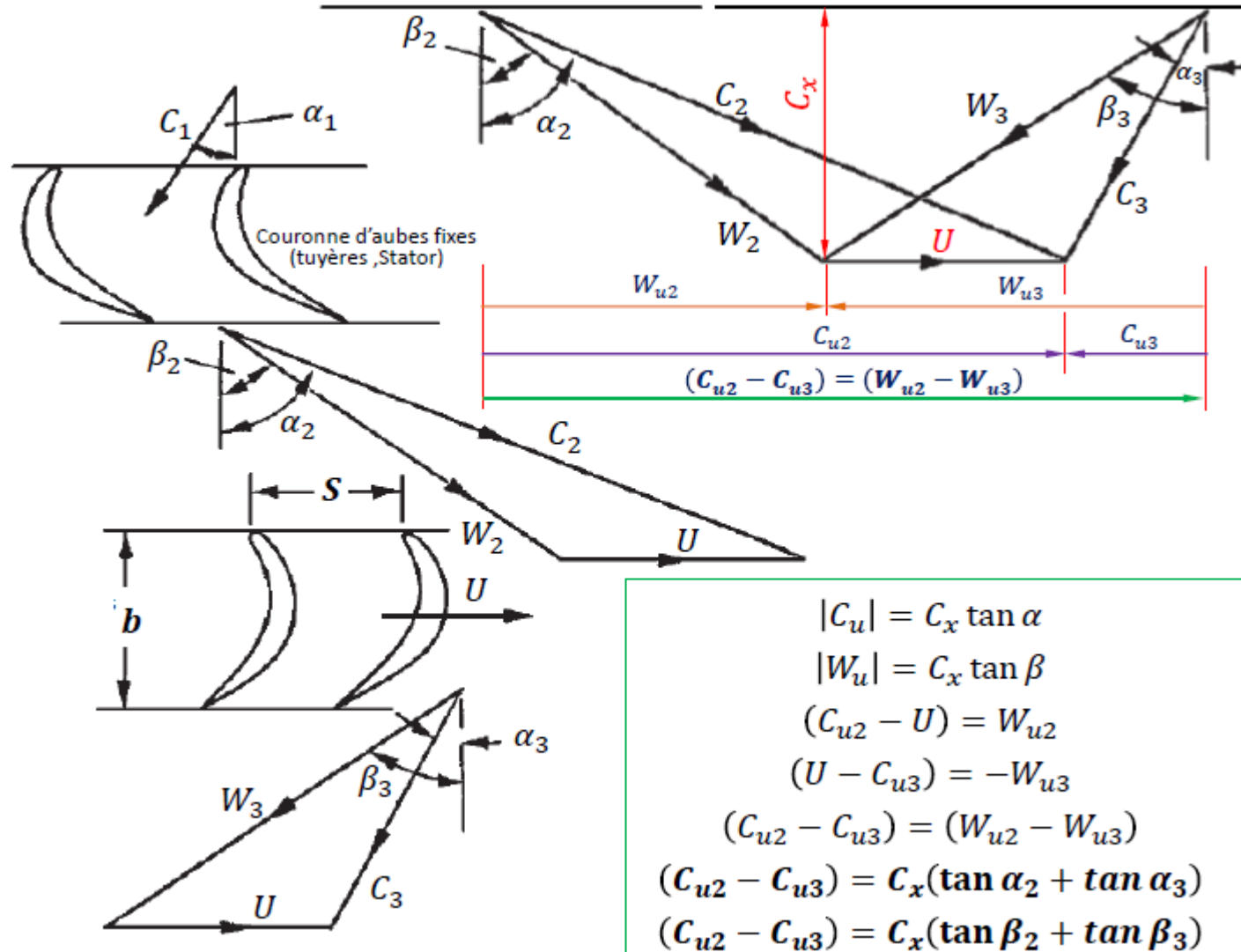


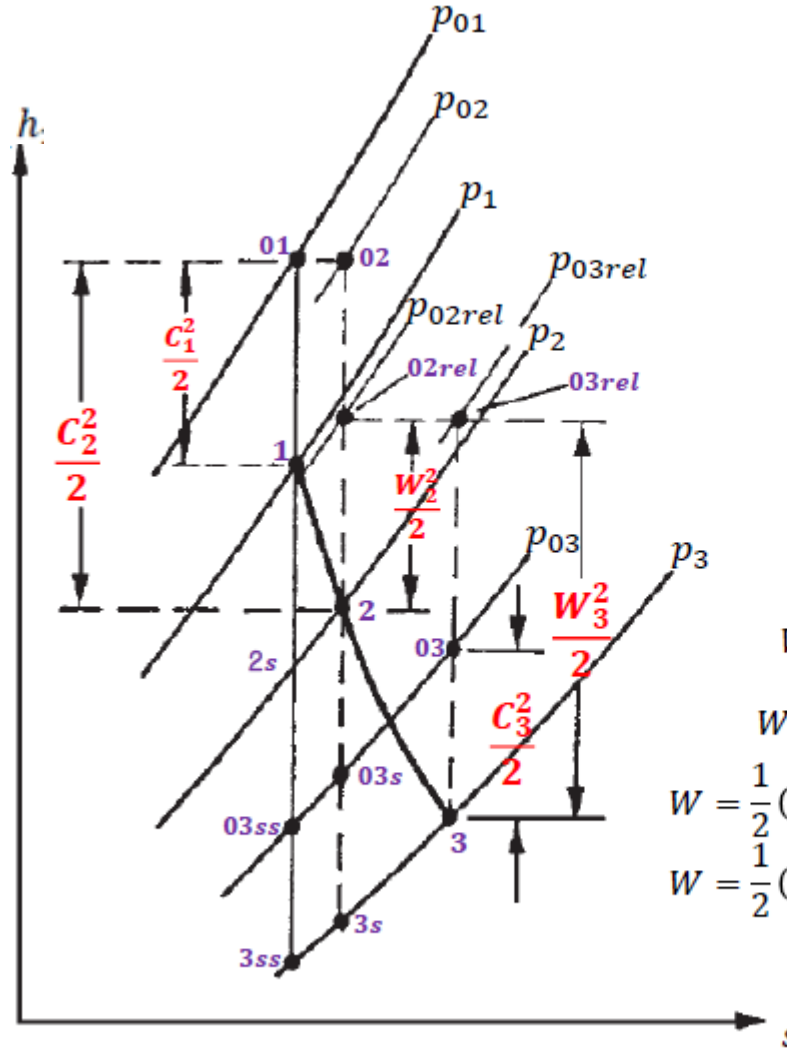
Turbines axiales

Triangle des vitesses:



Turbines axiales

Triangle des vitesses:



Stator

$$h_{01} = h_{02}$$

Rotor

$$h_{02rel} = h_{03rel}$$

$$h_2 + \frac{1}{2}W_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}W_3^2$$

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2)$$

Travail spécifique

Premier principe

$$W = h_{01} - h_{03} = h_{02} - h_{03}$$

$$W = h_2 - h_3 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_{3u}^2 - W_{2u}^2) + \frac{1}{2}(C_{u2}^2 - C_{u3}^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[(C_{u2} + C_{u3}) - (W_{u2} + W_{u3})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[(C_{u2} - W_{u2}) + (C_{u3} - W_{u3})]$$

