الفصل 7 : جملة نقاط مادية و التصادم

تمهيد:

تعتبر جملة من نقاط مادية S مكونة من عدد N من الجسيمات (النقاط المادية) في حالة حركة بالنسبة لمعلم عطالي R تحت تأثير قواها الداخلية و القوى التي يؤثر بها الوسط الخارجي عليها. تحدد في كل لحظة الحالة الميكانيكية للجملة S بمجموعة N شعاع موضع $\vec{r}_i$ و N شعاع سرعة $\vec{v}_i$ أو شعاع كمية حركة $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$.

1- مركز الكتل لجملة جسيمات:

✓ **تمهيد:**

إن تعيين الكميات الفيزيائية لحملة نقاط مادية يتطلب إجراء عملية الجمع على كافة عناصرها:

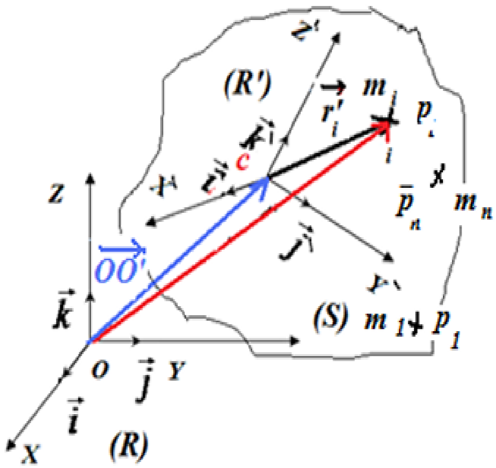
الدفع الخطي: $\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \sum_i m_i\vec{v}_i$

الدفع الزاوي: $\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i = \sum_i \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$

الطاقة الحركية: $E_c = \sum_i \varepsilon_{ci} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v^2{}_i$

إن إجراء هذه العملية على عدد كبير من النقاط المادية أمر عسير جدا، لذلك نحن بحاجة إلى وسيلة لتبسيط هذه العملية، إن هذه الوسيلة هي **معلم مركز الكتل،** ان هذا المعلم وهمي لإجراء الحساب (لا القياس)

✓ **معلم مركز الكتل:**



نعتبر جملة مكونة من n جسيم $(m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_n)$

تشغل النقاط $(p_1, p_2, ..., p_i, ..., p_n)$ و أشعة موضعها $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, ..., \vec{r}_i, ..., \vec{r}_n)$ على التوالي في معلم مخبري (R)

نعتبر معلم اخر (R') مبدؤه O' . العلاقة بين $\vec{Op_i}$ ، $\vec{OO'}$ و $\vec{O'p_i}$ هي:

$$\vec{Op_i} = \vec{OO'} + \vec{O'p_i} \Rightarrow \vec{r}_i = \vec{OO'} + \vec{r'}_i$$

حيث $\vec{r'}_i$ هو شعاع موضع النقطة المادية m_i في المعلم.

لتبسيط مسألة حساب المقادير الفيزيائية $(\vec{P},\vec{L},E_c)$ يجب علينا الاختيار بعناية لنقطة O'. و التي يجب أن تحقق:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}'_i = \vec{0}$$

و عليه: $$\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OO'} + \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}'_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OO'}$$

و عليه: $$\overrightarrow{OO'} \sum_{i=1}^{n} m_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i \Rightarrow \overrightarrow{OO'} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

نرمز من الأن فصاعدا للنقطة O' بـ C، و نسميها مركز الكتل و يصبح شعاع مركز الكتل $\overrightarrow{OC}$ يكتب بالشكل:

$$\overrightarrow{OC} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \vec{R}_c$$

و العلاقة بين شعاع الموضع في المعلم المخبري و معلم مركز الكتل تأخذ الشكل:

$$\vec{r}_i = \vec{R}_c + \vec{r'}_i$$

✓ **العلاقة بين السرعات في المعلمين (المخبري و معلم مركز الكتل):**

باشتقاق علاقة شعاع الموضع: $$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{d\vec{R}_c}{dt} + \frac{d\vec{r'}_i}{dt}$$

نستنتج العلاقة بين السرعات: $$\vec{v}_i = \vec{V}_c + \vec{v'}_i$$

حيث: $\vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$: السرعة بالنسبة للمعلم المخبري.

