الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
المركز الجامعي عبد الحفيظ بوالصوف - ميلة

Institut : ..... معهد :
Domaine de formation : ..... ميدان التكوين :
Module : ..... المقياس : الاحصاء "3"
Année universitaire : ..... السنة الجامعية :
Nom et prénom : ..... الإسم واللقب :
Section et groupe : ..... الفصيلة والفوج :
Numéro d'inscription : رقم التسجيل :

الإجابة النموذجية لامتحان مادة الاحصاء 3 (2006/2007)

التمرين 01: 4,5 نقاط

1) كتابة دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي
نفرض أن X متغير عشوائي منقطع يمثل عدد حوادث المرور الشهرية
فإن هذا المتغير يتبع توزيع بواسون بالمعلمة λ حيث: $\lambda = 4$ وعليه
فإن: $X \sim P(4)$ 0,5
ودالة التوزيع الاحتمالي لـ X

$$p(x) = p(X=x) = \begin{cases} \dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} & ; x = 0, 1, 2, \dots \\ 0 & ; \text{بخلاف ذلك} \end{cases}$$ 0,5

2) حساب احتمال عدم وقوع أي حادث خلال شهر معين:

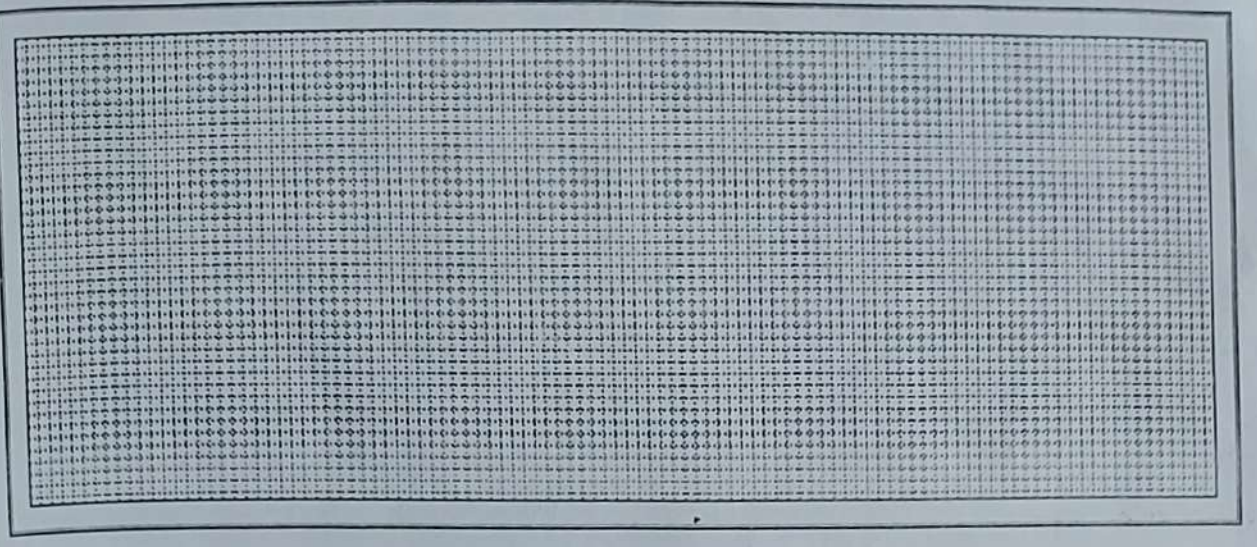
$$p(X=0) = \frac{e^{-4}\,4^0}{0!} = 0,0183$$ 0,5

3) حساب احتمال وقوع 3 حوادث أو أقل في الشهر:

$$p(X \leq 3) = p(X=0) + p(X=1) + p(X=2) + p(X=3)$$
$$= 0,0183 + \left[\frac{e^{-4}\,4^1}{1!}\right] + \left[\frac{e^{-4}\,4^2}{2!}\right] + \left[\frac{e^{-4}\,4^3}{3!}\right]$$
$$= 0,0183 + 0,0732 + 0,1465 + 0,1953$$
$$= 0,4333$$ 1

4) حساب احتمال وقوع حادثين على الأقل خلال شهرين:
في هذه الحالة λ تصبح: $\lambda = 4 \times 2 = 8$ 1
ومنه:

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2) = 1 - [p(X=0) + p(X=1)]$$
$$= 1 - \left[\frac{e^{-8}\,8^0}{0!} + \frac{e^{-8}\,8^1}{1!}\right]$$
$$= 1 - [0,0003 + 0,0026] = 0,9971$$ 1



حل التمرين 02: 3 نقاط

1) إيجاد δ:

$$P(X>85) = P\left(Z > \frac{85-75}{\delta}\right) = 0,1587$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq \frac{10}{\delta}\right) = 1 - 0,1587$$

$$\Rightarrow \Phi\left(\frac{10}{\delta}\right) = 0,8413 \quad (1)$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد:

$$P(Z \leq 1) = 0,8413$$

ومنه: (1)

$$\frac{10}{\delta} = 1 \Rightarrow \boxed{\delta = 10}$$

2) حساب $P(65 \leq X \leq 90)$

$$P(65 \leq X \leq 90) = P\left(\frac{65-75}{10} \leq Z \leq \frac{90-75}{10}\right)$$

$$= P(-1 \leq Z \leq 1,5)$$

$$= P(Z \leq 1,5) - P(Z \leq -1)$$

$$= P(Z \leq 1,5) - [1 - P(Z \leq 1)]$$

$$= 0,93319 - 1 + 0,84134$$

$$= 0,7745 \quad (1)$$

حل التمرين الثالث: 4 نقاط

1) التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X:

بما أن العينة تم اختيارها عشوائيا ودون ارجاع (الاختيار بدون إرجاع) فإن المتغير العشوائي X يتبع التوزيع فوق الهندسي حيث:

$N=100$ ، $N_1=40$ ، $N-N_1=60$ ، $n=2$

$X \sim H(40, 60)$

$$p(X=x)=\frac{C_{N_1}^{x} C_{N-N_1}^{n-x}}{C_N^n}=\frac{C_{40}^{x} C_{60}^{2-x}}{C_{100}^{2}} \quad ; x=0,1,2$$

2) حساب التوقع الرياضي والتباين للمتغير العشوائي X:

التوقع الرياضي:

$$E(X)=n\left(\frac{N_1}{N}\right)=2\left(\frac{40}{100}\right)=0,8$$

التباين:

$$V(X)=n\frac{N_1}{N}\left[1-\frac{N_1}{N}\right]\left[\frac{N-n}{N-1}\right]=2\left(\frac{40}{100}\right)\left[1-\frac{40}{100}\right]\left[\frac{100-2}{100-1}\right]=0,4751$$

3) التوزيع الاحتمالي الذي يمكن أن تقربي إليه (مع التعليل):

توزيع ذي الحدين أي $X \sim B(2, 0,4)$ حيث $X \sim B(n,p)$ بـ: 50%

(شرط تقريب التوزيع فوق الهندسي إلى التوزيع ثنائي الحدين محقق: $\frac{n}{N}=\frac{2}{100}=0,02<0,05$)

4) حساب $p(X=1)$

$$p(X=1)=C_2^1 (0,4)^1 (0,6)^{2-1}=0,48$$

حل التمرين الرابع: 4,5 نقاط

1) كتابة صيغة قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير X:

X: متغير عشوائي يمثل عدد البذرة التي تنبت

$X \sim B(n,p) \Rightarrow X \sim B(55, 0,9)$

$$p(X=x)=C_n^x p^x q^{n-x} \quad ; x=0,1,2,\dots,n$$

$$=C_{55}^{x} (0,9)^x (0,10)^{55-x} \quad ; x=0,1,2,\dots,55$$

2) حساب الأمل الرياضي والتباين للمتغير X :

الأمل الرياضي : $E(X) = np = 55(0,9) = 49,5$ (0,5)

التباين : $V(X) = npq = 55(0,9)(0,1) = 4,95$ (0,5)

3) نعم يمكن تقريب التوزيع الثنائي إلى التوزيع الطبيعي لأن :

$np = 55(0,9) = 49,5 \geq 5$ (0,5)

$nq = 55(0,1) = 5,5 \geq 5$ (0,5)

ومنه : $\mu = np = 49,5$ (0,5)

$\sigma^2 = npq = 4,95$

$Z = \frac{X - np}{\sqrt{npq}} = \frac{X - 49,5}{\sqrt{4,95}}$ و

4) احتمال استطاعة المطعم أن يستوعب جميع الزبائن الذين يأتون :

$P(X \leq 50) = P(X < 50,5) = P\left(Z < \frac{50,5 - 49,5}{\sqrt{4,95}}\right) = \Phi(Z < 0,44) = 0,67$ (0,5)

حل التمرين الخامس : 4 نقاط

1) كتابة دالة الكثافة الاحتمالية :

X : متغير عشوائي يمثل مدة حياة الآلة .

$X \sim \exp(\lambda) \longrightarrow X \sim \exp(0,04)$ (0,5)

$\mu = \frac{1}{\lambda} = 25 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{25} = 0,04$ (0,5)

(0,5)

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0,04\, e^{-0,04x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}$$ (0,5)

2) حساب أن تعمل الآلة 20 سنة على الأقل

$P(X \geq 20) = 1 - P(X < 20) = 1 - F(20) = 1 - (1 - e^{-0,04(20)}) = 0,4493$ (1)

3) X : متغير عشوائي يمثل سعر بيع الطرحة القماشية :

$X \sim U(a, b)$

* المجال السعري $[a, b]$

$$\begin{cases} E(X) = \frac{a+b}{2} = 50 \\ V(X) = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{625}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 100 \\ b - a = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 25 \\ b = 75 \end{cases}$$ (0,5) (0,5)

$x \in [25, 75]$

* حساب احتمال أن لا يقل السعر عن 50 ولا يزيد عن 70 د.ن :

$P(50 \leq x \leq 70) = F(70) - F(50) = \left[\frac{70-25}{50}\right] - \left[\frac{50-25}{50}\right] = \frac{20}{50} = 0,4$ (0,5)