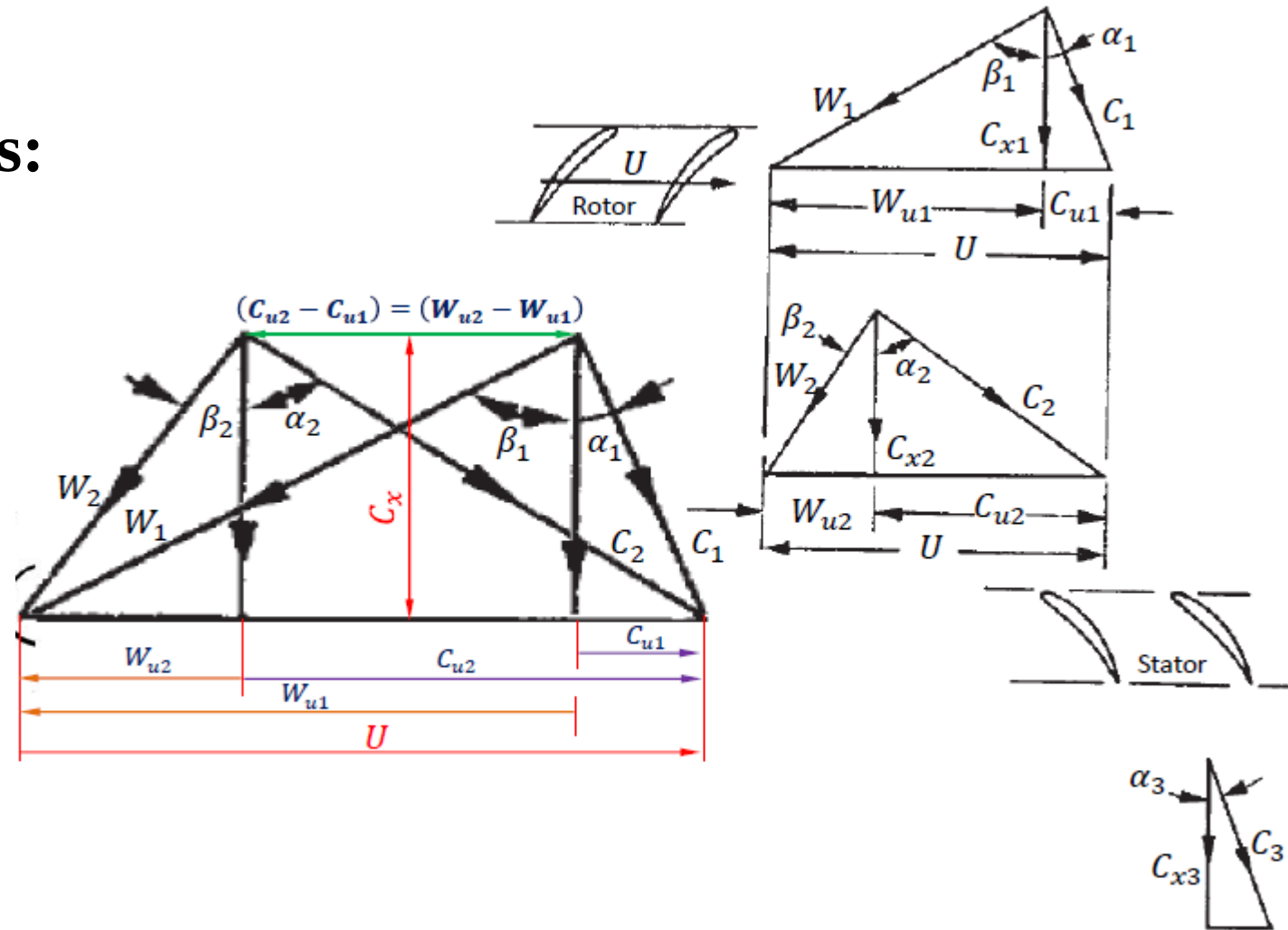
$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[U + U]$$

