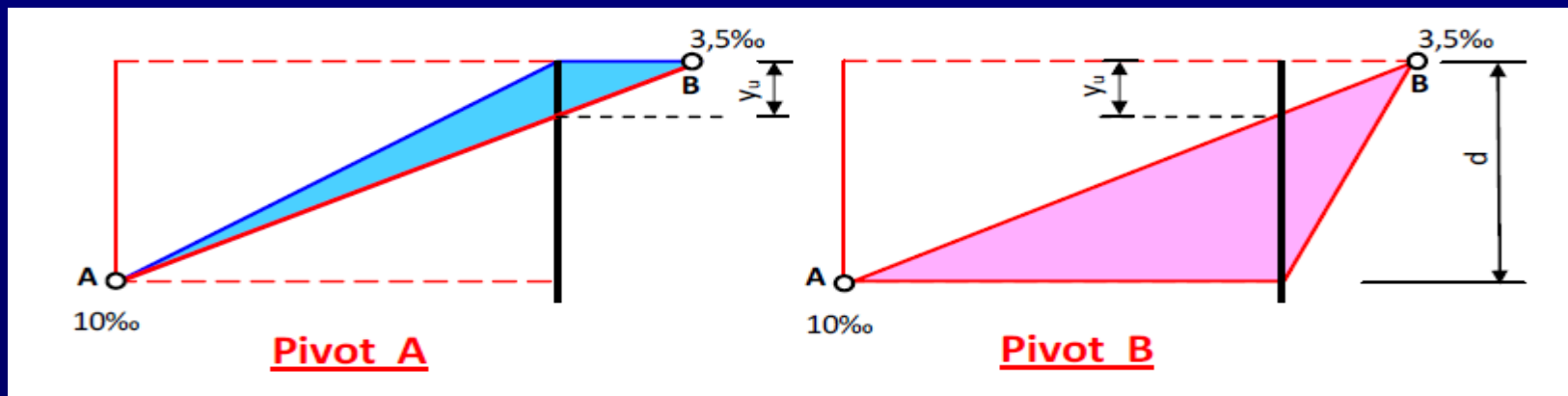
Les éléments d'une structure soumise à la flexion simple sont principalement les poutres, qu'elles soient isostatiques ou continues.

En béton armé, l'action du moment fléchissant conduit au dimensionnement des aciers longitudinaux et l'action de l'effort tranchant conduit au dimensionnement des aciers transversaux (cadres, épingles ou étriers). Ces deux calculs sont menés séparément, dans ce chapitre, on présente les calculs relatifs au moment fléchissant en considérant les deux états limites (l'E.L.U et l'E.L.S), et en étudiant les sections rectangulaires et en T avec ou sans armatures comprimées.

# I. Calcul des armatures longitudinales à l'E.L.U.

## I.1. Hypothèses de calcul

- ✓ La résistance du béton en traction est négligée ;
  - ✓ Pas de glissement relatif entre l'acier et le béton ;
  - ✓ La section d'acier est concentrée en son centre de gravité;
  - ✓ Le béton prend les contraintes de compression et l'Acier prend les contraintes de traction et de compression;
  - ✓ Déformations limites: suivant la méthode des «trois pivots» qui impose en flexion simple d'atteindre l'un des pivots A ou B
- **Pivot A**:  $\epsilon_{st} = 10\text{‰}$  et  $0 \leq \epsilon_{bc} \leq 3,5\text{‰}$ .
  - **Pivot B**:  $0 \leq \epsilon_{st} \leq 10\text{‰}$  et  $\epsilon_{bc} = 3,5\text{‰}$ .



I.2.Positions particulières de l'axe neutre: L'hypothèse de continuité des déformations dans la section (pas de glissement des armatures par rapport au béton) conduit à l'équation suivante :

$$\frac{y_u}{\varepsilon_b} = \frac{d-y_u}{\varepsilon_s}$$

De cette relation on peut déduire l'équation suivante :

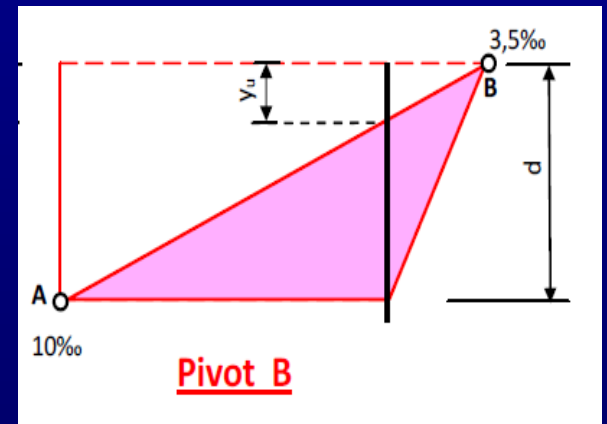
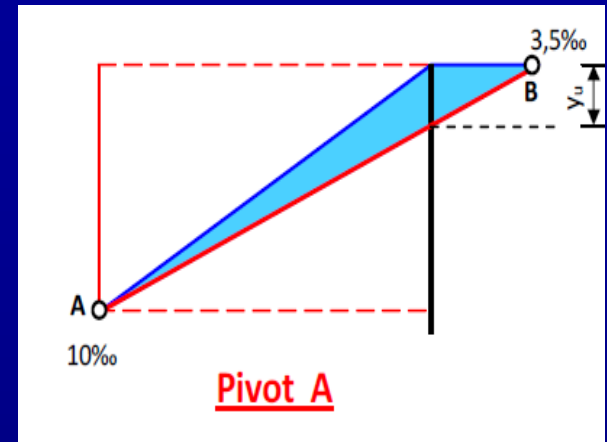
$$\frac{y_u}{d} = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_s}$$

En posant :

$$\alpha_u = \frac{y_u}{d}$$

$\alpha_u$  : position relative de la fibre neutre par rapport à la fibre la plus comprimée), on peut écrire que :

$$\alpha_u = \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b + \varepsilon_s}$$



I.3.Valeurs particulières de  $\alpha_u$ : Si la droite des déformations passe par les pivots A et B alors :

$$\alpha_u = \alpha_A = \frac{3.5}{3.5+10} = 0.2591$$

- Si ( $\epsilon_{bc} = 2 \text{ ‰}$  et  $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$ ) **pivot A**  $\Rightarrow \alpha_u = 0.167$ ;
- Si ( $0 \leq \epsilon_{bc} < 2 \text{ ‰}$  et  $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$ ) **pivot A**  $\Rightarrow 0 \leq \alpha_u < 0.167$  : le béton travaille mal et la section est surdimensionnée en béton.
- Si ( $2 \text{ ‰} \leq \epsilon_{bc} \leq 3.5 \text{ ‰}$  et  $\epsilon_{st} = 10 \text{ ‰}$ ) **pivot A** ;  $\Rightarrow 0.167 \leq \alpha_u \leq 0.259$
- Si ( $\epsilon_{bc} = 3.5 \text{ ‰}$  et  $\epsilon_l \leq \epsilon_{st} < 10 \text{ ‰}$ ) **pivot B**  $\Rightarrow 0.259 \leq \alpha_u \leq \alpha_l$

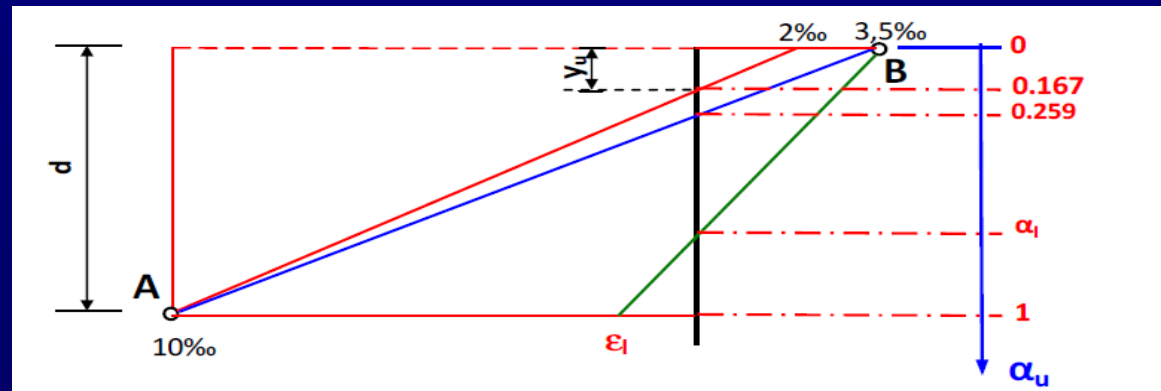
$$\epsilon_l = \epsilon_e = f_e / (\gamma_s \cdot E_s)$$

$$\alpha_l = \frac{3.5}{3.5 + (\epsilon_l \cdot 1000)}$$

- Si **pivot B** ( $\epsilon_{bc} = 3.5 \text{ ‰}$  et  $\epsilon_l \geq \epsilon_{st} \geq 0$ ) :  $\Rightarrow \alpha_l \leq \alpha_u \leq 1$  : l'acier travaille insuffisamment, ce qui conduit à de grandes sections d'armatures.

