

Série N°3 (Variable aléatoire)

Exercice 1

Un sac contient 2 boules blanches, 4 boules noires et 3 boules bleues. 3 boules ont été tirées au hasard, la variable aléatoire X représente le nombre de boules blanches tirées.

1. Déterminer la loi de distributions de la variable aléatoire X .
2. Trouver la fonction de distribution $F(X)$ de cette variable et représenter le graphique.
3. Trouver le nombre moyen de boules blanches que l'on s'attend à obtenir.

Exercice 2

On tire trois coups sur une cible. La probabilité d'atteindre la cible avec chaque coup est de 0.4. Soit X une variable aléatoire représentant le nombre d'impacts sur la cible.

1. Inclure le tableau de distribution de probabilité de la variable aléatoire X .
2. Trouver la fonction de distribution $F(X)$.
3. Trouver $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 3

Soit X une variable aléatoire continue avec une fonction de densité de probabilité donnée par :

$$f(x) = \begin{cases} cx^4 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Calculer la valeur de la constante C .
2. Calculer la probabilité $P(X \leq 1.5)$.
3. Déterminer la fonction de distribution $F(X)$ pour la variable aléatoire.
4. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.
5. Calculer la variance $V(X)$ et l'écart type $\sigma(X)$.

Exercice 4

Soit X la variable aléatoire continue, définie par la fonction $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{2} & 2 \leq x < 3 \\ 2 - \frac{x}{2} & 3 \leq x < 4 \\ 0 & x \notin [1, 4] \text{ i.e. } 1 > x \geq 4 \end{cases}$$

1. Assurer que $f(x)$ est une fonction de densité de probabilité et présenter le graphe.
2. Trouver $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$ et trouver la fonction de distribution $F(X)$.

3. Calculer $P(X \leq 2.5)$ et $P(1.5 \leq X < 3.5)/P(X \leq 2.5)$.

Exercice 5

Une entreprise fabrique des hand spinners (un jouet). Dans la production totale, 40% sont bicolores et 60% sont unicolores. Ces objets sont conditionnés par paquets de 8 avant d'être envoyés chez les revendeurs. On suppose que les paquets sont remplis aléatoirement et que l'on peut assimiler cette expérience à un tirage avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre d'objets bicolores parmi les objets d'un paquet.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale. Combien valent les paramètres n et p de cette loi?
2. Montrer que $P(X=5)=0.1239$
3. Compléter le tableau suivant. Il est inutile de donner le détail de vos calculs. On arrondira les résultats 10^{-4} près.

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
n_i	0,016 8	0,089 6				0,123 9			

4. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins deux objets bicolores ?
5. Calculer l'espérance de X et la variance.

Exercice 6

La variable aléatoire X donnant le nombre de clients se présentant au guichet Affranchissements d'un bureau de poste par intervalle de temps de durée 10 minutes, entre 14 h 30 et 16 h 30, suit la loi de Poisson de paramètre 5.

- Calculer la probabilité que, sur une période de 10 minutes choisie au hasard entre 14 h 30 et 16 h 30 un jour d'ouverture du guichet, il y ait au moins 8 personnes à se présenter à ce guichet.

Exercice 7

Dans un grand magasin, la variable aléatoire X dénombrant le nombre de magnétoscopes vendus au cours d'une journée quelconque, suit la loi de Poisson de paramètre 4.

Les ventes pendant deux journées sont supposées indépendantes.

1. On choisit une journée au hasard, calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - a) - "La vente de la journée est au plus égale à 5."
 - b) - "La vente de la journée est au plus égale à 2 ou au moins égale à 6."
2. On choisit deux jours consécutifs au hasard.
 - a) - Calculer la probabilité que les ventes de chacune des deux journées soit au moins égale 5
 - b) - Calculer la probabilité que la somme des ventes de deux jours consécutifs soit égale à 2.