$\vec{v'}_i = \frac{d\vec{r'}_i}{dt}$: السرعة بالنسبة لمعلم مركز الكتل.

$\vec{V}_c = \dfrac{d\vec{R}_c}{dt}$: سرعة مبدأ مركز الكتل (C)

- من جهة أخرى لدينا $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}'_i = \vec{0}$ باشتقاق هذه العبارة بالنسبة للزمن نحصل على $\sum_{i=1}^{n} m_i \dfrac{d\vec{r}'_i}{dt} = \vec{0}$

و منه نستنتج $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}'_i = \vec{0}$ ، هذه العلاقة تعبر عن مجموع الدفعات الخطية لجسيمات الجملة بالنسبة لمعلم مركز الكتل. و نستنتج أن معلم مركز الكتل هو المعلم الذي ينعدم بالنسبة إليه مجموع الدفعات الخطية لجسيمات الجملة.

- المقدار $m_i \vec{v}'_i$ يدعى الدفع الخطي الذاتي (أي بالنسبة لمعلم مركز الكتل) للجسيم m_i و نرمز له بـ $\vec{q}_i$

و نكتب $\vec{q}_i = m_i \vec{v}'_i$ و منه $\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}'_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{q}'_i = \vec{0}$

- اشتقاق العبارة $\vec{R}_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \vec{OC}$ بالنسبة للزمن $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \dfrac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \dfrac{d\vec{R}_c}{dt} = \dfrac{d\vec{OC}}{dt}$ ومنه

نستنتج $\vec{V}_c = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$

تمرين:

ليكن الجملة المتكونة من جسمين m_1 و m_2 سرعتيهما بالنسبة لمعلم مخبري هي $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ على التوالي.

- أوجد شعاع موضع مركز الكتل و سرعته
- أوجد عبارة سرعة الجسيمين بالنسبة لمعلم مركز الكتل بدلالة سرعتيهما بالنسبة للمعلم المخبري.

الحل:

شعاع موضع مركز الكتل

$$\vec{OC} = \vec{R}_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

حيث $\vec{r}_1$ و $\vec{r}_2$ هما شعاعي موضع الجسيمين m_1 و m_2 في المعلم المخبري.

سرعة مركز الكتل:

$$\vec{V}_c=\frac{d\vec{R}_c}{dt}=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_i\frac{d\vec{r}_i}{dt}}{\sum_{i=1}^{n}m_i}=\frac{\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v}_i}{\sum_{i=1}^{n}m_i}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

- البحث عن عبارة سرعة الجسيمين بالنسبة لمعلم مركز الكتل $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$:

باشتقاق شعاع الموضع بالنسبة للزمن:

$$\vec{r}_1=\vec{R}_c+\vec{r}'_1\Rightarrow\vec{v}_1=\vec{V}_c+\vec{v}'_1\Rightarrow\vec{v}'_1=\vec{v}_1-\vec{V}_c\ldots\ldots\ldots\ (*)$$

وبإضافة و طرح الكمية $m_2\vec{v}_1$ في بسط عبارة $\vec{V}_c$ نحصل على

$$\vec{V}_c=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_1-m_2\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow\vec{V}_c=\frac{(m_1+m_2)\vec{v}_1+m_2(\vec{v}_2-\vec{v}_1)}{m_1+m_2}$$

$$\Rightarrow\vec{V}_c=\vec{v}_1+\frac{m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_2-\vec{v}_1)$$

$$\Rightarrow\vec{V}_c-\vec{v}_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_2-\vec{v}_1)\ldots\ldots\ldots\ (**)$$

بمقارنة المعادلتين (**) و (*) نحصل على:

$$\vec{v}_1-\vec{V}_c=\vec{v}'_1=\frac{m_2}{m_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$$