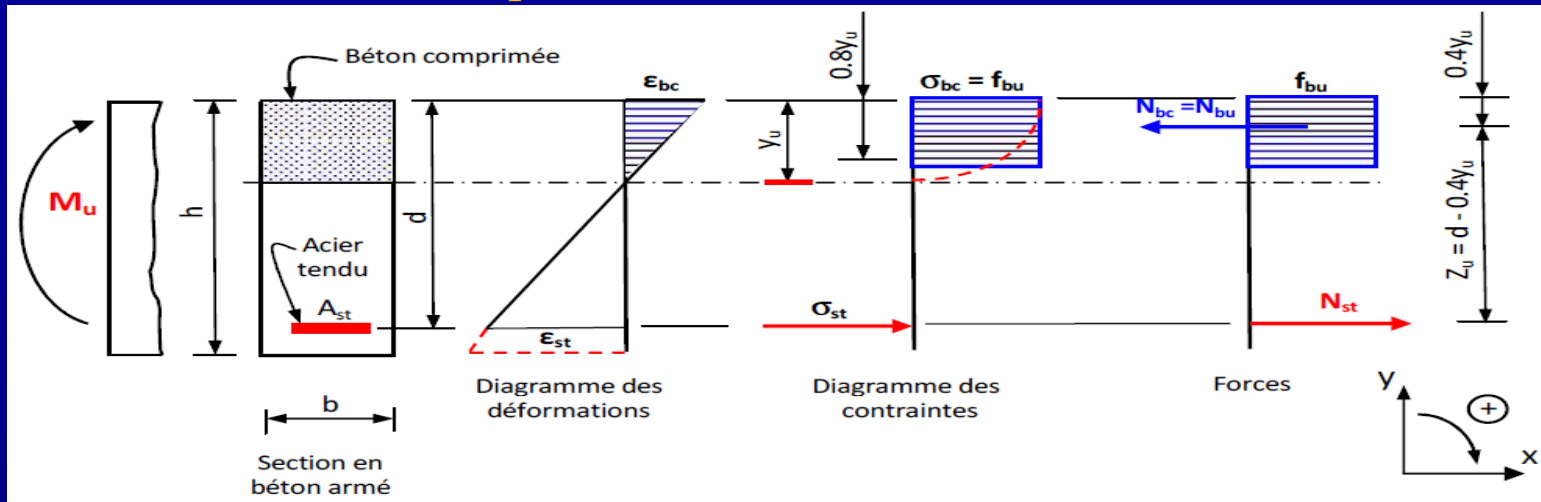
**Conclusion** : pour utiliser au mieux les caractéristiques du béton et de l'acier, il est préconisé :

$$0.167 \leq \alpha_u \leq \alpha_l$$



## I.4. Section rectangulaire:

### I.4.1. Section sans aciers comprimés:



Equations d'équilibre :  $\sum F_x = 0$   $\Rightarrow N_{st} - N_{bc} = 0$

$N_{bc} = N_{bu} = 0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu}$  et  $N_{st} = A_{st} \cdot \sigma_{st}$  donc :  $0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu} = A_{st} \cdot \sigma_{st}$

$\sum M_A = 0$  (la somme des moments est calculé par rapport au C.d.G. des aciers tendus)

1)  $M_u - N_{bu} \cdot Z_u = 0$  ou : 2)  $Z_u = d - 0.4 y_u$  (bras de levier)

3)  $M_u - (0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) \cdot (d - 0.4 y_u) = 0$

4)  $M_u = (0.8 y_u \cdot b \cdot f_{bu}) \cdot (d - 0.4 y_u)$  donc

5)  $M_u = A_{st} \cdot \sigma_{st} Z_u$

$$A_{st} = M_u / (\sigma_{st} \cdot Z_u)$$

Rappelons qu'au paragraphe précédente on a posé:  $\alpha = \frac{y_u}{d}$  donc :  $Z_u = d(1 - 0.4 \alpha_u)$  . Soit  $\beta_u = 1 - 0.4 \alpha_u$  (bras de levier réduit)

L'équation (4) devient:  $M_u = 0.8 \alpha_u \cdot (1 - 0.4 \alpha_u) \cdot b \cdot d^2 \cdot F_{bu}$

$$A_{st} = M_u / (\sigma_{st} \cdot \beta_u \cdot d)$$

En posant :

$$\mu_{bu} = M_u / (b \cdot d^2 \cdot f_{bu})$$

$\mu_{bu}$  : Moment ultime réduit)

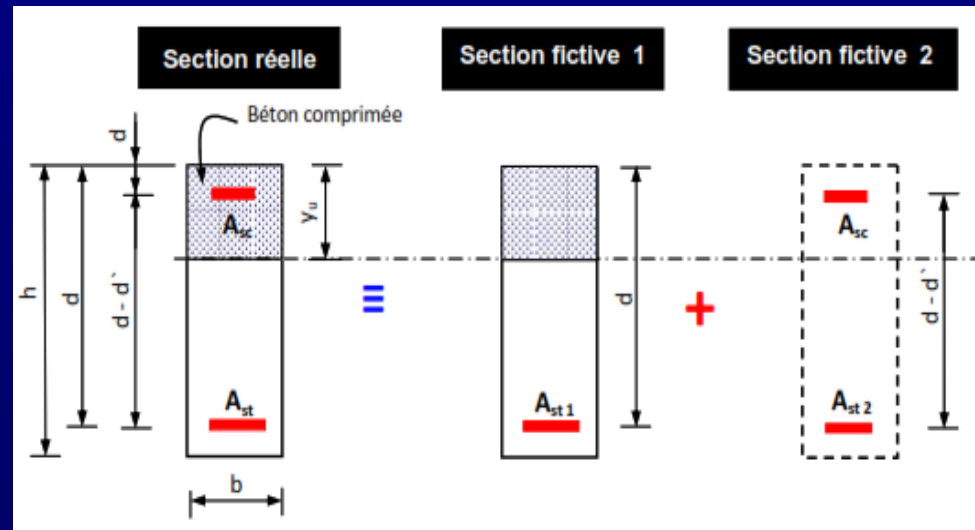
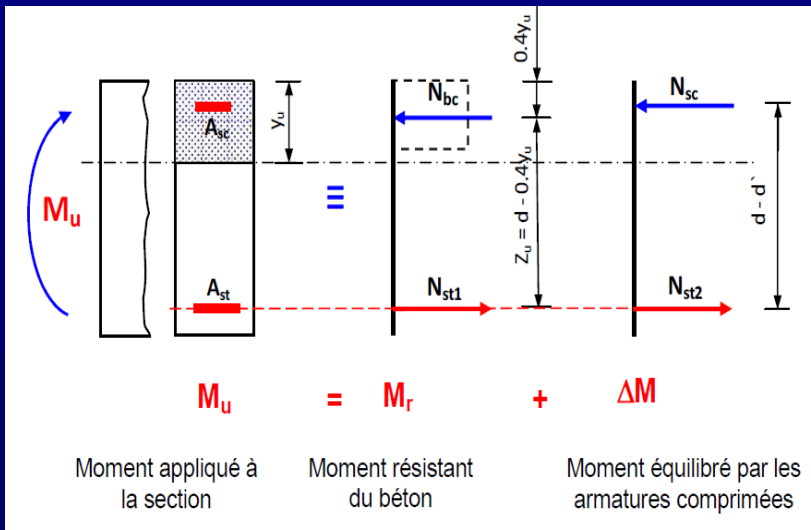
On a :

$$\mu_{bu} = 0.8 \alpha_u \cdot (1 - 0.4 \alpha_u)$$

et

$$\alpha_u = 1.25 \cdot (1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu_{bu}})$$

**I.4.2. Section avec aciers comprimés:** Lorsque, dans une section rectangulaire dont les dimensions sont imposées, on trouve que  $\mu_{bu} > \mu_l$ , le moment  $M_u$  peut être équilibré en renforçant la partie comprimée de la section au moyen d'armatures de section **A<sub>sc</sub>**. **Donc**  $A_{st}$  (armatures tendues) =  $A_{st1} + A_{st2}$



✓ **Mr (Le moment résistant du béton)** : est le moment ultime que peut équilibrer la section sans lui ajouter les aciers comprimés.