→ Equation d'Euler

$$W = U(C_{u2} - C_{u3})$$

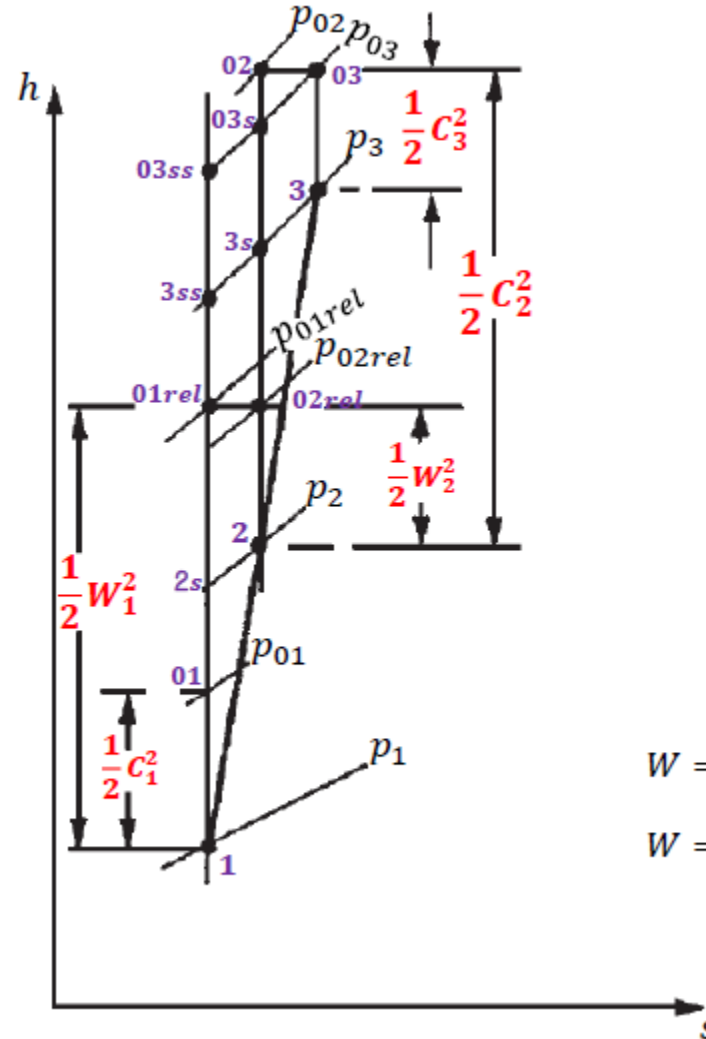
Compresseurs axiaux

Triangle des vitesses:



Compresseurs axiaux

Triangle des vitesses:



Rotor

$$h_{01rel} = h_{02rel}$$

$$h_1 + \frac{1}{2}W_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}W_2^2$$

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2)$$

Stator

$$h_{02} = h_{03}$$

Travail spécifique

Premier principe

$$W = h_{03} - h_{01} = h_{02} - h_{01}$$

$$W = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_{1u}^2 - W_{2u}^2) + \frac{1}{2}(C_{u2}^2 - C_{u1}^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[(C_{u2} + C_{u1}) - (W_{u1} + W_{u2})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[(C_{u2} - W_{u2}) + (C_{u1} - W_{u1})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[U + U]$$

→ Equation d'Euler

$$W = U(C_{u2} - C_{u1})$$

Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Le coefficient de charge : Le coefficient de charge ψ est une mesure de l'énergie transférée par étage. Il se définit par le rapport du travail spécifique de l'étage sur le carré de la vitesse des aubes :

$$\psi = \frac{W_e}{U^2}$$

- ✓ Dans le cas des turbines à gaz, $\psi > 1.5$, signifie que les aubes sont fortement chargées, tandis que $\psi < 1$ correspond à des aubes faiblement chargées.
- ✓ Dans le cas des compresseurs, $\psi > 0.5$ correspond à des aubes fortement chargées et $\psi < 0.3$ à des aubes faiblement chargées.
- ✓ Le coefficient de charge est aussi connu parfois sous le nom de "*coefficient de température*", car on peut également l'exprimer dans le cas d'un gaz parfait comme suit :

$$\psi = \frac{|\Delta h_0|}{U^2} = c_p \frac{|\Delta T_0|}{U^2}$$

Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Le coefficient de débit : Le coefficient de débit φ est défini par le rapport de la vitesse débitante (axiale) sur la vitesse de l'aube, il représente donc une mesure du débit massique et de la dimension de l'étage. :

$$\varphi = \frac{C_x}{U}$$

On peut aisément montrer, dans le cas d'un gaz parfait, que ce coefficient est directement proportionnel au rapport de débit massique établi précédemment :

$$\varphi = \frac{C_x}{U} (1) = \frac{C_x}{U} \left(\frac{\rho_0 R T_0}{p_0} \right) = \frac{\sqrt{R T_0}}{U} \left(\frac{\rho_0 C_x \sqrt{R T_0}}{p_0} \right) = \frac{\sqrt{R T_0}}{U} \left(\frac{\dot{m} \sqrt{R T_0}}{p_0 A} \right)$$

Les deux triangles des vitesses suivants décrivent les conditions cinématiques à l'entrée et à la sortie d'un étage de turbine axiale. De toute évidence, ils correspondent à des situations différentes, malgré le fait que les coefficients de charge ψ et de vitesse φ soient les mêmes pour les deux (mêmes U, C_x et ΔC_u). Il faut donc un troisième paramètre pour caractériser de façon complète les conditions cinématiques à l'entrée et à la sortie d'un étage.

Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Le degré de réaction

Il est possible d'exprimer le degré de réaction en termes cinématiques comme suit :

Nous allons analyser la situation dans le cas d'un étage "*normal*", c'est-à-dire un étage courant qui se réplique de façon identique à travers la turbomachine axiale considérée. Dans ce cas, les conditions cinématiques à la sortie de l'étage sont les mêmes qu'à son entrée ($C_3 = C_1$).

