

Chapitre 2 : Fondations superficielles : Les radiers

1. Introduction :

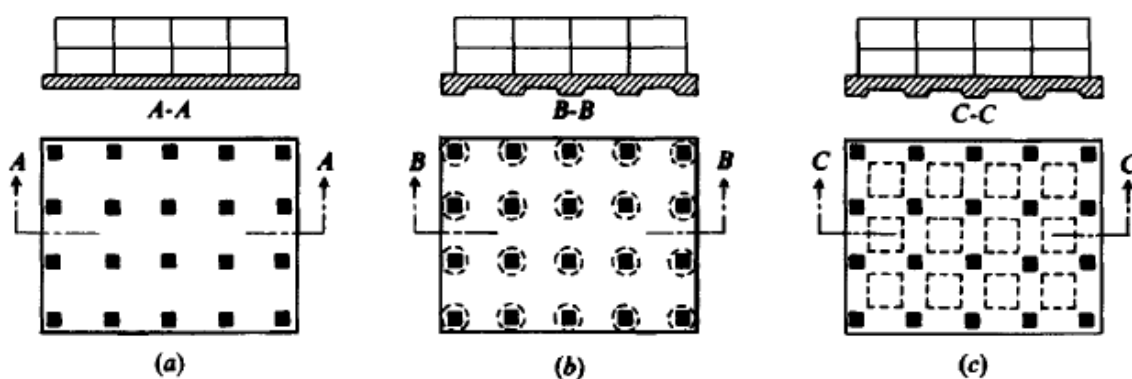
Dans le domaine de la construction d'un bâtiment, le système de fondation choisi doit supporter les charges de calcul avec une sécurité adéquate. Dans le cas où la surface des fondations occupe la majorité de la surface de bâtiment, il est plus économique de réaliser un radier.

2. Définition :

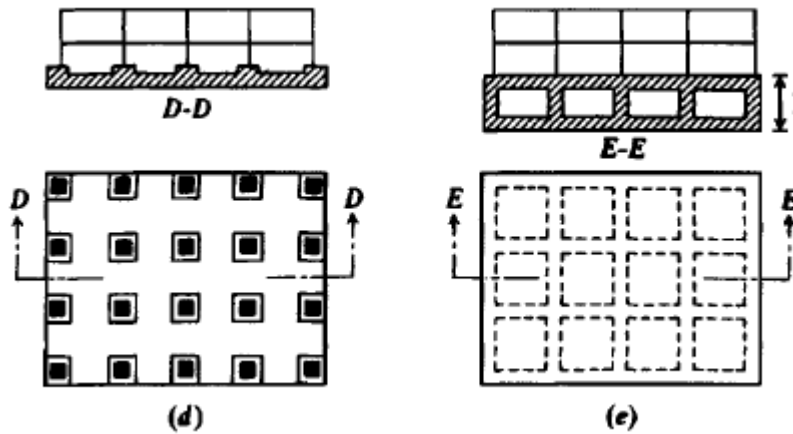
Le radier est une dalle en béton armé de grandes dimensions, conçu en tant que fondation superficielle. Ce système permet une bonne répartition des charges sur la surface de bâtiment.

- Un radier peut supporter des structures entières, telle que les réservoirs, les tours...
- Généralement le radier est utilisé lorsque la somme des surfaces des fondations dépasse 50% de la surface du bâtiment

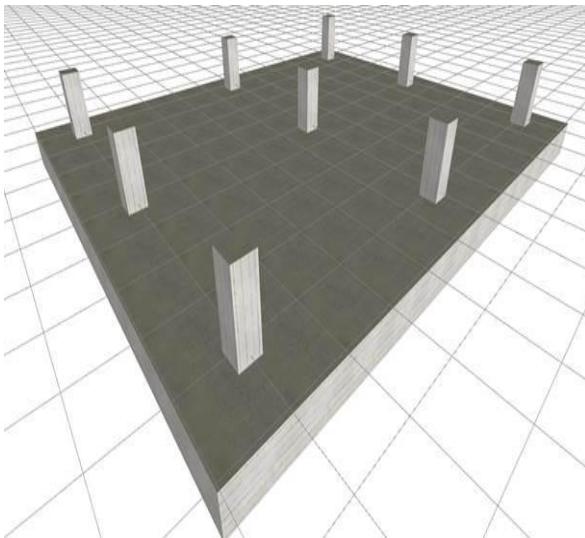
3. Principaux types de radiers :



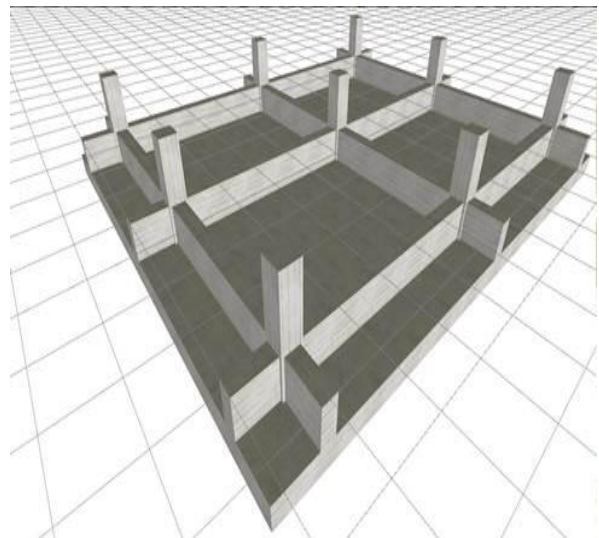
- Radier-dalle : se caractérise par une épaisseur constante, et choisi dans le cas de faible chargement
- Radier à dalle sur socles : conçu en cas de charges élevées
- Radier nervuré : il est adéquat en cas d'effort de flexion importants