✓ **ΔM (Le moment résiduel)** : est la différence entre le moment ultime (Mu) sollicitant la section et le moment résistant du béton (Mr).

$$N_{st} = N_{st1} + N_{st2}$$

➤ **Calcul du moment résistant du béton Mr :**

avec  $\mu_l$  : le moment ultime réduit limite

$$\mu_l = M_r / (b \cdot d^2 \cdot f_{bu})$$

➤ Calcul du moment résiduel ΔM :

$$M_r = \mu_l \cdot b \cdot d^2 \cdot f_{bu} \quad \text{donc:}$$

$$\Delta M = M_u - M_r$$

Calcul des armatures tendues de la section fictive 1 (Ast1):

$$A_{st1} = M_r / (\sigma_{st} \cdot \beta_l \cdot d)$$

On a :  $\epsilon_{st} = \epsilon_l \longrightarrow \sigma_{st} = f_{su}$  Donc :

$$A_{st1} = M_r / (f_{su} \cdot \beta_l \cdot d)$$

Calcul des armatures tendues de la section fictive 2 (Ast2):

$$\Delta M = N_{st2} \cdot (d - d') \quad \text{et} \quad N_{st2} = f_{su} \cdot A_{st2} \longrightarrow \Delta M = f_{su} \cdot A_{st2} \cdot (d - d') \Rightarrow A_{st2} = \Delta M / (f_{su} \cdot (d - d'))$$

Calcul des armatures comprimées de la section fictive 2 (Asc):

$$N_{sc} = N_{st2} \quad \text{et} \quad \Delta M = N_{sc} \cdot (d - d') \longrightarrow A_{sc} = \Delta M / (\sigma_{sc} \cdot (d - d'))$$

$$N_{sc} = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \quad \text{donc} \quad \Delta M = \sigma_{sc} \cdot A_{sc} \cdot (d - d')$$

## □ Détermination de la contrainte de l'acier comprimé ( $\sigma_{sc}$ ) :

En se basant sur le principe des triangles semblables , on a :

$$\frac{\varepsilon_{sc}}{3.5 \cdot 10^{-3}} = \frac{y_u - d'}{y_u}$$



$$\varepsilon_{sc} = 3.5 \cdot 10^{-3} \cdot \left( \frac{\alpha_1 \cdot d - d'}{\alpha_1 \cdot d} \right)$$

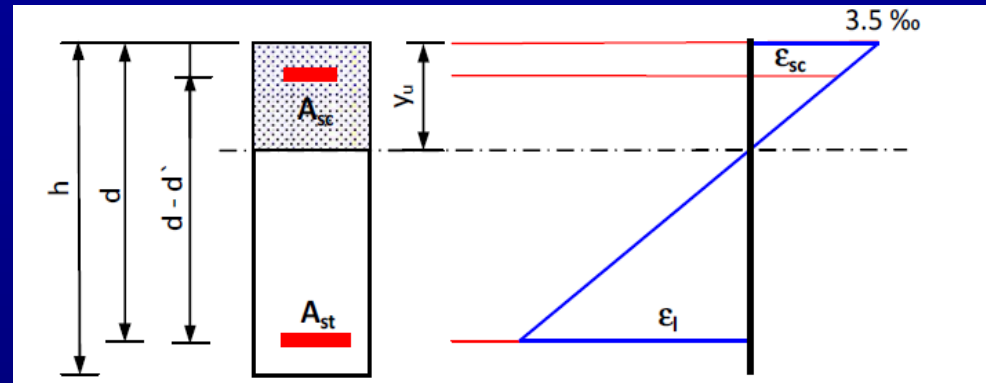
- En connaissant  $\varepsilon_{sc}$  on peut déterminer  $\sigma_{sc}$  :

Si  $\varepsilon_{sc} < \varepsilon_l$  donc :

$$\sigma_{sc} = \varepsilon_{sc} \cdot E_{sc}$$

Si  $\varepsilon_{sc} > \varepsilon_l$  donc :

$$\sigma_{sc} = f_{su}$$



Finalement, on remplace la valeur de  $\sigma_{sc}$  dans la relation pour déterminer la section des armatures  $A_{sc}$ .

➤ La section totale des armatures tendues  $A_{st}$  :

$$A_{st} = A_{st1} + A_{st2}$$

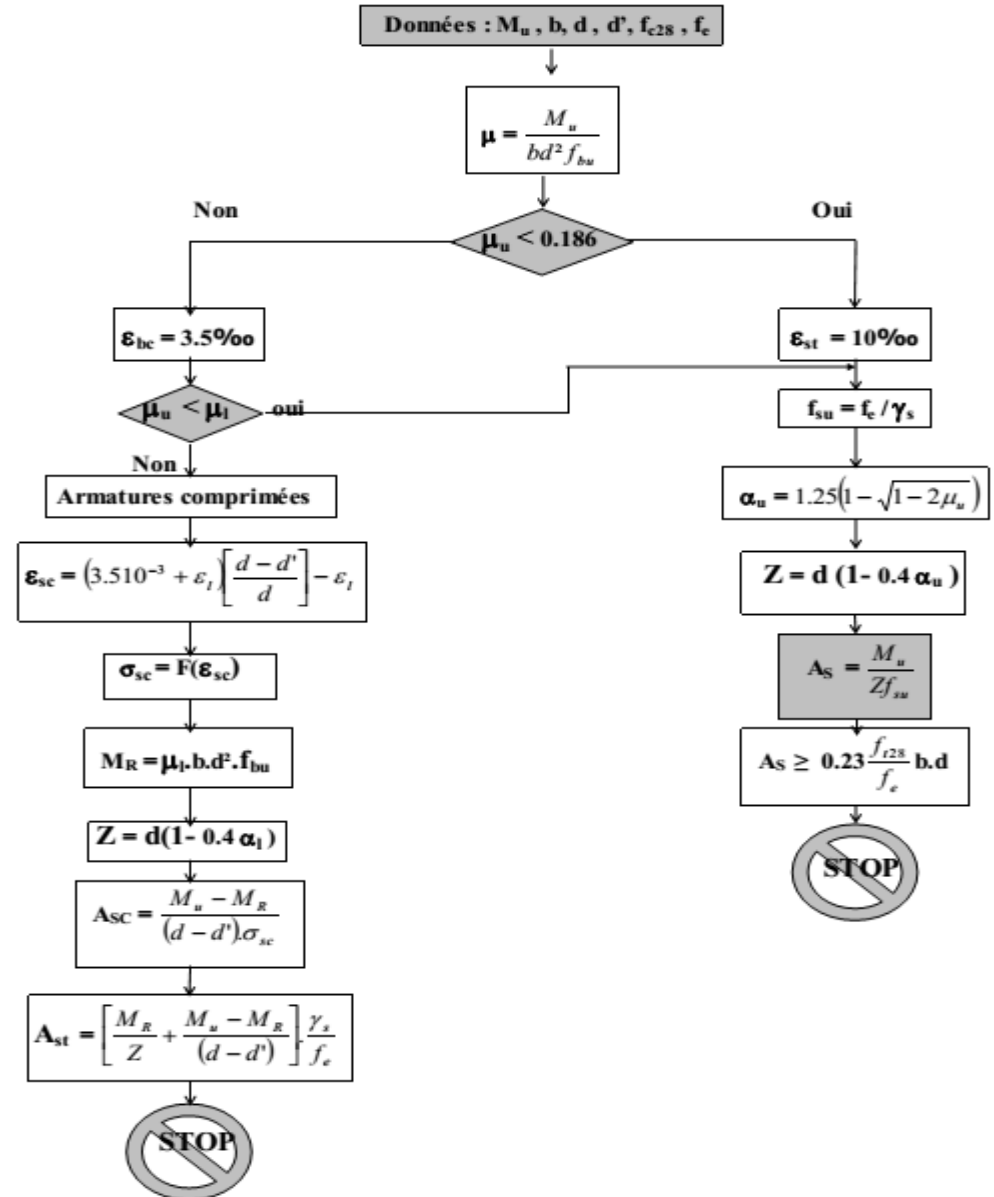
**Application :** Soit une section (25×50) sollicité par un moment de flexion  $M_u = 0.153 \text{ MN.M}$  avec  $f_{c28} = 25 \text{ MPA}$  et un ferrailage de FeE400