Dans le cas d'un étage de compresseur, on aura alors :

$$R = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_1} = \frac{h_2 - h_1}{h_{03} - h_{01}} = \frac{h_2 - h_1}{h_{02} - h_{01}} = \frac{(h_{02} - h_{01}) - (1/2)(C_2^2 - C_1^2)}{h_{03} - h_{01}}$$
$$R = 1 - \frac{(C_2^2 - C_1^2)}{2U(C_{u2} - C_{u1})} = 1 - \frac{(C_{u2}^2 - C_{u1}^2)}{2U(C_{u2} - C_{u1})} = 1 - \frac{(C_{u2} + C_{u1})}{2U}$$

Dans le cas d'un étage de turbine, on aura :

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = \frac{h_2 - h_3}{h_{01} - h_{03}} = \frac{(h_{02} - h_{03}) - (1/2)(C_2^2 - C_3^2)}{h_{02} - h_{03}}$$
$$R = 1 - \frac{(C_2^2 - C_3^2)}{2U(C_{u2} - C_{u3})} = 1 - \frac{(C_{u2}^2 - C_{u3}^2)}{2U(C_{u2} - C_{u3})} = 1 - \frac{(C_{u2} + C_{u3})}{2U}$$

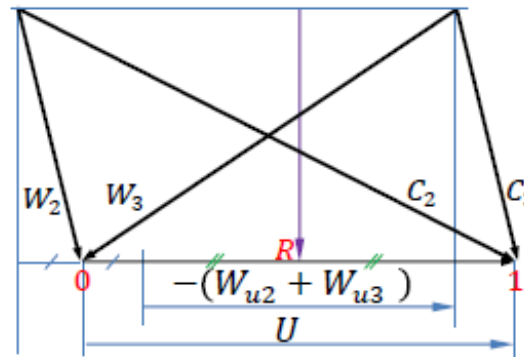
Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Interprétation graphique du degré de réaction

Considérons de nouveau le cas d'un étage de turbine et réexprimons le degré de réaction comme suit :

$$R = \frac{h_2 - h_3}{h_1 - h_3} = \frac{(h_{02rel} - h_{03rel}) - (1/2)(W_2^2 - W_3^2)}{h_{01} - h_{03}} = -\frac{(W_2^2 - W_3^2)}{2(h_{02} - h_{03})}$$
$$R = -\frac{(W_{u2} - W_{u3})(W_{u2} + W_{u3})}{2U(C_{u2} - C_{u3})} = -\frac{(W_{u2} + W_{u3})/2}{U}$$

D'après cette dernière expression, le degré de réaction représente le rapport de la moyenne arithmétique des projections tangentielles des vitesses relatives sur la vitesse des aubes. Il définit donc la position médiane de la somme algébrique des projections tangentielles des vitesses relatives. Le diagramme des vitesses ci-dessous en donne l'illustration dans le cas d'une turbine.



Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Adimensionalisation des diagrammes des vitesses

cas d'une turbine

Les projections tangentielles des vitesses :

$$\begin{aligned} W_e &= U(C_{u2} - C_{u3}) \rightarrow \frac{C_{u2}}{U} - \frac{C_{u3}}{U} = \frac{W_e}{U^2} = \psi \\ R &= 1 - \frac{(C_{u2} + C_{u3})}{2U} \rightarrow \frac{C_{u2}}{U} + \frac{C_{u3}}{U} = 2(1 - R) \\ 2\frac{C_{u2}}{U} &= \psi + 2(1 - R) \end{aligned}$$

$$\frac{C_{u2}}{U} = (1 - R) + \frac{\psi}{2} \text{ et } \frac{C_{u3}}{U} = (1 - R) - \frac{\psi}{2}$$

$$\begin{aligned} \frac{W_{u2}}{U} - \frac{W_{u3}}{U} &= \frac{C_{u2}}{U} - \frac{C_{u3}}{U} = \psi \\ R &= -\frac{(W_{u2} + W_{u3})/2}{U} \rightarrow \frac{W_{u2}}{U} + \frac{W_{u3}}{U} = -2R \end{aligned}$$

$$\frac{W_{u2}}{U} = \frac{\psi}{2} - R \text{ et } \frac{W_{u3}}{U} = -\left(\frac{\psi}{2} + R\right)$$

Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Adimensionalisation des diagrammes des vitesses
cas d'une turbine

Les modules des vitesses :

$$\frac{C_2}{U} = \sqrt{\left(\frac{C_{u2}}{U}\right)^2 + \left(\frac{C_x}{U}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - R + \frac{\psi}{2}\right)^2 + \varphi^2}$$