- d) Radier à dalle sous socles : conçu en cas de charges élevées
 e) Radier cellulaire ou caisson



Radier dalle



Radier nervuré

Remarque :

Dans certains cas le système de fondation est formé d'une fondation et pieux ; ce système est nommé fondation mixte.

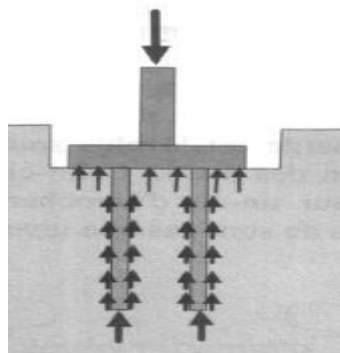


Figure 2 : fondation mixte

4. Les calculs de la capacité portante pour les fondations de radier :

Le calcul de la capacité portante des radiers est similaire à celui de la semelle superficielle isolée ou filante.

La capacité portante est définie comme la charge max qui peut supporter le sol.

- Selon l'Eurocode 7, la formule utilisée pour calculer la capacité portante est :

4.1. Conditions non drainées (on utilise la cohésion non drainée c_u)

$$q_{net} = (\pi + 2)c_u b_c s_c i_c + q$$

Coefficients	Symbole	Expression
Inclinaison de la base	b_c^a	$1 - \frac{2\alpha}{\pi + 2}$
Forme	s_c	$1 + 0,2 \frac{B'}{L'}$
Inclinaison de la charge	i_c^b	$\frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{H}{A'c_u}} \right]$ avec $H \leq A'c_u$

a α est l'inclinaison de la base de la fondation par rapport à l'horizontale

b H est la valeur de calcul de l'effort parallèle au plan de la base de la fondation superficielle

4.2. Conditions drainées

$$q_{net} = c' N_c b_c s_c i_c + q'_0 N_q b_q s_q i_q + q N_q b_q s_q i_q + 0,5 \gamma' B' N_\gamma b_\gamma s_\gamma i_\gamma$$

Avec : $q = \gamma \cdot D$

q'_0 = surcharge extérieurs

N_c, N_q, N_γ : Facteurs de portance ($\emptyset$)

Facteurs / coefficients	Terme de surcharge ou de profondeur	Terme de cohésion	Terme de surface
Portance	$N_q = e^{\pi \tan \varphi'} \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi'}{2} \right)$	$N_c = \frac{N_q - 1}{\tan \varphi'}$	$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi'$ ^e
Forme ^a	$s_q = 1 + \frac{B'}{L'} \sin \varphi'$	$s_c = \frac{s_q N_q - 1}{N_q - 1}$	$s_\gamma = 1 - 0,3 \frac{B'}{L'}$
Inclinaison de la base ^b	$b_q = (1 - \alpha \tan \varphi')^2$	$b_c = b_q - \frac{(1 - b_q)}{N_c \tan \varphi'}$	$b_\gamma = (1 - \alpha \tan \varphi')^2$
Inclinaison de la charge ^{c,d}	$i_q = \left[1 - \frac{H}{V + A' c' / \tan \varphi'} \right]^m$	$i_c = i_q - \frac{(1 - i_q)}{N_c \tan \varphi'}$	$i_\gamma = \left[1 - \frac{H}{V + A' c' / \tan \varphi'} \right]^{m+1}$

- lorsque la composante horizontale de la charge agit dans la direction de B' :

$$m = m_B = \frac{2 + \frac{B'}{L'}}{1 + \frac{B'}{L'}}$$

- lorsque la composante horizontale de la charge agit dans la direction de L' :

$$m = m_L = \frac{2 + \frac{L'}{B'}}{1 + \frac{L'}{B'}}$$

- lorsque la composante horizontale de la charge agit selon une direction faisant un angle θ avec la direction de L' :