- Calculer la section des armatures AS en ELU

|                 | Nuance  | $f_e$<br>(MPa) | $1000\xi_l$ | $\alpha_L$ | $\mu_L$ | $\beta_L$ |
|-----------------|---------|----------------|-------------|------------|---------|-----------|
| Ronds<br>lisses | fe E215 | 215            | 0.935       | 0.789      | 0.432   | 0.684     |
|                 | fe E235 | 235            | 1.022       | 0.774      | 0.427   | 0.690     |
| Barres<br>HA    | fe E400 | 400            | 1.739       | 0.668      | 0.392   | 0.733     |
|                 | fe E500 | 500            | 2.174       | 0.617      | 0.372   | 0.753     |

## FLEXION SIMPLE ( E.L.U )

### SECTION RECTANGULAIRE



**II. Les justifications vis-à-vis de l'E.L.S:** Les éléments de structure en béton armé, soumis à un moment de flexion simple sont généralement calculés à l'état limite de service dans les cas suivants :fissuration préjudiciable et fissuration très préjudiciable.

Les vérifications à effectuer concernant les états limites de service vis à vis de la durabilité de la structure conduit à s'assurer du non dépassement des contraintes limites de calcul à l'E.L.S : - Compression du béton

- Traction des aciers suivant le cas de fissuration envisagé (état limite d'ouverture des fissures).

### II.1- Détermination des contraintes :

- La contrainte de compression dans le béton :  $\sigma_{bc} \leq \bar{\sigma}_{bc}$  où:  $\bar{\sigma}_{bc} = 0,6 \cdot f_{c28}$
- La contrainte de traction dans les aciers:  $\sigma_{st} \leq \bar{\sigma}_{st}$ :

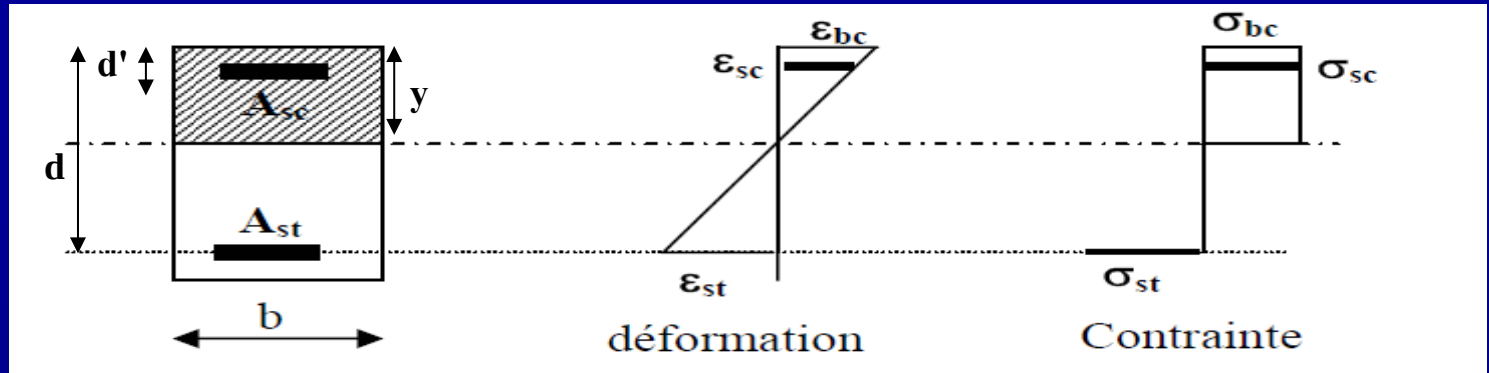
la fissuration préjudiciable:

$$\bar{\sigma}_{st} \leq \min\left(\frac{2}{3} \cdot f_e ; 110\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

la fissuration très préjudiciable:

$$\bar{\sigma}_{st} \leq \min\left(\frac{1}{2} \cdot f_e ; 90\sqrt{\eta \cdot f_{t28}}\right)$$

Les deux inconnues fondamentales qui doivent être déterminées pour la vérification sont  $y$  et  $I$ .



## II.2- détermination de l'axe neutre :

Par l'équilibre des moments statiques  $\sum M/C.d.G$

$$\sigma_{st} = \frac{M_{ser}(d-y)}{I}$$

$$F_b + F_{sc} - F_{st} = 0 \quad \text{et} \quad \sum M/Aciers Tendus = M - F_b Z - F_{sc}(d - d') = 0$$

La contrainte dans le béton et l'acier :

$$\sigma_{bc} = \frac{M_{ser} \times y}{I_{GZ}}$$

$$\sigma_{st} = \frac{n \cdot M_{ser} (d - y)}{I_{GZ}}$$

En plus selon la condition d'homogénéité:

$$\sigma_s = \sigma_b \cdot \frac{E_s}{E_b}$$

$$\frac{E_s}{E_b} = n = 15$$

La position de l'axe neutre :

$$b \cdot y \cdot \frac{y}{2} + n \cdot A_{sc} \cdot (y - d') - n \cdot A_{st} (d - y) = 0$$

S'il n'y a pas d'armatures comprimées,  $A_{sc}=0$

**détermination du moment quadratique I:** Moment quadratique du béton comprimé + moment quadratique des aciers tendus + moment quadratique des aciers comprimés.

**Béton comprimé:** 
$$I_b = \frac{by^3}{12} + by \left(\frac{y}{2}\right)^2 = \frac{by^3}{3}$$

**aciers tendus:** 
$$I_{st} = \text{nbre de barres} \cdot \frac{\pi D_{st}^4}{64} + nA_{st}(d - y)^2 \approx nA_{st}(d - y)^2$$

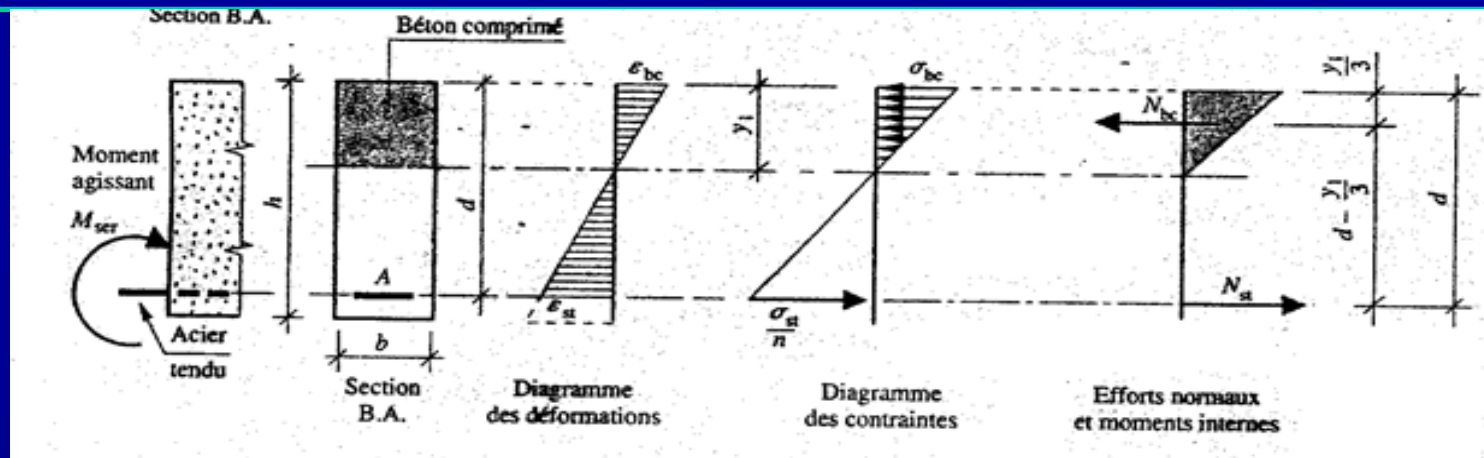
**aciers comprimés:** 
$$I_{sc} = \text{nbre de barres} \cdot \frac{\pi D_{sc}^4}{64} + nA_{sc}(y - d')^2 \approx nA_{sc}(y - d')^2$$

