حصة الأعمال الموجهة رقم (02)

مســـألة:

لتكن البيانات التاريخية التالية، المتعلقة بالكميات المباعة من قبل مؤسسة صناعية، من منتوج معين، خلال كل ثلاثي من السنوات 2005، 2006، 2007، 2008.

و.ق: طـن

الثلاثيات / السنوات	2005	2006	2007	2008
ثـ I	2100	2470	2820	3190
ثـ II	1210	1280	1580	1750
ثـ III	730	625	690	750
ثـIV	565	1610	1830	2010

المطلوب:

1- تحديد الصيغة الرياضية لهذه السلسلة الزمنية.

2- حساب القيم الإتجاهية $(\acute{Y}_i)$.

3- تحديد الفرق بين كل قيمة إتجاهية $\acute{Y}_{(i+1)}$، والقيمة الإتجاهية $\acute{Y}_{(i)}$ السابقة لها. ماذا تستنتج؟

4- تقدير الكميات المتوقع بيعها خلال كل ثلاثي من السنة القادمة 2009.

5- ماهي مركبات القيم الإتجاهية؟

6- ماهي تقنية التنبؤ المستعملة في هذه الحالة؟

ملاحظـــة:

- قرب الحسابات إلى الرقم الرابع بعد الفاصلة.

الحـــــــل:

1- صيغة السلسلة الزمنية:

Δف : منحنى تطور الكميات المباعة، من ثلاثي إلى آخر، خلال السنوات 2005، 2006، 2007، 2008.

نلاحظ أن الدبدبات العليا والدبدبات السفلى لـ (Δ ف) محصورة بين خطين وهميين (أ و ب) غير متوازيين (منفرجين).

وبالتالي تعتبر هذه السلسلة جدائية، أي أن صيغتها الرياضية هي:

$$Y_i = (T \times C \times S \times I)_i$$

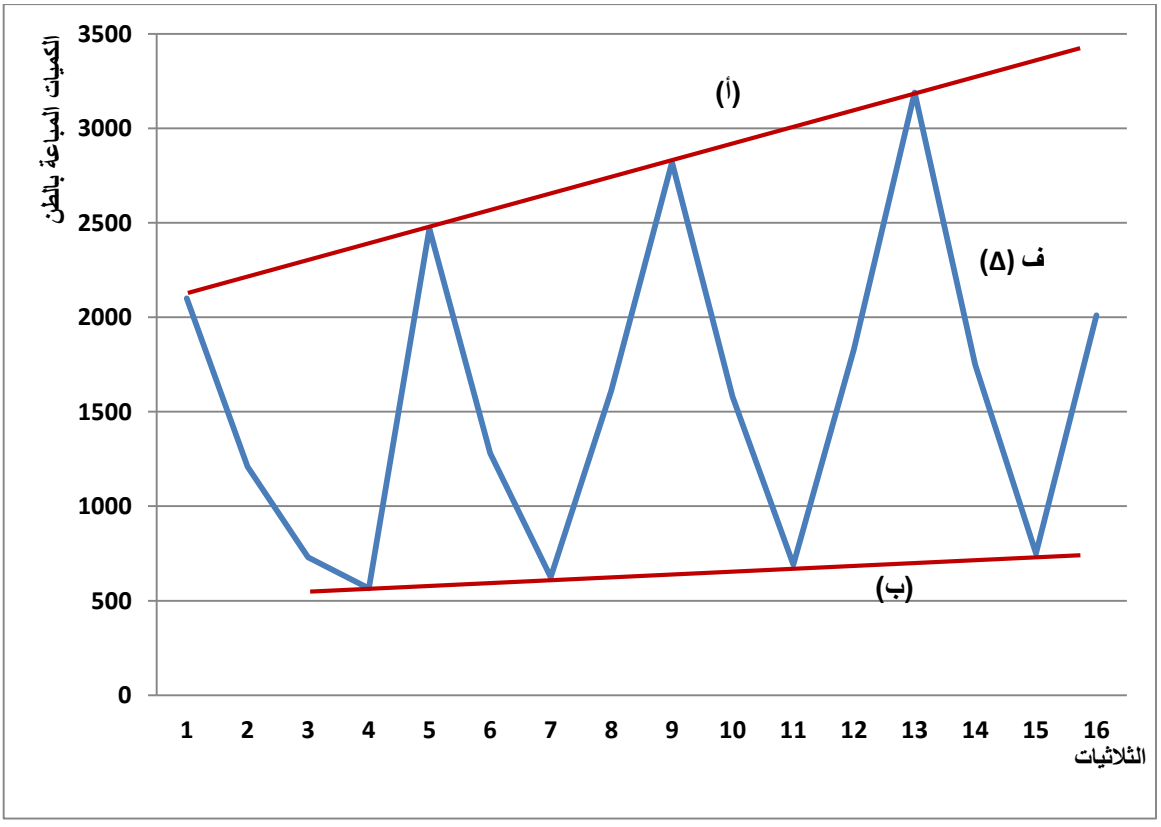
حيث أن:

T: هي مركبة الإتجاه العام.