$$m = m_\theta = m_L \cos^2 \theta + m_B \sin^2 \theta$$

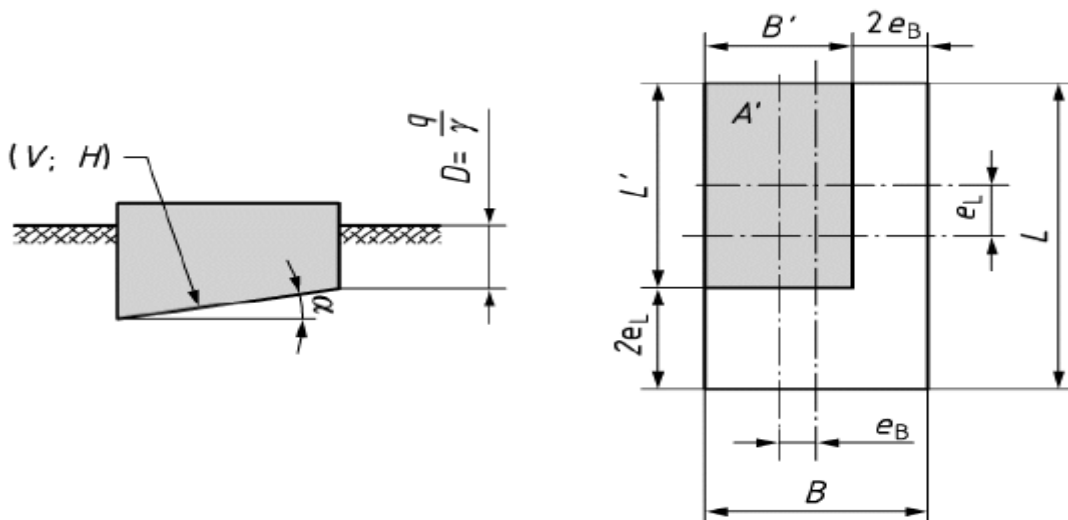


Figure 3 : Vue en plan et coupe d'une fondation superficielle

5. Justification des fondations superficielles (les radiers) :

5.1. La capacité portante (ELU) :

Pour démontrer qu'une fondation superficielle (radier) supporte la charge de calcul avec une sécurité adéquate vis-à-vis d'une rupture par défaut de portance du terrain, on doit vérifier :

$$V_d / A' \leq q_{net} / \gamma_{Rd} \cdot \gamma_{Rdv}$$

Avec :

V_d : la somme des charges verticales transmises par le radier au terrain

A' : est la valeur de la surface effective de radier (voir figure 3)

$$A' = B' \cdot L' \\ B' = B - 2e_b \quad \text{et} \quad L' = L - 2e_L$$

Remarque : B' et L' sont utilisées sauf s'il y a des moments

$$e_b = \frac{M_y}{V} \quad e_L = \frac{M_x}{V}$$

γ_{Rd} et γ_{Rdv} : Facteurs partiels

Avec :

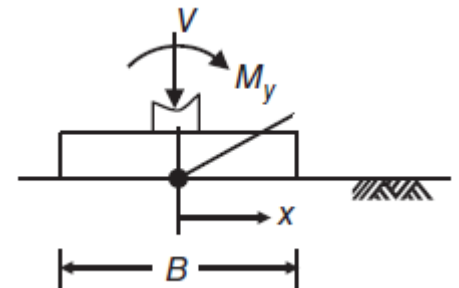
$$\gamma_{Rdv} = 1,2 : \text{conditions drainées } (c', \phi')$$

$$\gamma_{Rdv} = 1,2 : \text{conditions non drainées } Cu$$

Et :

$$\gamma_{Rd} = 1,4 : \text{à ELU}$$

$$\gamma_{Rd} = 2,3 : \text{à ELS}$$



6. Tassement des radiers :

Pendant la durée de service de l'ouvrage, il convient de vérifier que le tassement et la rotation de radier soient admissibles.

Le tassement final d'une fondation sur radier est la somme de :

- Tassement immédiat S_i
- Tassement de consolidation primaire S_c
- Tassement de consolidation secondaire S_s

$$S_t = S_i + S_c + S_s$$

On s'intéresse dans ce chapitre qu'au tassement immédiat ; (Le tassement S_c et S_s) sont déjà vus dans le module MDS 2.

6.1. Tassement immédiat S_i :

Lorsqu'on utilise la théorie d'élasticité linéaire, le tassement immédiat d'un radier posé sur un sol homogène peut être calculé par la formule suivante :

$$S_i = q \cdot B' \frac{1 - \nu^2}{E_s} m I_s I_f$$

q en kn/m^2

$B' = B/2$ B : la largeur de radier

ν : coefficient de poisson de sol

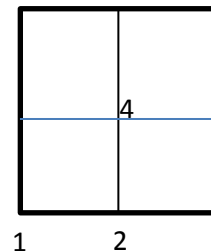
E_s : module de déformation de sol calculé jusqu'à $Z = 5B$

$$E_s = \frac{E_1 H_1 + E_2 H_2 + E_3 H_3 + \dots}{H}$$

$m = 4$: tassement calculé au centre

$m = 2$: tassement calculé au coté

$m = 1$: tassement calculé au coin



I_s et I_f : Facteurs d'influence, dépendent de L/B , de coefficient de poisson de sol, l'encastrement D , et de la distance entre la base de radier et le substratum rocheux H ;

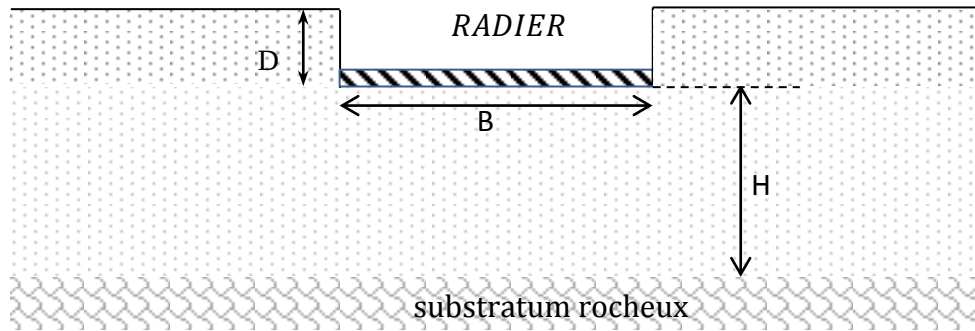
$$I_s = I_1 + \frac{1 - 2\nu}{1 - \nu} I_2$$