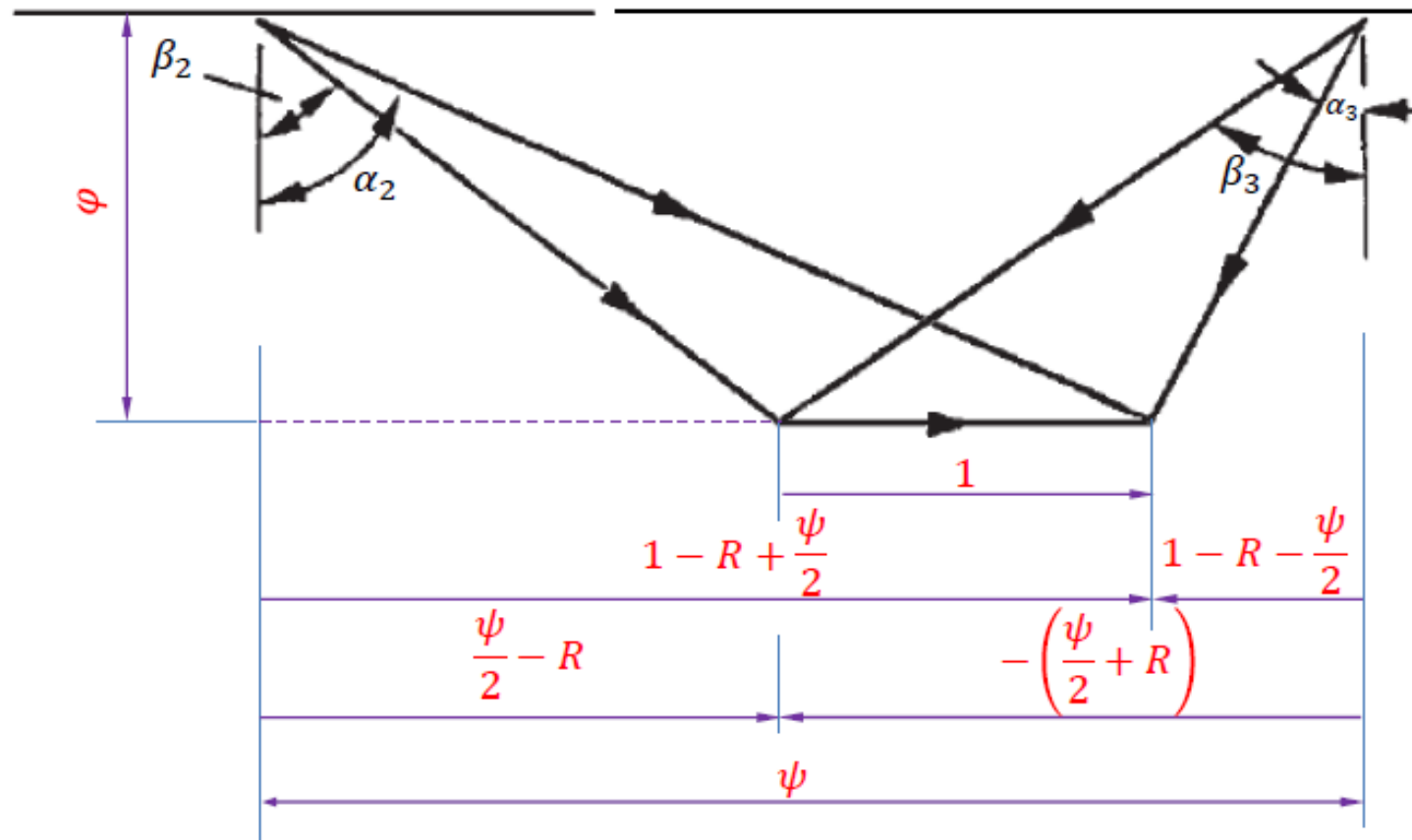
$$\frac{C_3}{U} = \sqrt{\left(\frac{C_{u3}}{U}\right)^2 + \left(\frac{C_x}{U}\right)^2} = \sqrt{\left(1 - R - \frac{\psi}{2}\right)^2 + \varphi^2}$$

$$\frac{W_2}{U} = \sqrt{\left(\frac{W_{u2}}{U}\right)^2 + \left(\frac{C_x}{U}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\psi}{2} - R\right)^2 + \varphi^2}$$

$$\frac{W_3}{U} = \sqrt{\left(\frac{W_{u3}}{U}\right)^2 + \left(\frac{C_x}{U}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\psi}{2} + R\right)^2 + \varphi^2}$$

Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

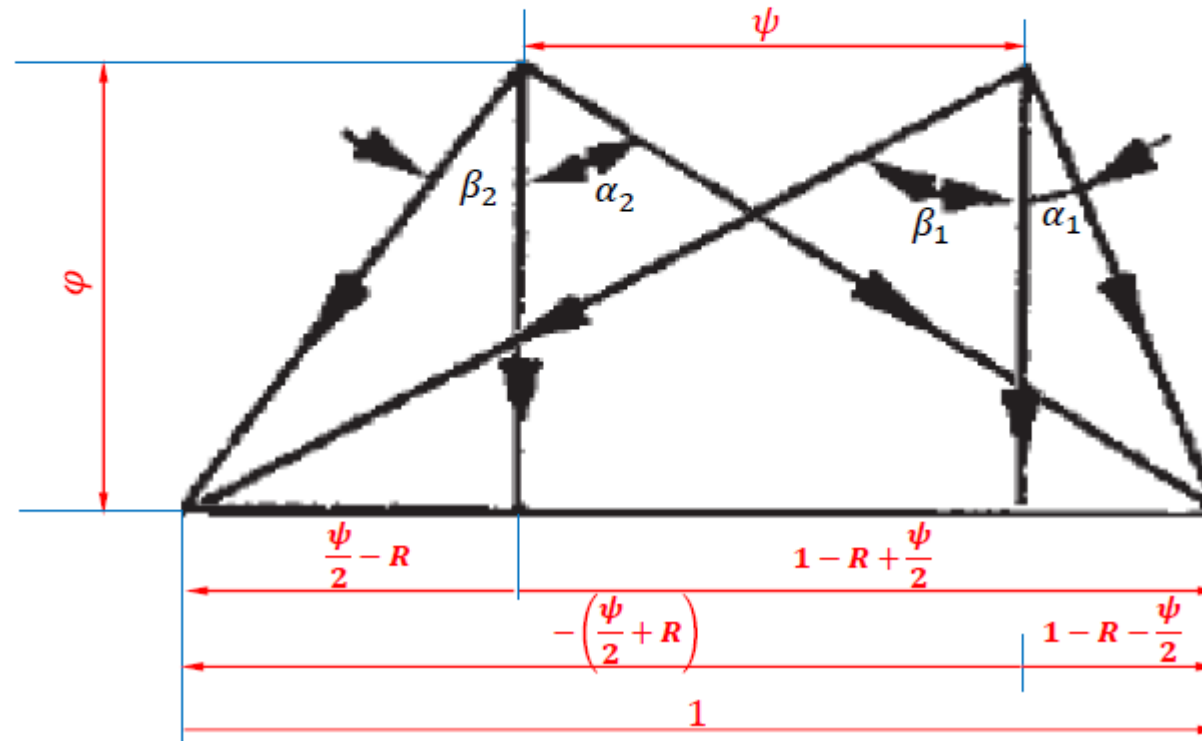
Adimensionalisation des diagrammes des vitesses
cas d'une turbine



Les paramètres adimensionnel d'une TM axiale

Adimensionalisation des diagrammes des vitesses : Compresseur
Vérifier que dans le cas d'un compresseur on obtient :

$$\frac{C_{u2}}{U} = (1 - R) + \frac{\psi}{2} \text{ et } \frac{C_{u1}}{U} = (1 - R) - \frac{\psi}{2}$$
$$\frac{W_{u2}}{U} = \frac{\psi}{2} - R \text{ et } \frac{W_{u1}}{U} = -\left(\frac{\psi}{2} + R\right)$$



Exercice d'application

Combustion gases with $\gamma = \frac{4}{3}$ and $c_p = 1148 \text{ J/(kg K)}$ flow through an axial turbine stage with $\phi = 0.80$ as the design value for the flow coefficient and $\psi = 1.7$ for the blade-loading coefficient. The stage is repeating with flow into the stator at angle $\alpha_1 = -21.2^\circ$. The absolute velocity of the gases leaving the stator is $V_2 = 463 \text{ m/s}$. The inlet stagnation temperature is $T_{01} = 1200 \text{ K}$, and the total-to-total efficiency is 0.89. (a) Find the flow angles for this repeating stage and the amount of turning by the stator and the rotor. (b) Calculate the work delivered by the stage and the drop in the stagnation temperature. (c) Determine the static pressure ratio across the stage.