**Il vient alors:** 
$$I = \frac{by^3}{3} + nA_{st}(d - y)^2 + nA_{sc}(y - d')^2$$

### II.3- Détermination des armatures:

**a- Section rectangulaire sans armatures comprimées:** On considère une section rectangulaire courante d'une poutre soumise à un moment de flexion simple . Sous l'action des efforts , la section se déforme jusqu'à obtenir un état de équilibre des efforts:  $\sum$  efforts de compression du béton =  $\sum$  effort de traction de l'acier

$$N_{bc} = N_{st}$$



Donc: 
$$N_{ser} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc_{max}} - A_s \sigma_{st} = 0 \quad (1)$$

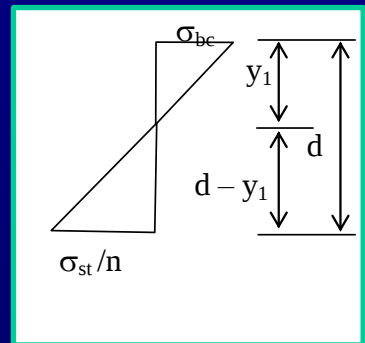
**Moment résistant du béton :  $M_{rsb}$**  : C'est le moment de service maximum que peut équilibrer une section sans lui adjoindre des armatures comprimées. Les matériaux ont alors atteint leurs contraintes admissibles.

-Equilibre des moments par rapport au C.d.G des aciers tendus:

Moment de flexion = effort de compression  $\times$  bras de levier.

$$M_{ser} = N_{bc} \times Z_1$$

**Bras de levier** (symbole  $Z_1$ ): 
$$z_1 = d - \frac{y_1}{3} \quad (2)$$



$$M_{ser} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc_{max}} \left( d - \frac{y_1}{3} \right) \quad (3)$$

Expression de  $M_{ser}$ : avec (1) et (2) on obtient :

$$M_{scr} = A_{scr} \cdot \sigma_{st} \cdot z_1 \quad (4)$$

## - Relation dans le diagramme des contraintes de section homogénéisée:

$$\frac{\sigma_{bc}}{\frac{\sigma_{st}}{n}} = \frac{y_1}{d - y_1}$$

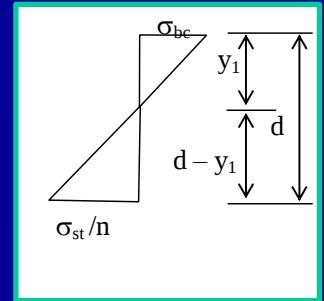
soit

$$\frac{y_1}{d} = \frac{n \cdot \sigma_{bc}}{n \cdot \sigma_{bc} + \sigma_{st}}$$

$$\alpha = y_1 / d$$

donc:

$$\alpha = \frac{n \sigma_{bc}}{n \sigma_{bc} + \sigma_{st}}$$



**Remarque :** Lorsque l'E.L.S est atteint. Les contraintes sont alors égales à leurs **valeurs admissibles**.

$$\sigma_{bc} = \overline{\sigma_{bc}} \quad \text{et} \quad \sigma_{st} = \overline{\sigma_{st}}$$

Dans ce cas nous pouvons calculer :

$$\alpha = \frac{n \overline{\sigma_{bc}}}{n \overline{\sigma_{bc}} + \overline{\sigma_{st}}}$$

D'où  $M_{rsb} = \frac{1}{2} b y_1 \sigma_{bc} \cdot Z$

La comparaison de ce moment résistant avec le moment de service doit nous permettre de choisir entre un système **d'armature simple**, ou **d'armatures doubles**.

**$M_{ser} \leq M_{rsb}$  : armature simple:** Dans ce cas nous pouvons nous fixer :  $\alpha = \overline{\alpha}$

Nous obtenons des résultats approchés satisfaisants.

D'où :

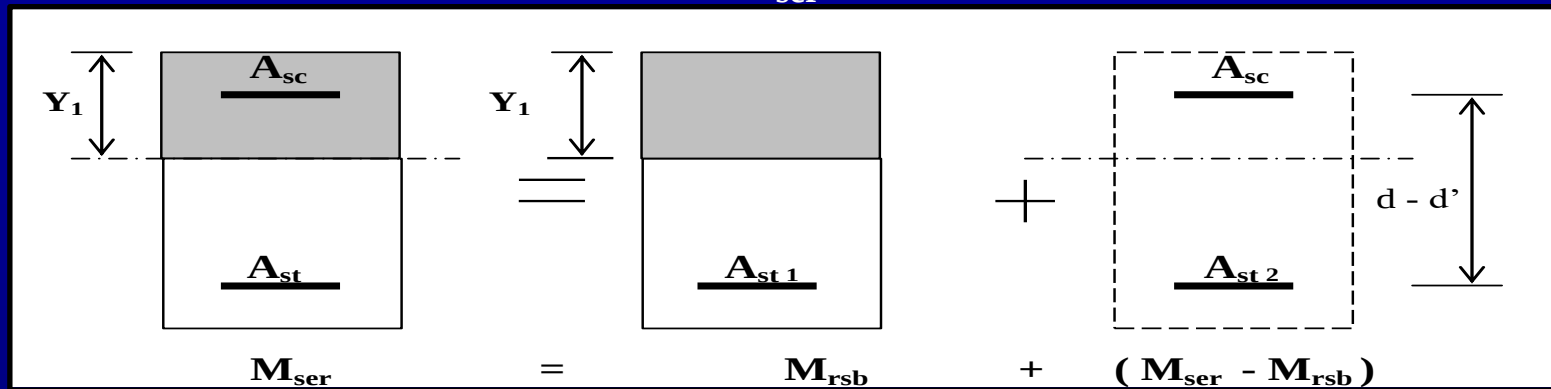
$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{Z_1 \cdot \overline{\sigma_{st}}}$$

$$Z = d (1 - \overline{\alpha} / 3)$$

**N.B:** S'assurer du respect de la condition de non fragilité :  $A_{ser} \geq A_{min}$

## b- Section rectangulaire avec armatures comprimées:

**$M_{ser} > M_{rsb}$  : armature double:** Dans ce cas nous déterminons une section d'acier tendu  $A_{st1}$  capable d'équilibrer le moment résistant du béton, puis une section d'acier tendu  $A_{st2}$  et une section d'acier comprimé  $A_{sc}$  capables d'équilibrer le complément de moment pour atteindre  $M_{ser}$ .



### Section d'acier tendu:

$$A_{st1} = \frac{M_{rsb}}{Z \times \sigma_{st}}$$

Nous connaissons :

$$\alpha = \frac{n \bar{\sigma}_{bc}}{n \bar{\sigma}_{bc} + \bar{\sigma}_{st}}$$

et

$$y_1 = \alpha \cdot d$$

et

$$Z = d \left( 1 - \frac{\alpha}{3} \right)$$

$A_{st2}$  doit équilibrer un moment  $(M_{ser} - M_{rsb})$  dans cette section le bras de levier est  $(d - d')$

$$A_{st2} = \frac{M_{ser} - M_{rsb}}{(d - d') \times \bar{\sigma}_{st}}$$

$$d'où : A_{st} = \frac{1}{\bar{\sigma}_{st}} \left[ \frac{M_{rsb}}{Z} + \frac{M_{ser} - M_{rsb}}{(d - d')} \right]$$

## Section d'acier comprimé:

$A_{sc}$  doit équilibrer un moment (  $M_{ser} - M_{rsb}$  ) le bras de levier est (  $d - d'$  )

$$D'où : A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{rsb}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

$\sigma_{sc}$  : est la contrainte de travail de la section d'acier comprimé. Elle dépend de la position des armatures dans la section.

$d'$  : enrobage supérieur

$$\sigma_{sc} = \frac{n \bar{\sigma}_{bc} (y_1 - d')}{y_1}$$

Avec :  $y_1 = \bar{\alpha} \cdot d$

### Application :

Considérons une poutre de section 30x60 l'enrobage est de 5 cm. Elle est soumise à un moment  $M_{ser} = 0.2 \text{ m.MN}$ . Le béton a une résistance caractéristique  $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$ . L'acier a une limite élastique  $f_e = 400 \text{ MPa}$ .