Avec :

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \left[M \ln \frac{(1 + \sqrt{M^2 + 1}) \sqrt{M^2 + N^2}}{M(1 + \sqrt{M^2 + N^2 + 1})} + \ln \frac{(M + \sqrt{M^2 + 1}) \sqrt{1 + N^2}}{M + \sqrt{M^2 + N^2 + 1}} \right]$$

$$I_2 = \frac{N}{2\pi} \tan^{-1} \left(\frac{M}{N \sqrt{M^2 + N^2 + 1}} \right) \quad \tan^{-1} \text{ en radian}$$

$$M = \frac{L}{B} \quad N = \frac{H}{B'}$$



Remarque :

- Cette formule est appliquée pour les radiers souples, pour faire la différence entre souple et rigide ; on doit calculer la rigidité relative K_r .
- La valeur de I_1 et I_2 peuvent être calculés en utilisant les tableaux mentionnés dans l'annexe 1

6.2. Tassements et déplacements admissibles :

Quel que soit le système de fondation choisi, il faut s'assurer que les mouvements de sol ne causent aucuns dégâts dans les bâtiments, la figure suivante présente les différents mouvements d'une fondation

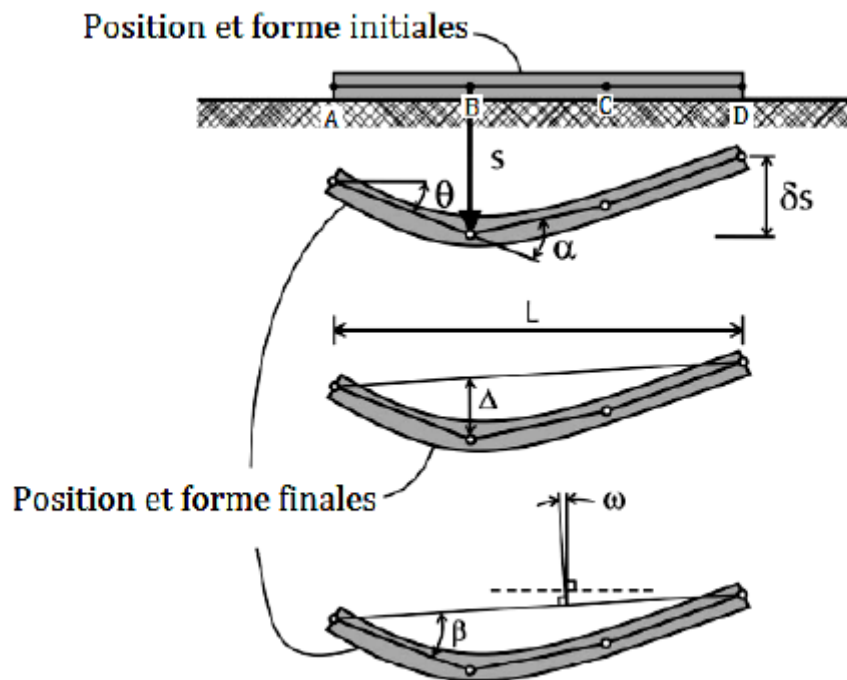


Figure 4 : mode de déplacement d'une fondation superficielle

Avec :

- le *tassement uniforme* s ,
- le *tassement différentiel* δs qui est la différence de tassement entre deux points travaillant dans des conditions différentes,
- la *rotation* θ causée par le tassement différentiel,
- la *déformation angulaire* α ,
- la *déflexion absolue* Δ et *relative* Δ/L ,
- *inclinaison* ω par rapport à l'axe vertical,
- la *distorsion angulaire* (ou *rotation relative*) β , égale à $\delta s/L$.

Pour les radiers ; les limites admissibles selon l'Eurocode 7 sont :

- Tassement max = 50 mm
- Tassement différentiel = 20 mm
- Rotation relative max = 1/500

Dans le cas général, ces valeurs peuvent être modifiées suivant la rigidité de la structure, et la nature de sol (sable ou argile)

7. Conception et calcul des radiers :

Le calcul et le dimensionnement d'une fondation sur radier est fortement basé sur l'interaction sol – radier – structure.

L'interaction sol-structure ISS est influencée par la raideur de la structure et du radier. La pression de contact et le tassement sous le radier dépendent de la rigidité relative K_r de radier et de terrain. On a :

- Un radier souple : qui est caractérisé par d'importantes déformations par flexion, et un déplacement non uniforme.