Exercice d'application

Solution: (a) With $\alpha_3 = \alpha_1$, solving

$$\psi = 2(1 - R - \phi \tan \alpha_3)$$

for R gives

$$R = 1 - \frac{\psi}{2} - \phi \tan \alpha_3 = 1 - 0.85 - 0.8 \tan(-21.2^\circ) = 0.46$$

The remaining flow angles are

$$\tan \alpha_2 = \frac{1 - R + \psi/2}{\phi} = 1.737 \quad \alpha_2 = 60.08^\circ$$

$$\tan \beta_3 = \frac{-(R + \psi/2)}{\phi} = -1.638 \quad \beta_3 = -58.59^\circ$$

$$\tan \beta_2 = \frac{-(R - \psi/2)}{\phi} = 0.487 \quad \beta_2 = 25.97^\circ$$

Exercice d'application

The amounts of turning by the stator and the rotor are

$$\alpha_2 - \alpha_3 = 81.27^\circ \quad \beta_2 - \beta_3 = 84.57^\circ$$

(b) The axial velocity is

$$V_x = V_2 \cos \alpha_2 = 463 \cos(60.08^\circ) = 231.0 \text{ m/s},$$

and now the inlet and exit velocity to the stage may be determined. It is

$$V_3 = V_1 = \frac{V_x}{\tan \alpha_1} = \frac{231.0}{\cos(-21.2^\circ)} = 247.8 \text{ m/s}$$

The blade speed is

$$U = \frac{V_x}{\phi} = \frac{231.0}{0.8} = 288.7 \text{ m/s}$$

Hence, the work done may be calculated from

$$w = \psi U^2 = 1.7 \cdot 288.7^2 = 141.7 \text{ kJ/kg}$$

Exercice d'application

and the drop in stagnation temperature is

$$\Delta T_0 = \frac{w}{c_p} = \frac{141.7}{1.148} = 123.4 \text{ K}$$

The isentropic work is obtained by dividing the work w by the stage efficiency, which is the total-to-total efficiency,

$$w_s = \frac{w}{\eta_{tt}} = \frac{141.7}{0.89} = 159.2 \text{ kJ/kg}$$

(c) The static temperature at the inlet is

$$T_1 = T_{01} - \frac{V_1^2}{2c_p} = 1200 - \frac{247.8^2}{2 \cdot 1148} = 1173.3 \text{ K}$$

Neither the static nor the stagnation pressure is known at the inlet, but their ratio can be calculated from

$$\frac{p_1}{p_{01}} = \left(\frac{T_1}{T_{01}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{1173.3}{1200} \right)^4 = 0.9139$$

Exercice d'application

The stagnation temperature at the exit of the stage comes out to be

$$T_{03} = T_{01} - \frac{w}{c_p} = 1200 - \frac{141.7}{1.148} = 1076.6 \text{ K}$$

The static temperature at the exit is

$$T_3 = T_{03} - \frac{V_3^2}{2c_p} = 1076.6 - \frac{247.8^2}{2 \cdot 1148} = 1049.8 \text{ K}$$

This can be used to calculate the ratio of static to stagnation pressure at the exit:

$$\frac{p_3}{p_{03}} = \left(\frac{T_3}{T_{03}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{1049.8}{1076.5} \right)^4 = 0.9043$$

The stagnation temperature at the isentropic end state is determined to be

$$T_{03s} = T_{01} - \frac{w_s}{c_p} = 1200 - \frac{159.2}{1.1148} = 1061.3 \text{ K}$$

Exercice d'application

and the stagnation pressure ratio across the stage is therefore

$$\frac{p_{01}}{p_{03}} = \left(\frac{T_{01}}{T_{03s}} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} = \left(\frac{1200}{1061.3} \right)^4 = 1.635$$

The ratio of static pressures across the stage can now be determined:

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{p_1}{p_{01}} \frac{p_{01}}{p_{03}} \frac{p_{03}}{p_3} = \frac{0.9138 \cdot 1.635}{0.9043} = 1.652$$

The representative values for an axial turbine stage $\psi = 1.7$, $\phi = 0.8$, and $R = 0.46$ give these values for the stagnation and static pressure ratios and the amount of turning comes out to be about 80–85°. In addition, the stagnation temperature drop of $\Delta T_0 = 123.4$ K is representative for a stage. ■