La fissuration est préjudiciable. Calculer les armatures à l' E.L.S.

# FLEXION SIMPLE ( E.L.S)

## SECTION RECTANGULAIRE

Données :  $M_{ser}$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $d'$ ,  $f_{c28}$ ,  $f_e$

$$\overline{\alpha} = \frac{n \overline{\sigma}_{bc}}{n \overline{\sigma}_{bc} + \overline{\sigma}_{st}}$$

$$y_1 = \overline{\alpha} \cdot d$$

$$Z = d \left( 1 - \overline{\alpha} / 3 \right)$$

$$M_{rsb} = \frac{1}{2} b y_1 \overline{\sigma}_{bc} Z$$



Non

$$\sigma_{sc} = \frac{n \overline{\sigma}_{bc} (y_1 - d')}{y_1}$$

$$A_{sc} = \frac{M_{ser} - M_{rsb}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

$$A_{st} = \left[ \frac{M_{rsb}}{Z} + \frac{M_{ser} - M_{rsb}}{(d - d')} \right] \cdot \frac{1}{\overline{\sigma}_{st}}$$



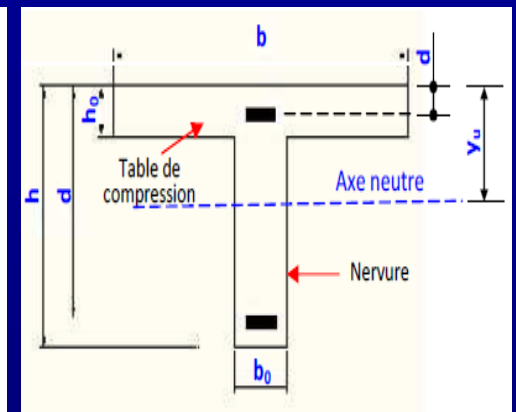
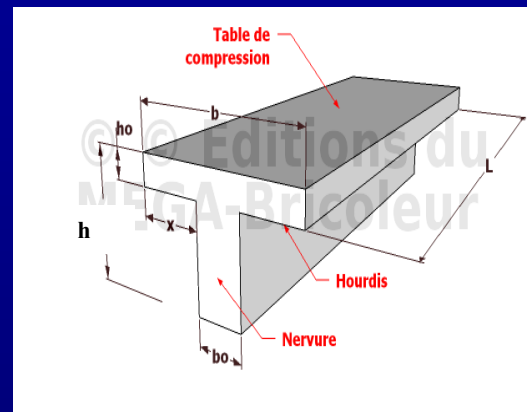
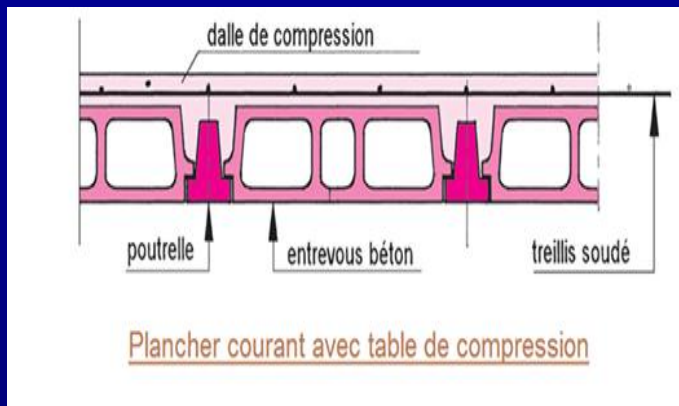
Oui

$$A_{ser} = \frac{M_{ser}}{Z \cdot \overline{\sigma}_{st}}$$

$$A_s \geq 0.23 \frac{f_{t28}}{f_e} b \cdot d$$



**III. Section en T:** Les poutres en béton armé d'un bâtiment ou d'un pont supportent souvent des dalles, le règlement BAEL autorise de considérer qu'une certaine largeur du hourdis fasse partie intégrante des poutres, alors la section droite de la poutre a la forme d'un té.



**III.1. Largeurs des tables de compression des poutres en T:** La largeur de hourdis à prendre en compte de chaque côté d'une nervure, à partir de son parement, ne doit pas dépasser la plus faible des valeurs ci-après:

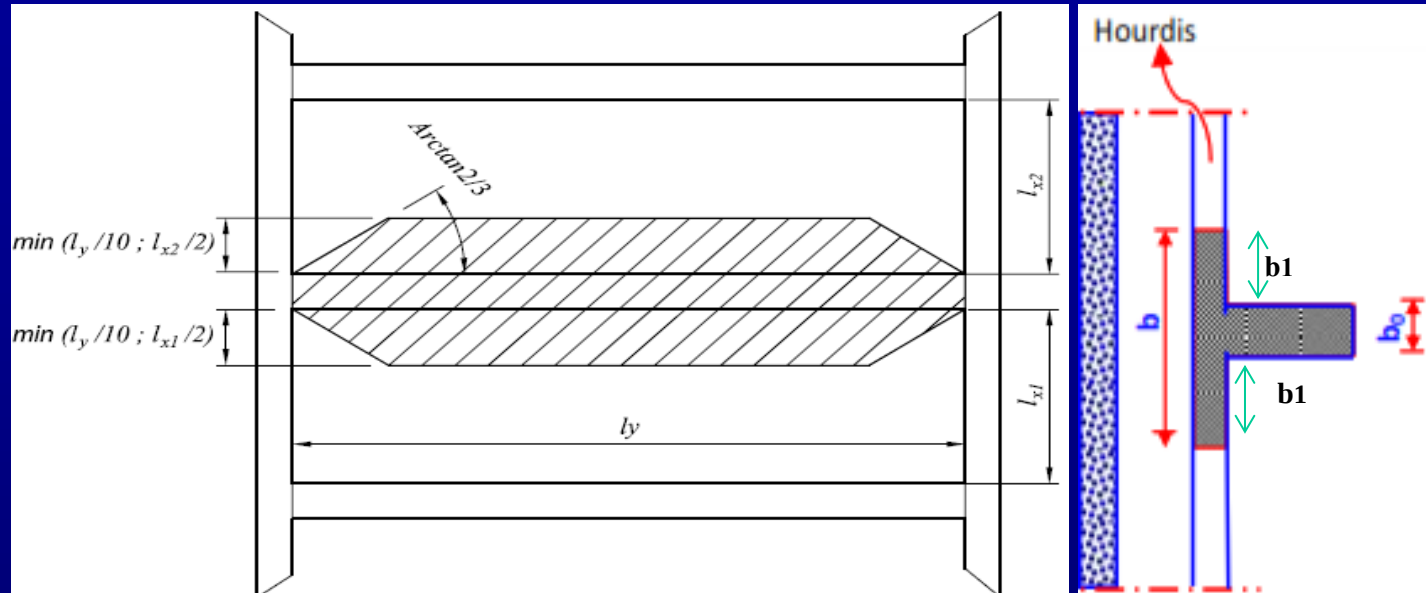
$$b = b_0 + 2b_1$$

avec  $b_1$  égale:

$$b_1 = \min \left\{ \frac{L_x}{2}; \frac{L_y}{10} \right\}$$

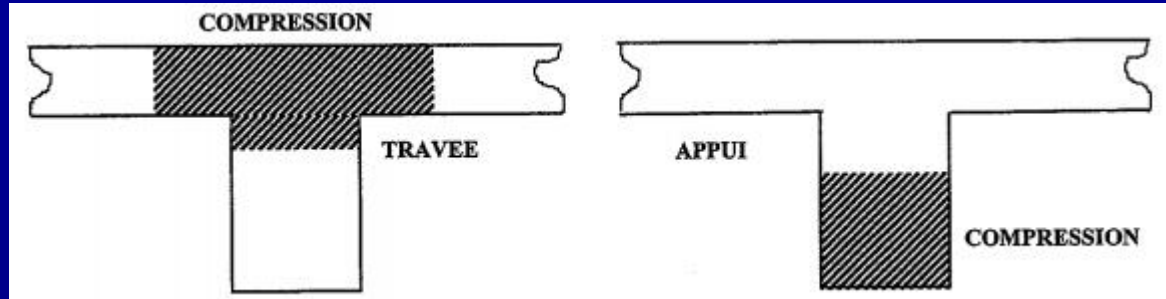
et  $b = b_0 + 2b_1$

- la moitié de la distance entre les faces voisines de deux nervures consécutives ( $L_x/2$ )
- le dixième de la portée de la travée ( $L_y/10$ )