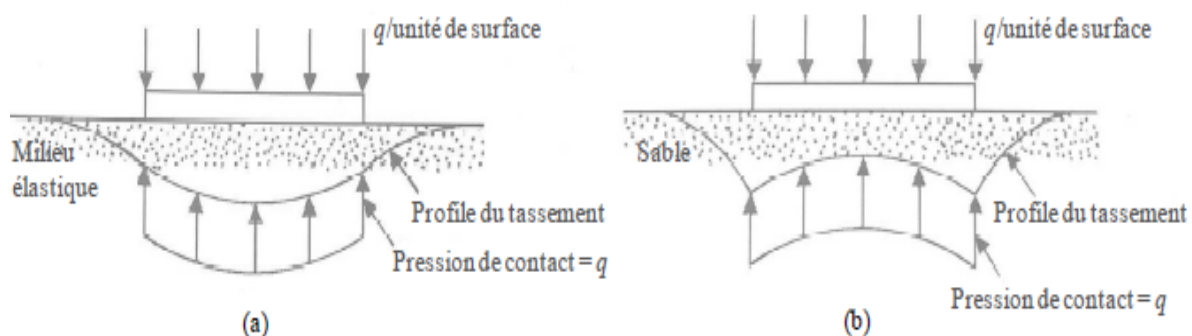
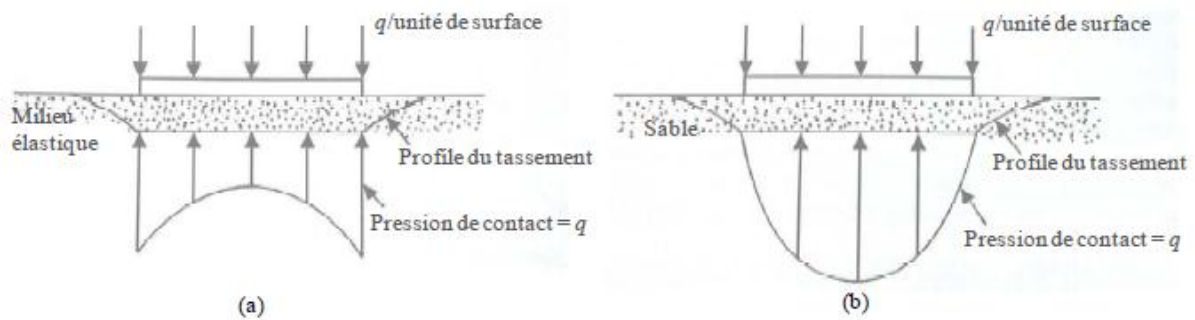


Figure 5 : Fondation souple : , a) matériaux fins, b) matériaux granulaires

On notera que la radier flexible se déplace et se déforme avec le terrain sans modification de l'état de contrainte dans le sol.

- Un radier rigide : le tassement reste identique sous le radier et pour tous les points. Pour les sables, la pression de contact est concentrée au milieu à cause de manque de cohésion. Pour les argiles, la pression de sol est max aux extrémités.



En cas de radier sous forme rectangulaire de largeur B et de hauteur h posé sur une surface de sol homogène, chargé uniformément, la rigidité relative Kr est :

$$K_r = \frac{4 (1 - \nu_p^2)}{3 (1 - \nu_s^2)} \frac{E_p}{E_s} \left(\frac{h}{B} \right)^3$$

E_p et ν_p : le module et le coefficient de poisson de radier

E_s et ν_s : le module et le coefficient de poisson de sol

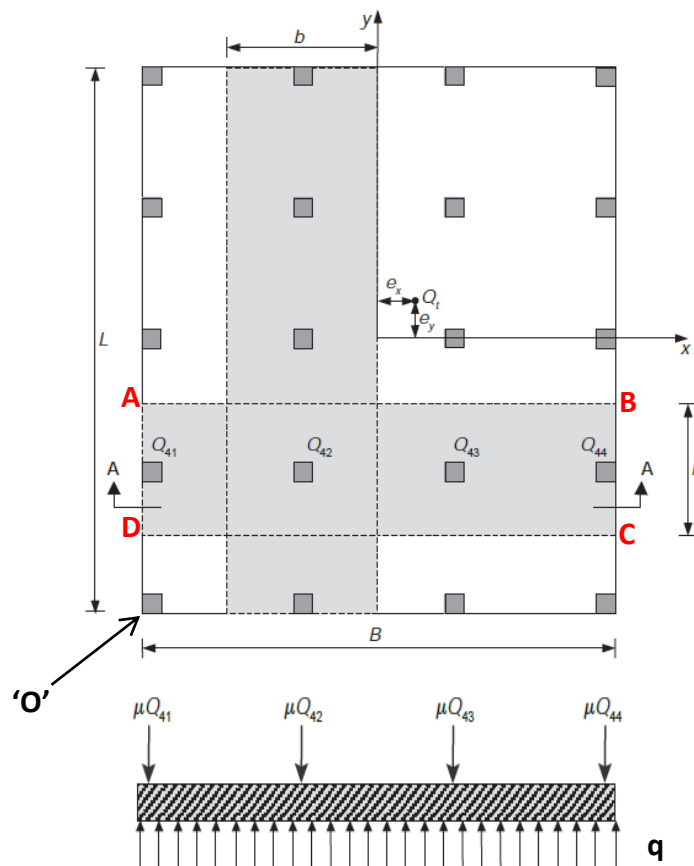
- Radier souple : $K_r \leq 0,001$
- Radier rigide : $K_r > 0,1$

En pratique, il existe 3 méthodes de calcul pour évaluer les efforts puis calculer le ferrailage des radier :

- Méthode de radier rigide
- Méthode de radier souple
- Méthode numérique

7.1. Méthode de radier rigide :

Dans cette méthode, le radier est supposé rigide et son tassement se manifeste par un déplacement d'ensemble sans déformation par flexion.



