

Exercice 1 6/6

Fenêtre 3x3 autour de (2,2) :

$I = \begin{bmatrix} 60 & 60 & 25 \\ 60 & 4 & 25 \\ 60 & 25 & 25 \end{bmatrix}$

1- Convolution avec Sobel Gx et Gy :

$$G_x = (-1)(60) + (0)(60) + (1)(25) + (-2)(60) + (0)(4) + (2)(25) + (-1)(60) + (0)(25) + (1)(25) = -140 \quad 1/1$$

$$G_y = (-1)(60) + (-2)(60) + (-1)(25) + 0 + (1)(60) + (2)(25) + (1)(25) = -70 \quad 1/1$$

2- Magnitude du gradient :

$$|G| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} = \sqrt{140^2 + 70^2} = 156.5 \quad 2/2$$

3- Oui, il existe un bord au point (2,2) :

- La magnitude du gradient est élevée 2/2

Exercice 2 6 /6

$$C = 255 - R = 255 - 120 = 135 \quad 2/2$$

$$M = 255 - G = 255 - 200 = 55 \quad 2/2$$

$$Y = 255 - B = 255 - 80 = 175 \quad 2/2$$

Exercice 3 8/8

Q1 – Algorithme K-Means 3/3

On choisit (aléatoirement) deux points parmi l'ensemble :

$$1- \text{ Soit : } C_1 = P_1, C_2 = P_3 \quad 1/1$$

2- Première itération : affectation des pixels

Distance euclidienne :

$$d(P, C) = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$$

Pixel	Coordonnées	d vers $C_1(0, 2)$	d vers $C_2(3, 0)$	Classe
P_1	(0,2)	0	$\sqrt{13}$	C_1
P_2	(0,3)	1	$\sqrt{18}$	C_1
P_3	(3,0)	$\sqrt{13}$	0	C_2
P_4	(3,1)	$\sqrt{10}$	1	C_2
P_5	(2,1)	$\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	C_2

- **Classe 1** : $\{P_1, P_2\}$, **Classe 2** : $\{P_3, P_4, P_5\}$

1/1

3- Nouveaux centres pour l'itération 2

$$\text{Centre } C_1 = \frac{(0, 2) + (0, 3)}{2} = (0, 2.5)$$

$$\text{Centre } C_2 = \left(\frac{3+3+2}{3}, \frac{0+1+1}{3} \right) = \left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3} \right)$$

1/1

Q2 – Méthode d'Otsu 5/5

1- Histogramme de l'image 2/2

Nombre total de pixels : N=16

Niveau	1	2	5	8	9
Occurrences	8	3	1	2	2
P_i	$\frac{8}{16} = 0.5$	$\frac{3}{16} = 0.1875$	$\frac{1}{16} = 0.0625$	$\frac{2}{16} = 0.125$	$\frac{2}{16} = 0.125$

Seuil T=5

- **Classe C1** : $\{1, 2, 5\}$
- **Classe C2** : $\{8, 9\}$

2- Probabilités des classes 1/1

$$\omega_1 = 0.5 + 0.1875 + 0.0625 = 0.75$$

$$\omega_2 = 0.125 + 0.125 = 0.25$$

$$\mu_1 = \frac{(1 \times 0.5) + (2 \times 0.1875) + (5 \times 0.0625)}{0.75} = 1.58$$

$$\mu_2 = \frac{(8 \times 0.125) + (9 \times 0.125)}{0.25} = 8.5$$

3- Variance inter-classe 2/2

$$\begin{aligned} \sigma_{\beta}^2(5) &= \omega_1 \omega_2 (\mu_1 - \mu_2)^2 \\ &= 0.75 \times 0.25 (1.58 - 8.5)^2 = 8.99 \end{aligned}$$