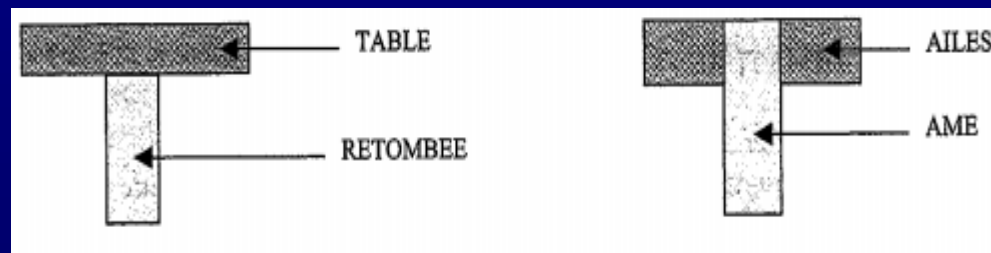
Dans l'étude d'une section en T, il est nécessaire de savoir si la partie comprimée n'intéresse que la table (sollicitation faible), ou si elle intéresse également la nervure (sollicitation forte), c'est à-dire on doit chercher la position de la l'axe neutre. Pour cela on calculera le moment  $M_t$  équilibré par la table.

Une poutre est le plus souvent associé à un plancher; **en travée**, une partie de ce plancher reprends **des efforts de compression**. L'ensemble poutre-plancher est donc capable de supporter des efforts supérieurs à ceux que reprendrait la poutre seule.



**Sur appuis**, seule la retombée de la poutre travaille en compression, donc le calcul d'une poutre en T n'est applicable qu'en travée.

**- Terminologie:**



### III.2. Calcul à l'E.L.U:

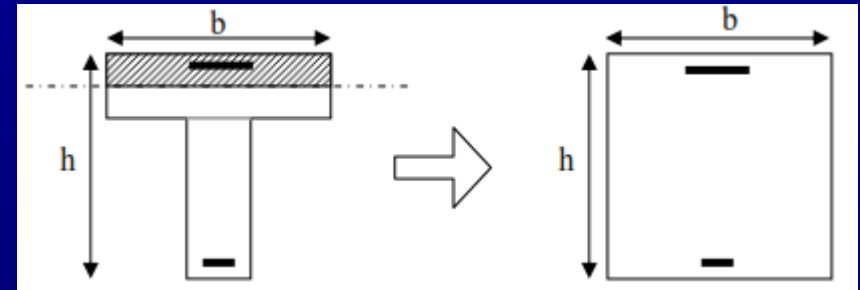
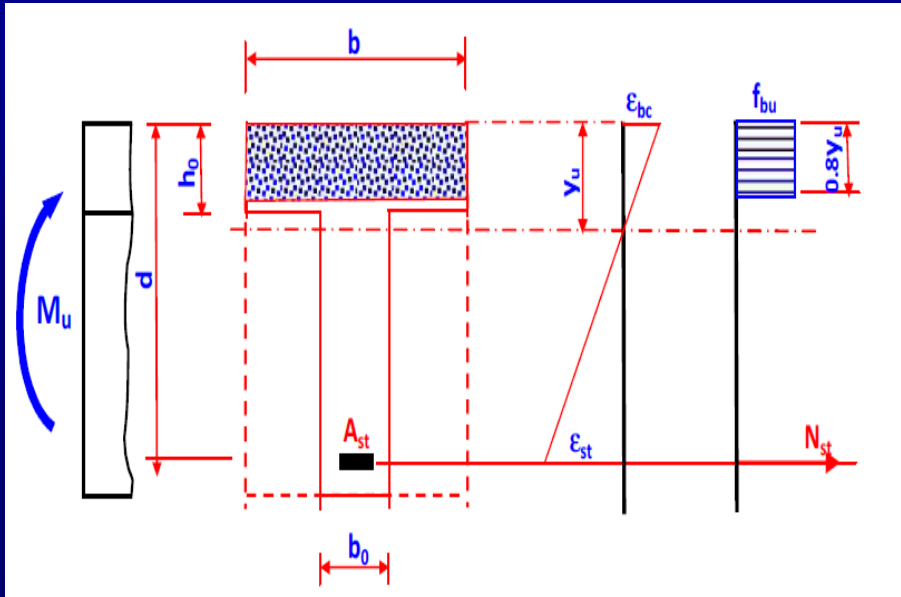
#### □ Le moment équilibré par la table seule $M_t$ :

$$M_t = b h_o f_{bu} \left( d - \frac{h_o}{2} \right)$$

Deux cas peuvent se présenter :

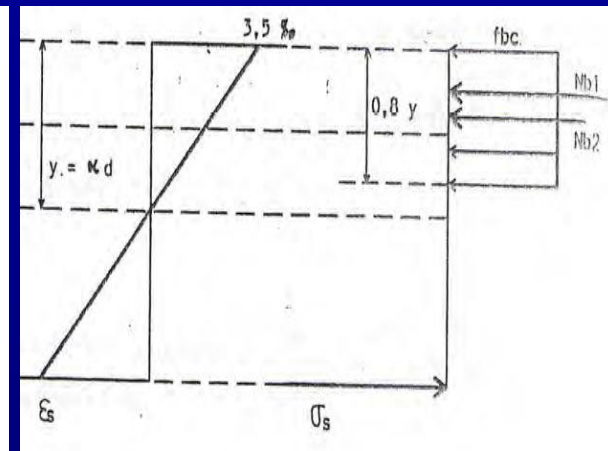
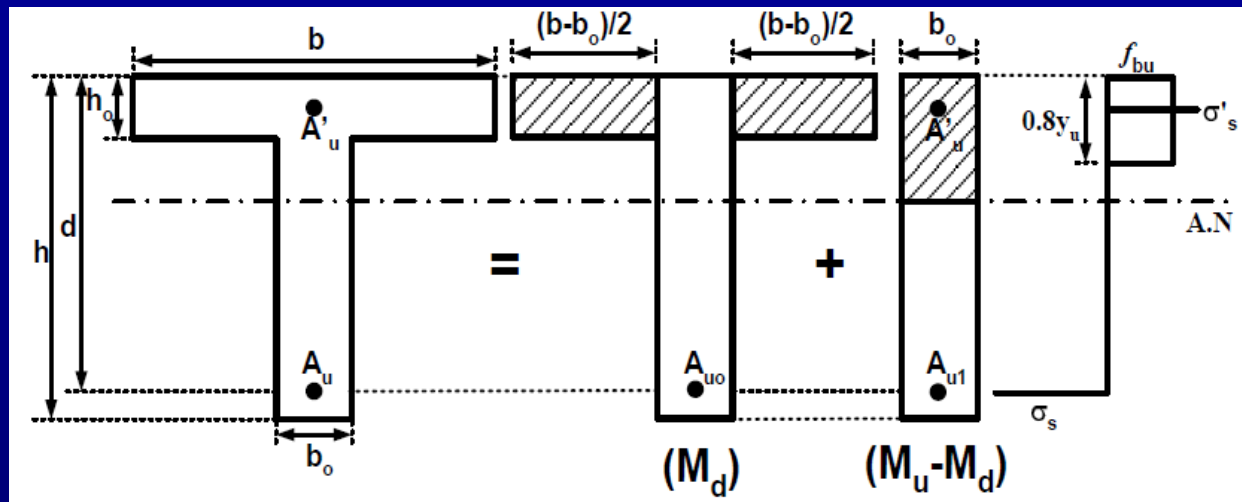
#### ➤ Le premier cas (l'axe neutre dans la table) : $M_u \leq M_t$ : C.a.d $0.8y_u \leq h_o$

Comme le béton tendu n'intervient pas dans les calculs de résistance on conduit le calcul comme si la section était rectangulaire de largeur  $b$  et hauteur utile  $d$



Principe de calcul a l'ELU d'une section en T, avec :  $M_t \geq M_u$

□ **Le deuxième cas :  $M_u > M_t$**  : La compression intéresse la table et une partie de la nervure, c'est le cas qui correspond réellement à celui d'une poutre en T. Le moment ultime est alors repris d'une part par les débords de la table et d'autre part par l'âme de la poutre.