Pour un radier rectangulaire ($B \times L$), la pression de contact q sous le radier de coordonnée x et y est :

$$q(x, y) = \frac{Q_t}{BL} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x$$

Avec :

$Q_t = \sum Q_i$: la somme des charges transmises par les poteaux

$$I_x = (1/12)BL^3$$

$$I_y = (1/12)LB^3$$

$$M_x = Q_t \cdot e_y$$

$$M_y = Q_t \cdot e_x$$

L'excentricité $e_x = x' - \frac{B}{2}$

$$x' = \frac{Q_1 x'_1 + Q_2 x'_2 + Q_3 x'_3 + \dots}{Q_t}$$

L'excentricité $e_y = y' - \frac{L}{2}$

$$y' = \frac{Q_1 y'_1 + Q_2 y'_2 + Q_3 y'_3 + \dots}{Q_t}$$

$x'_1, x'_2, x'_3 \dots$: est la distance entre le centre de gravité de poteau et le point 'O' selon la direction x; voir figure ci-dessus

$y'_1, y'_2, y'_3 \dots$: est la distance entre le centre de gravité de poteau et le point 'O' selon la direction y ; voir figure ci-dessus

- La pression de contact max (q) doit être inférieure à la capacité portante de sol.

Pour des raisons de simplicité, cette méthode analyse le radier par des bandes selon les deux directions x et y. (ex ; bande ABCD voir figure ci-dessus).

Pour tracer le diagramme des moments et d'effort tranchant, on suit les étapes suivantes :

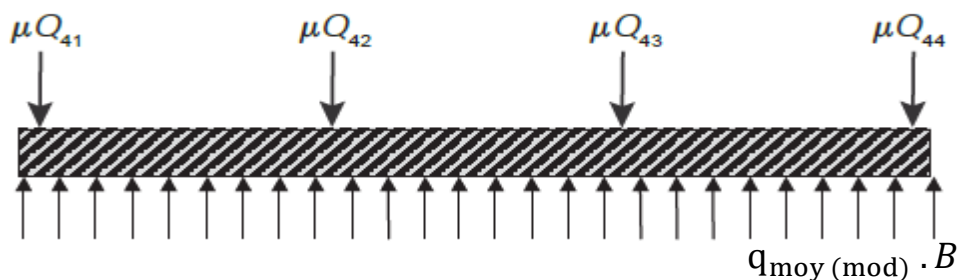
- 1 Calculer la contrainte moyenne : $q_{moy} = \frac{Q_{41} + Q_{44}}{2}$
- 2 Calculer la réaction totale de sol pour cette bande = $q_{moy} \cdot B \cdot l$
- 3 Contenu du non prise en considération de cisaillement entre chaque bande, la réaction et les charges des poteaux doivent être réajustées :
charge moyenne = $\frac{q_{moy} \cdot B \cdot l + (Q_{41} + Q_{42} + Q_{43} + Q_{44})}{2}$

- 4 Calculer la pression de contact moyenne modifiée du sol :

$$q_{moy(mod)} = q_{moy} \left(\frac{\text{charge moyenne}}{q_{moy} \cdot B \cdot l} \right)$$

- 5 Calculer le facteur de modification des charges :

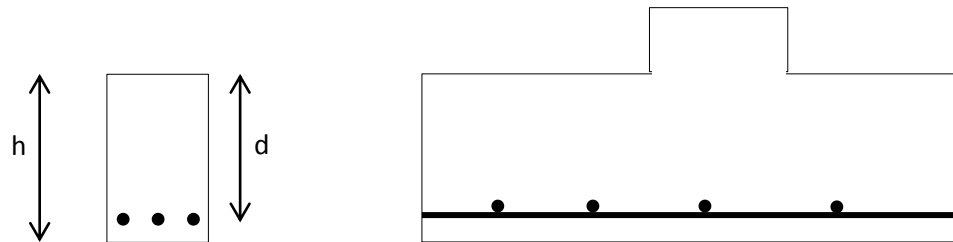
$$\mu = \frac{\text{charge moyenne}}{Q_{41} + Q_{42} + Q_{43} + Q_{44}}$$



- Ce calcul est répété pour toutes les bandes et dans les deux directions, puis on trace le diagramme des moments et d'effort tranchant selon la RDM.

Détermination de ferrailage :

Avant de ferrailer, il faut calculer la hauteur utile de radier (d). Pour calculer (d), on doit vérifier le radier au poinçonnement



Le poinçonnement est une rupture par arrachement d'une portion de la dalle en BA ou de radier sous l'effet d'une charge concentrée.

