

Série d'Exercices

Chapitre 1: Introduction à la Programmation Linéaire

Exercice 1 : Questions de Compréhension

1. Qu'est-ce que la programmation linéaire (PL) ? Donnez une définition concise.
2. Citez trois domaines d'application de la programmation linéaire.
3. Quelles sont les quatre conditions nécessaires pour formuler un problème en programmation linéaire ?
4. Expliquez brièvement la différence entre la forme standard et la forme canonique d'un programme linéaire.
5. Pourquoi la méthode du Simplexe reste-t-elle largement utilisée malgré sa complexité théorique non polynomiale ?

Exercice 2 : Formulation de Problèmes (Modélisation)

Problème 1 : Production de Meubles

Une usine fabrique deux types de meubles : des chaises et des tables. La fabrication d'une chaise nécessite 2 heures de travail et 4 unités de bois, tandis qu'une table nécessite 3 heures de travail et 5 unités de bois. L'usine dispose de 100 heures de travail et de 120 unités de bois par semaine. Le profit par chaise est de 30 et par table de 50.

- a) Définissez les variables de décision.
- b) Formulez les contraintes du problème.
- c) Écrivez la fonction objectif.
- d) Présentez le programme linéaire complet.

Problème 2 : Régime Alimentaire

Un nutritionniste doit concevoir un régime alimentaire pour un patient. Le régime doit contenir au moins 300 unités de vitamine A, 200 unités de vitamine B et 150 unités de vitamine C. Deux aliments sont disponibles : l'aliment X contient 10 unités de vitamine A, 5 unités de vitamine B et 2 unités de vitamine C par kg. L'aliment Y contient 5 unités de vitamine A, 10 unités de vitamine B et 6 unités de vitamine C par kg. Le coût est de 4 par kg pour X et 3 par kg pour Y.

- a) Formulez ce problème comme un programme linéaire de minimisation.
- b) Mettez le programme linéaire sous forme standard.

Exercice 3 : Transformation de Formes

Considérons le programme linéaire suivant :

$$\begin{array}{ll}\text{Minimiser} & z = 2x_1 - 3x_2 + x_3 \\ \text{Sujet à} & \\ & x_1 + x_2 - x_3 = 10 \\ & 2x_1 - x_2 + 3x_3 \geq 5 \\ & x_1 + 4x_2 \leq 20 \\ & x_1 \geq 0, x_2 \text{ libre}, x_3 \leq 0\end{array}$$

- Transformez ce programme linéaire en forme standard (maximisation, toutes les variables positives, contraintes d'égalité).
- Transformez-le en forme canonique (maximisation, toutes les variables positives, contraintes d'inégalité de type $\leq$).

Exercice 4 : Applications Numériques

Problème 1 : Allocation de Ressources

Une entreprise produit deux produits P1 et P2. Chaque produit passe par trois ateliers A, B et C. Les temps requis (en heures) et les disponibilités sont donnés dans le tableau suivant :

Produit	Atelier A	Atelier B	Atelier C
P1	2	3	1
P2	1	2	2
Disponibilité	100	120	80

Le profit unitaire est de 25 pour P1 et 30 pour P2.

- Formulez le programme linéaire correspondant.
- Résolvez graphiquement (si possible) ou expliquez comment vous procéderiez.

Problème 2 : Transport

Une compagnie a trois entrepôts (E1, E2, E3) et quatre magasins (M1, M2, M3, M4). Les coûts de transport par unité, les disponibilités aux entrepôts et les demandes des magasins sont donnés ci-dessous :

	M1	M2	M3	M4	Disponibilité
E1	2	3	5	1	50
E2	4	1	3	2	40
E3	3	4	2	5	60
Demande	30	25	35	40	

Formulez le programme linéaire pour minimiser le coût total de transport.

Exercice 5 : Analyse de Sensibilité (Questions Conceptuelles)

1. Qu'est-ce que l'analyse de sensibilité en programmation linéaire ?
2. Pourquoi est-elle importante dans la prise de décision ?
3. Donnez un exemple simple montrant comment un changement dans un coefficient de la fonction objectif pourrait affecter la solution optimale.

Exercice 6 : Problème Synthèse

Une entreprise fabrique trois produits A, B et C. Les données de production sont :

Produit	Main-d'œuvre (h)	Matière première (kg)	Machine (h)	Profit (€)
A	2	3	1	50
B	1	2	2	40
C	3	1	2	60
Disponibilité	200	180	160	

De plus, pour des raisons commerciales :

- La production totale de A ne doit pas dépasser 40 unités.
 - La production de B doit être au moins la moitié de celle de C.
 - Au moins 20 unités de C doivent être produites.
- a) Formulez le programme linéaire complet.
 - b) Transformez-le en forme standard.
 - c) Indiquez combien de variables d'écart, d'excès et artificielles vous auriez besoin pour résoudre ce problème avec la méthode du Simplexe.

Exercice 7 : Vrai ou Faux avec Justification

1. Tout programme linéaire peut être mis sous forme standard.
2. La méthode du Simplexe peut résoudre n'importe quel programme linéaire en temps polynomial.
3. Dans un programme linéaire, si la fonction objectif est à maximiser, toutes les contraintes doivent être de type $\leq$.
4. Les variables d'écart ont toujours un coefficient positif dans la fonction objectif.
5. Un programme linéaire peut n'avoir aucune solution réalisable.

Corrections (Espaces pour les réponses)

Exercice 1

1. _____

2. _____
3. _____
4. _____
5. _____

Exercice 2 - Problème 1

- a) _____
- b) _____
- c) _____
- d) _____

Exercice 2 - Problème 2

- a) _____
- b) _____