بنفس الطريقة نحصل على:

$$\vec{v}'_2=-\frac{m_1}{m_1+m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$$

ملاحظة:

يرمز أحيانا بـ μ للنسبة $\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$ و نكتب:

$$\vec{v}'_1=\frac{\mu}{m_1}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$$

$$\vec{v}'_2=-\frac{\mu}{m_2}(\vec{v}_1-\vec{v}_2)$$

- **نظرية الدفع الخطي:**

- **الدفع الخطي لجملة جسيمات:**

الدفع الخطي لجملة جسيمات كتلها $(m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_n)$ و سرعها في معلم مخبري $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_i, ..., \vec{v}_n)$ هو

$$\vec{P}(t) = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_i + ... + \vec{p}_n$$

$$= m_1\vec{v}_1(t) + m_2\vec{v}_2(t) + ... + m_i\vec{v}_i(t) + ... + m_n\vec{v}_n(t) = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i(t)$$

و لدينا: $\vec{v}_i = \vec{V}_c + \vec{v}'_i$

و عليه: $\vec{P}(t) = \sum_{i=1}^{n} m_i\left(\vec{V}_c + \vec{v}'_i\right) = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{V}_c + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}'_i$

و بما أن الدفع الخطي الذاتي للجملة معدوم: $\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}'_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{q}_i = \vec{0}$

إذا كانت كتلة الجملة $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$:

$$\vec{P}(t) = M\vec{V}_c + \vec{0} = M\vec{V}_c$$

إن استخدام معلم مركز الكتل يُمكِن من تجزئة الدفع الخطي للجملة إلى جزئين الأول لمركز الكتل ذو الكتلة M و سرعته $\vec{V}_c$ و موضعه $\vec{R}_c$ و الثاني الدفع الخطي الذاتي للجملة و هو دوما معدوم.

- **معدل تغير الدفع الخطي بالنسبة للزمن:**

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \frac{d\sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i = \sum_{i=1}^{n}\left(\vec{f}_i^{ext} + \vec{f}_i^{int}\right)$$

إن القوى الداخلية متبادلة مجموعها معدوم $\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{f}_i^{int}\right) = \vec{0}$.

و عليه: $\frac{d\vec{P}(t)}{dt} = \frac{dM\vec{V}_c}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \vec{f}_i^{ext}$

تدعى هذه العلاقة **بنظرية الدفع الخطي لجملة جسيمات** و نقول أن مجموع القوى الخارجية التي تتلقاها الجملة يساوي معدل تغير دفعها الخطي بالنسبة للزمن.

- **نظرية الدفع الزاوي:**

- **الدفع الزاوي لجملة جسيمات:**

الدفع الزاوي لجملة جسيمات كتلها $(m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_n)$ و أشعة موضعها $(\vec{r}_1, \vec{r}_2, ..., \vec{r}_i, ..., \vec{r}_n)$ و سرعها في معلم مخبري $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_i, ..., \vec{v}_n)$ على التوالي هو

$$\vec{L}(t) = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + ... + \vec{l}_i + ... + \vec{l}_n$$

$$= \vec{r}_1 \times m_1\vec{v}_1 + \vec{r}_2 \times m_2\vec{v}_2 + ... + \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i + ... + \vec{r}_n \times m_n\vec{v}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i$$

و لدينا: $\vec{r}_i = \vec{R}_c + \vec{r'}_i$ و $\vec{v}_i = \vec{V}_c + \vec{v'}_i$

و عليه:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} \left(\vec{R}_c + \vec{r'}_i\right) \times m_i\left(\vec{V}_c + \vec{v'}_i\right)$$

$$= \vec{R}_c \times \left(\sum_{i=1}^{n} m_i\right)\vec{V}_c + \vec{R}_c \times \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v'}_i + \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r'}_i \times \vec{V}_c + \sum_{i=1}^{n} \vec{r'}_i \times m_i\vec{v'}_i$$

و بما أن: $\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v'}_i = \vec{0}$ ، $\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r'}_i = \vec{0}$ و $\sum_{i=1}^{n} m_i = M$