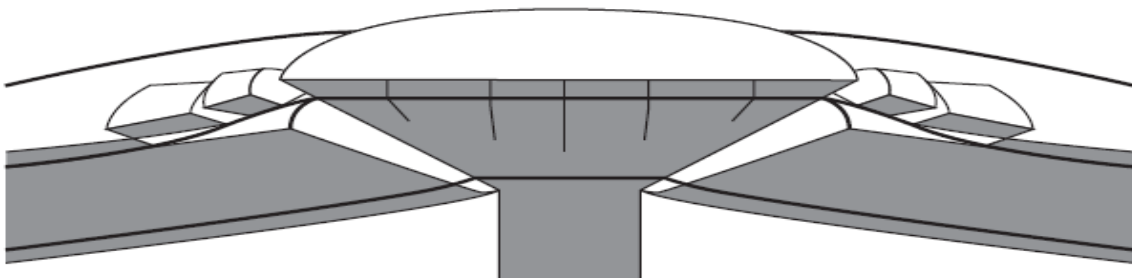
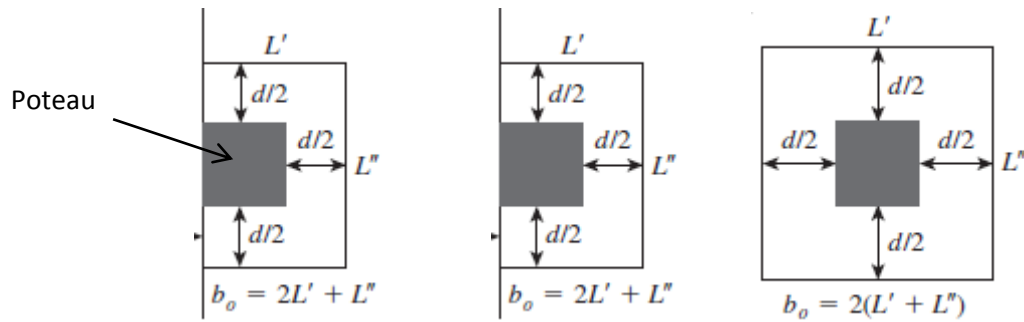


Figure 7 : mode de rupture par poinçonnement

Il faut vérifier que :

$$V_{sd} \leq b_0 d (0,34 \cdot \sigma \cdot \sqrt{f_{ck}})$$

b_0 : périmètre critique



- Il faut chercher le poteau où la charge est max et le périmètre critique soit min

$$\phi = 0,85$$

f_{ck} : la résistance caractéristique en compression de béton

V_{sd} : charge de poinçonnement = **1,5 Q** (Q est la charge de poteau choisi)

- On calcule d et l'épaisseur de radier : $h = d + \text{enrobage}$

La section de ferrailage :

On calcule le M_{max} pour chaque bande et on calcule :

$$M' = \frac{M_{max}}{B} \quad \text{kn.m/m}$$

Le moment ultime :

$$M_u = 1,5 M' = \phi A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Et $\phi = 0,9$

$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f_{ck} b}$: calculer A_s on fonction de a , et remplacer le résultat dans la

formule précédente, puis calculer a et A_s .



Figure 8 : exemple de ferrailage de radier nervuré

7.2. Méthode de radier souple :

Cette méthode est basée sur des solutions analytiques linéaires. Dans ce cas la bande de radier est modélisée par une poutre, alors que le sol est modélisé par des ressorts élastiques. Cette hypothèse est bien connue de Winkler (1867).

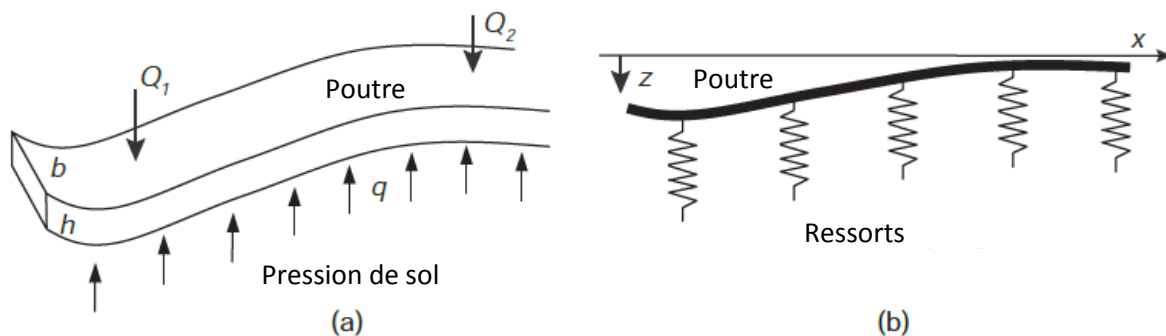


Figure 9 : modèle de Winkler (1867)

Dans ce cas, la réaction de sol (q) en un point donné qui se déplace de z est équivalente à celle d'un ressort élastique de raideur K_s ; on peut écrire :

$$q = K_s \cdot z$$

K_s : module de réaction de sol (kN/m^3) : représente la rigidité de sol

L'équation de déformée d'une poutre fléchie est donnée par :

$$M(x) = E_p I_p \frac{d^2 Z}{dx^2} \quad \text{le moment}$$

$$V(x) = \frac{dM}{dx} = E_p I_p \frac{d^3 Z}{dx^3} \quad \text{l'effort tranchant}$$

$$q(x) = \frac{dV}{dx} = E_p I_p \frac{d^4 Z}{dx^4} = -z k'$$

K' : coefficient de réaction de sol = $K_s \cdot b$

Donc on obtient : $E_p I_p \frac{d^4 Z}{dx^4} - z K_s \cdot b = 0$

La solution de cette équation est :

$$z = e^{-\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$$

C_1 et C_2 : des constants

Avec :