C: المركبة الدورية.

S: مركبة التغيرات الموسمية.

I: مركبة التغيرات العشوائية.



أولا:تحديد معادلة الإتجاه العام:

من الرسم البياني السابق (لـ Δ ف) نلاحظ أن التعديل المناسب لهذه السلسلة هو وفقا لخط مستقيم.

(أي أن الإتجاه العام هو خطي)

وبالتالي:

معادلة خط الإتجاه العام هي من الشكل:

$$Y_i' = aX_i + b$$

حساب a و b:

أ- باستعمال المعادلتين الإعتداليتين:

$$\sum Y_i = nb + a\sum X_i \quad \rightarrow \quad (1)$$

$$\sum X_iY_i = b\sum X_i + a\sum X_i^2 \quad \rightarrow \quad (2)$$

X_i رتب الثلاثيات	Y_i الكميات المباعة	X_iY_i	X_i^2
1	2100	2100	1
2	1210	2420	4
3	730	2190	9
4	565	2260	16
5	2470	12350	25
6	1280	7680	36
7	625	4375	49
8	1610	12880	64
9	2820	25380	81
10	1580	15800	100
11	690	7590	121
12	1830	21960	144
13	3190	41470	169
14	1750	24500	196
15	750	11250	225
16	2010	32160	256
$\sum X_i = 136$	$\sum Y_i = 25210$	$\sum X_iY_i = 226365$	$\sum X_i^2 = 1496$

حيث: عدد المشاهدات: n=16

وبالتعويض نحصل على ما يلي:

$$25210 = 16b + 136a \quad \rightarrow \quad (1)$$
$$226365 = 136b + 1496a \quad \rightarrow \quad (2)$$

نضرب المعادلة (1) في 8,5 ثم نطرحها من المعادلة (2):

$$(8,5)25210 = 8,5(16b + 136a) \quad \rightarrow \quad (3)$$

$$214285 = 136b + 1156a \quad \rightarrow \quad (3)$$

$$226365 = 136b + 1496a \quad \rightarrow \quad (2)$$

$$-214285 = -136b - 1156\,a \quad \rightarrow \quad (3)$$

$$12080 = 0b + 340\,a$$

$$\Rightarrow \qquad a = \frac{12080}{340} = \boxed{35,5294}$$

نعوض a في المعادلة (1) مثلا، ونحصل على:

$$25210 = 16b + 136(35,5294)$$

$$\Rightarrow \qquad 16b = 25210 - 4831,9984$$

$$b = \frac{20378,0016}{16} = \boxed{1273,6251}$$

ومنه، المعادلة هي:

$$Y_i' = 35,5294X_i + 1273,6251$$

ب- باستعمال القانونين:

$$\boldsymbol{a = \frac{\sum X_i Y_i - n\bar{X}\,\bar{Y}}{\sum X_i^2 - n\bar{X}^2}}$$

$$\boldsymbol{b = \bar{Y} - a\bar{X}}$$

$\boldsymbol{X_i^2}$	$\boldsymbol{X_iY_i}$	$\boldsymbol{Y_i}$	$\boldsymbol{X_i}$
1	2100	2100	**1**
4	2420	1210	**2**
9	2190	730	**3**
16	2260	565	**4**
25	12350	2470	**5**
36	7680	1280	**6**
49	4375	625	**7**
64	12880	1610	**8**
81	25380	2820	**9**
100	15800	1580	**10**
121	7590	690	**11**
144	21960	1830	**12**
169	41470	3190	**13**
196	24500	1750	**14**
225	11250	750	**15**
256	32160	2010	**16**
$\sum X_i^2 = 1496$	$\sum X_iY_i = 226365$	$\sum Y_i = 25210$	$\sum X_i = 136$

n=16

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{136}{16} = \boxed{8,5}$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

$$\bar{Y} = \frac{25210}{16} = \boxed{1575,6250}$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{(226365) - [(16)(8,5)(1575,6250)]}{(1496) - (16)(8,5)^2}$$

$$a = \frac{12080}{340} = \boxed{35,5294}$$

$$\boldsymbol{b} = 1575{,}6250 - (35{,}5294)(8{,}5)$$

$$\boldsymbol{b} = \boxed{1273{,}6251}$$

ومنه المعادلة هي:

$$\boldsymbol{Y'_i = 35{,}5294X_i + 1273{,}6251}$$

ثانيا: حساب القيم الإتجاهية

مثلا: بالنسبة للثلاثي الأول من سنة 2005

$$\text{X=1} \leftarrow \boldsymbol{Y'_1 = 35{,}5294(1) + 1273{,}6251 = 1309{,}1545}$$