Les efforts équilibrés valent:

**(débords)**:  $N_{b1} = (b - b_0) h_0 f_{bc}$  ; **(âme)**:  $N_{b1} = 0.8 \alpha d b_0 f_{bc}$  ; **As**:  $N_s = A_s \sigma_s$

- Les moments équilibrés par les débords est :

$$M_d = (b - b_0) h_0 f_{bu} \left( d - \frac{h_0}{2} \right) = \frac{b - b_0}{b} \cdot M_t$$



$$A_{u0} = \frac{M_d}{\left( d - \frac{h_0}{2} \right) \sigma_s}$$

- Les moments équilibrés par l'âme de la poutre est :

$$M_{\text{âme}} = M_u - M_d$$

On calcule :

$$\mu_u = \frac{M_u - M_d}{b_o d^2 f_{bu}}$$

-  $\mu_{bu} \leq \mu_l \rightarrow$  Asc = 0 (section sans armatures comprimée Asc=0)

$$A_{u1} = \frac{M_u - M_d}{z_u \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

avec

$$z_u = d(1 - 0.4\alpha_u)$$

et

$$\alpha_u = 1.25(1 - \sqrt{1 - 2\mu_u})$$

La section totale d'acier est alors:

$$A_u = A_{u0} + A_{u1} = \frac{M_d}{(d - \frac{h_o}{2}) \frac{f_e}{\gamma_s}} + \frac{M_u - M_d}{d(1 - 0.4\alpha_u) \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

-  $\mu_{bu} > \mu_l$  (section avec armatures comprimée Asc  $\neq 0$ )

Si  $0.8 y_l > h_o$  alors:

$$M_{bl} = \mu_l b_o d^2 f_{bu}$$

le moment repris par le béton comprimé de

l'âme.avec

$$z_l = d(1 - 0.4\alpha_l)$$

$$A_u = \frac{M_d}{(d - \frac{h_o}{2}) \frac{f_e}{\gamma_s}} + \frac{M_{bl}}{d(1 - 0.4\alpha_l) \frac{f_e}{\gamma_s}} + \frac{M_u - M_d - M_{bl}}{(d - d') \frac{f_e}{\gamma_s}}$$

et :

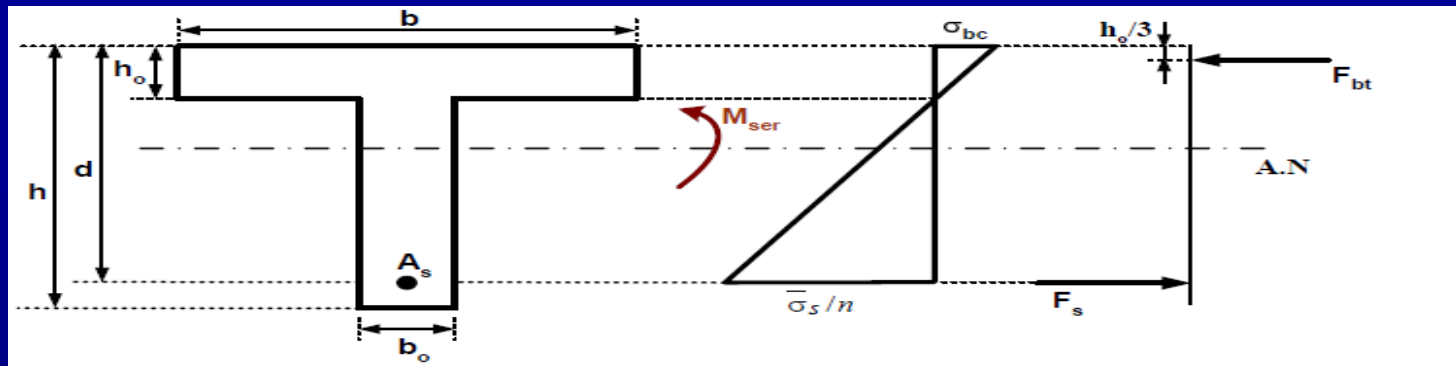
$$A_{sc} = \frac{M_u - M_d - M_{bl}}{(d - d') \sigma_{sc}}$$

avec :  $\sigma_{sc} = f(\xi_{sc})$

- Si  $0.8 y_l \leq h_o$  on se ramène à une section rectangulaire (b,h) avec Asc  $\neq 0$

**III.3.Vérification à l'E.L.S:** Le principe est le même que pour le cas d'une section simplement rectangulaire. Les deux inconnues fondamentales qui doivent être déterminées pour la vérification sont  $y$  et  $I$ .

**III.3.1.Position de l'axe neutre et l'inertie:** Le moment statique par rapport à un axe passant par le centre de gravité de la section (l'axe neutre) est nul



Pour savoir où se situera l'axe neutre  $y$ , il est nécessaire d'effectuer un premier calcul

arbitraire pour déterminer le signe de :  $\frac{by^2}{2} + nA_{sc}(y - d') - nA_{st}(d - y)$  En remplaçant  $y$  par  $h_0$ .

(cas 1) Si le signe est positif, ( $y \leq h_0$ ): l'axe neutre est dans la table de compression les calculs sont identiques au cas d'une section rectangulaire (les équations ne changent pas).

(cas 2): Si le signe est négatif, ( $y > h_0$ ) : l'axe neutre est dans la nervure (section en T)

L'équation pour déterminer  $y$  devient :  $\frac{by^2}{2} - \frac{(b - b_0)(y - h_0)^2}{2} + nA_{sc}(y - d') - nA_{st}(d - y) = 0$

Donc l'équation de moment d'inertie quadratique sera :

$$I = \frac{by^3}{3} - \frac{(b - b_0)(y - h_0)^3}{3} + nA_{st}(d - y)^2 + nA_{sc}(y - d')^2$$

$\sum \mathbf{M_i} = M_s$  (moment de service)

Nous avons :  $M_b + M_{ASC} + M_{AST} = M_{ser}$

$I = I_b + n \cdot I_{st} + n \cdot I_{sc}$

Alors les contraintes sont :  $\sigma_{bc} = \frac{M_{ser} \cdot y}{I_{GZ}}$  et  $\sigma_{st} = \frac{n \cdot M_{ser} \cdot (d - y)}{I}$

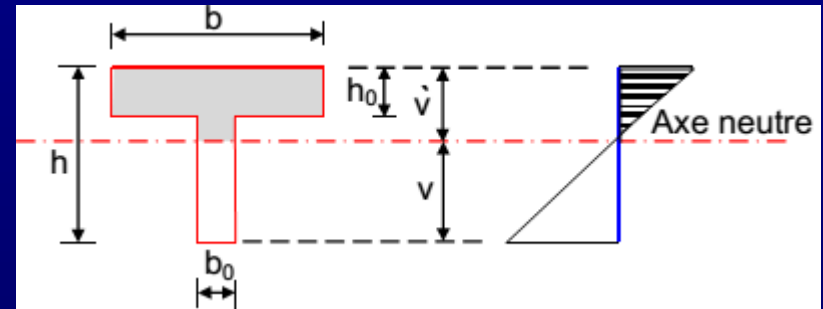
Les vérifications sont :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{bc} < \overline{\sigma_{bc}} \\ \sigma_{st} < \overline{\sigma_{st}} \end{array} \right\} E.L.S$$

vérifié

**III.3.2. Condition de non-fragilité:** La condition de non fragilité conduit à placer une section minimale d'armatures tendues pour une dimension de coffrage donnée.

$$A_{min} = \frac{I}{0,01 \cdot h \cdot v} \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$



$$I_{GZ} = b_0 \frac{h^3}{3} + (b - b_0) \frac{h_0^3}{3} - [b_0 h + (b - b_0) h_0] v'^2$$

$$v' = \frac{b_0 h^2 + (b - b_0) h_0^2}{2[b_0 h + (b - b_0) h_0]}$$

$$v = h - v'$$

$$A_{min} = \frac{I_{GZ}}{(d - \frac{h_0}{3})v} \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

**-Application** : Soit une section en "Té" sollicitée par un moment de flexion à l'E.L.U  
:  $M_u = 0,8 \text{ MN.m}$  et à l'E.L.S  $M_{ser} = 0,5 \text{ MN.m}$   
Si :  $f_{c28} = 20 \text{ MPa}$  ; FeE400 ;  
 $d = 65 \text{ cm}$  ;  $d' = 4 \text{ cm}$ .  
La fissuration est préjudiciable