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k_s \cdot b}{4 E_p I_p}} \quad (m^{-1})$$

$$I_p = \frac{b h^3}{12}$$

- Radier rigide : si la distance entre deux poteaux $< 1,75/\beta$
- Radier souple : si la distance entre deux poteaux $> 1,75/\beta$

Pour calculer le module de réaction de sol, on peut utiliser la formule suivante :

$$K_s = \frac{0,65 E_s}{B(1 - \nu_s^2)} \sqrt[12]{\frac{E_s B^4}{E_p I_p}}$$

$$\text{Avec : } I_p = \frac{B h^3}{12}$$

7.3.Méthode numérique :

Actuellement, les méthodes numériques sont devenues un moyen habituel pour les ouvrages géotechniques tels que les radier. Ces méthodes permettent d'obtenir des déplacements des contraintes en tout point et de prendre en compte les différentes caractéristiques de l'ouvrage et du terrain.

Les codes de calcul numériques dans le domaine géotechnique sont généralement basés sur la méthode des éléments finis, ou des différences finies.

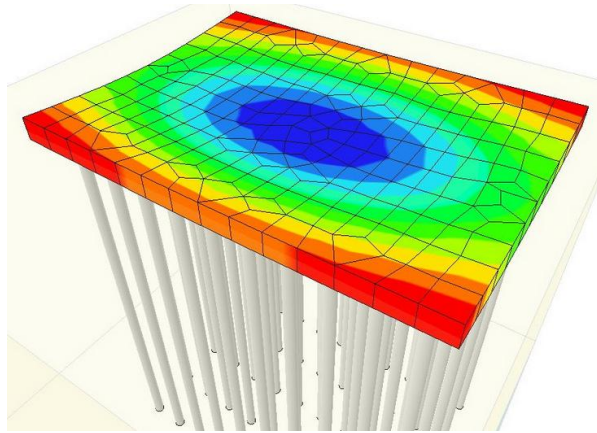


Figure 10 : Fondation mixte (radier-pieux)

Annexe 1 :Valeurs de I_1 et I_2 pour calculer le coefficient I_s ($N = H'/B$) ($M = L/B$)

N	$M = 1.0$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0.2	$I_1 = 0.009$ $I_2 = 0.041$	0.008	0.008	0.008	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
0.4	0.033 0.066	0.032	0.031	0.030	0.029	0.028	0.028	0.027	0.027	0.027	0.027
0.6	0.066 0.079	0.064	0.063	0.061	0.060	0.059	0.058	0.057	0.056	0.056	0.055
0.8	0.104 0.083	0.102	0.100	0.098	0.096	0.095	0.093	0.092	0.091	0.090	0.089
1.0	0.142 0.083	0.140	0.138	0.136	0.134	0.132	0.130	0.129	0.127	0.126	0.125
1.5	0.224 0.075	0.224	0.224	0.223	0.222	0.220	0.219	0.217	0.216	0.214	0.213
2.0	0.285 0.064	0.288	0.290	0.292	0.292	0.292	0.292	0.292	0.291	0.290	0.289
3.0	0.363 0.048	0.372	0.379	0.384	0.389	0.393	0.396	0.398	0.400	0.401	0.402
4.0	0.408 0.037	0.421	0.431	0.440	0.448	0.455	0.460	0.465	0.469	0.473	0.476
5.0	0.437 0.031	0.452	0.465	0.477	0.487	0.496	0.503	0.510	0.516	0.522	0.526
6.0	0.457 0.026	0.474	0.489	0.502	0.514	0.524	0.534	0.542	0.550	0.557	0.563
7.0	0.471 0.022	0.490	0.506	0.520	0.533	0.545	0.556	0.566	0.575	0.583	0.590
8.0	0.482 0.020	0.502	0.519	0.534	0.549	0.561	0.573	0.584	0.594	0.602	0.611
9.0	0.491 0.017	0.511	0.529	0.545	0.560	0.574	0.587	0.598	0.609	0.618	0.627
10.0	0.498 0.016	0.519	0.537	0.554	0.570	0.584	0.597	0.610	0.621	0.631	0.641
20.0	0.529 0.008	0.553	0.575	0.595	0.614	0.631	0.647	0.662	0.677	0.690	0.702
500.0	0.560 0.000	0.587	0.612	0.635	0.656	0.677	0.696	0.714	0.731	0.748	0.763

Variation de I_f en fonction de D/B et B/L et v

v	D/B	B/L		
		0.2	0.5	1.0
0.3	0.2	0.95	0.93	0.90
	0.4	0.90	0.86	0.81
	0.6	0.85	0.80	0.74
	1.0	0.78	0.71	0.65
0.4	0.2	0.97	0.96	0.93
	0.4	0.93	0.89	0.85
	0.6	0.89	0.84	0.78
	1.0	0.82	0.75	0.69
0.5	0.2	0.99	0.98	0.96
	0.4	0.95	0.93	0.89
	0.6	0.92	0.87	0.82
	1.0	0.85	0.79	0.72

I_f