$\boldsymbol{X_i}$	القيم الإتجاهية: $\boldsymbol{Y'_i = 35{,}5294(X_i) + 1273{,}6251}$ و.ق: طن
1	$Y'_1 = 35{,}5294(1) + 1273{,}6251 = 1309{,}1545$
2	$Y'_2 = 35{,}5294(2) + 1273{,}6251 = 1344{,}6839$
3	$Y'_3 = 35{,}5294(3) + 1273{,}6251 = 1380{,}2133$
4	$Y'_4 = 35{,}5294(4) + 1273{,}6251 = 1415{,}7427$
5	$Y'_5 = 35{,}5294(5) + 1273{,}6251 = 1451{,}2721$
6	$Y'_6 = 35{,}5294(6) + 1273{,}6251 = 1486{,}8015$
7	$Y'_7 = 35{,}5294(7) + 1273{,}6251 = 1522{,}3309$
8	$Y'_8 = 35{,}5294(8) + 1273{,}6251 = 1557{,}8603$
9	$Y'_9 = 35{,}5294(9) + 1273{,}6251 = 1593{,}3897$
10	$Y'_{10} = 35{,}5294(10) + 1273{,}6251 = 1628{,}9191$
11	$Y'_{11} = 35{,}5294(11) + 1273{,}6251 = 1664{,}4485$
12	$Y'_{12} = 35{,}5294(12) + 1273{,}6251 = 1699{,}9779$
13	$Y'_{13} = 35{,}5294(13) + 1273{,}6251 = 1735{,}5073$
14	$Y'_{14} = 35{,}5294(14) + 1273{,}6251 = 1771{,}0367$
15	$Y'_{15} = 35{,}5294(15) + 1273{,}6251 = 1806{,}5661$
16	$Y'_{16} = 35{,}5294(16) + 1273{,}6251 = 1842{,}0955$

3- **الفرق بين كل $\boldsymbol{Y'_{i+1}}$ و $\boldsymbol{Y'_i}$:**

مثلا:

$$Y'_2 - Y'_1 = 1344{,}6839 - 1309{,}1545 = 35{,}5294 \qquad (1)$$
$$Y'_3 - Y'_2 = 1380{,}2133 - 1344{,}6839 = 35{,}5294(1)$$
$$Y'_4 - Y'_3 = 1415{,}7427 - 1380{,}2133 = 35{,}5294 \qquad (1)$$

$$Y'_{16} - Y'_{15} = 1842{,}0955 - 1806{,}5661 = 35{,}5294(1)$$

الإستنتاج:

إن الفرق بين كل $\mathbf{Y'_{i+1}}$ و$\boldsymbol{Y'_i}$ثابت ويساوي:

$$Y'_{(i+1)} - Y'_{(i)} = \mathrm{a}\ .\ \ \Delta X_i$$

وبالتالي يمكن القول أن القيم الإتجاهيةالخطية(Y'_i) تتغير بمقدار ثابت يساوي الميل (a) كلما تغيرX_iبوحدة واحدة.

4 – تقدير الكميات المتوقع بيعها خلال السنة القادمة 2009:

و.ق: الطــن

الثلاثيات	رتب X_i	القيم المقدرة (الإتجاهية): $\boldsymbol{Y'_i = 35,5294X_i + 1273,6251}$
ثـ I	17	$Y'_{17} = 35{,}5294(17) + 1273{,}6251 = 1877{,}6249$
ثـ II	18	$Y'_{18} = 35{,}5294(18) + 1273{,}6251 = 1913{,}1543$
ثـ III	19	$Y'_{19} = 35{,}5294(19) + 1273{,}6251 = 1948{,}6837$
ثـIV	20	$Y'_{20} = 35{,}5294(20) + 1273{,}6251 = 1984{,}2131$

أي أنه من المتوقع أن تبيع المؤسسة هذه الكميات خلال كل ثلاثي من السنة القادمة 2009 (بشرط أن لا تحدث تغيرات موسمية S وعشوائية I، خلال هذه الفترة).

5 – مركبات القيم الإتجاهية (أو المقدرة) هي:

T: مركبة الإتجاه العام.

C: مركبة التغيرات الدورية (إن وجدت).

حيث أن صيغتها الرياضية هي في هذه الحالة:

$$\boldsymbol{Y'_i = (T \times C)_i}$$

لأنY'_i لا تحمل إلا T و C إن وجدت (أي أنها دون S و I)

6– تقنية التنبؤ المستعملة في هذه الحالة هي:

- إحدى التقنيات الكمية غير السببية .
- وهي تقنية الإتجاه العام الخطي.