فنحصل على:

$$\vec{L} = \vec{R}_c \times M\vec{V}_c + \sum_{i=1}^{n} \vec{r'}_i \times m_i\vec{v'}_i$$

ندعو الكمية $\sum_{i=1}^{n} \vec{r'}_i \times m_i\vec{v'}_i$ بالدفع بالزاوي الذاتي ونرمز لها بـ $\vec{S}$ و تصبح عبارة الدفع الزاوي بالشكل:

$$\vec{L} = \vec{R}_c \times M\vec{V}_c + \vec{S}$$

إن استخدام معلم مركز الكتل يُمَكِن من تجزئة الدفع الزاوي للجملة إلى جزئين الأول لمركز الكتل $\vec{R}_c \times M\vec{V}_c$ الثاني الدفع الزاوي الذاتي للجملة $\sum_{i=1}^{n} \vec{r'}_i \times m_i\vec{v'}_i$.

- **معدل تغير الدفع الزاوي بالنسبة للزمن:**

$$\frac{d\vec{L}(t)}{dt} = \frac{d\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{l}_i\right)}{dt} = \frac{d\left(\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times m_i\vec{v}_i\right)}{dt} = \left(\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{r}_i}{dt} \times m_i\vec{v}_i\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} \vec{r}_i \times \frac{dm_i\vec{v}_i}{dt}\right)$$

لدينا: $\sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{r}_i}{dt} \times m_i\vec{v}_i = \sum_{i=1}^{n} \vec{v}_i \times m_i\vec{v}_i = \vec{0}$

بينما: $\vec{f}_i = \frac{dm_i\vec{v}_i}{dt}$ و هي القوة التي يتلقاها أحد الجسيمات.

و منه: $$\frac{d\vec{L}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{n}\frac{d\vec{l}_i}{dt} = \left(\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \frac{dm_i\vec{v}_i}{dt}\right) = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i$$

إن القوى التي يتلقاها أحد الجسيمات يمكن تصنيفها إلى قوى داخلية و أخرى خارجية و عليه:

$$\vec{f}_i = \vec{f}_i^{ext} + \vec{f}_i^{int}$$

و عليه: $$\frac{d\vec{L}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \left(\vec{f}_i^{ext} + \vec{f}_i^{int}\right) = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i^{ext} + \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i^{int}$$

إن عزوم القوى الداخلية معدوم $\sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i^{int} = \vec{0}$ و عليه:

$$\frac{d\vec{L}(t)}{dt} = \sum_{i=1}^{n}\vec{r}_i \times \vec{f}_i^{ext} = \sum_{i=1}^{n}\tau_i^{ext}$$

و نستنتج أن تغير الدفع الزاوي لا يتعلق إلا بعزوم القوة الخارجية τ_i^{ext}

- **نظرية الطاقة الحركية:**

- **الطاقة الحركية لجملة جسيمات:**

الطاقة الحركية لجملة جسيمات كتلها $(m_1, m_2, ..., m_i, ..., m_n)$ و سرعها في معلم مخبري $(\vec{v}_1, \vec{v}_2, ..., \vec{v}_i, ..., \vec{v}_n)$ هي:

$$E_c = \varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c2} + ... + \varepsilon_{ci} + ... + \varepsilon_{cn} = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{ci} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v^2{}_i$$

و لدينا: $$\vec{v}_i = \vec{V}_c + \vec{v'}_i$$

و عليه: $$E_c = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\left(\vec{V}_c + \vec{v'}_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i\left(V^2{}_c + 2\vec{V}_c \cdot \vec{v'}_i + v'^2_i\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i V^2{}_c + \vec{V}_c \cdot \sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v'}_i + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v'^2_i$$

و بما أن: $\sum_{i=1}^{n}m_i\vec{v'}_i = \vec{0}$، و $\sum_{i=1}^{n}m_i = M$ فنحصل على:

ندعو الكمية $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v'^2_i$ بالطاقة الداخلية الذاتية ونرمز لها بـ ε_c و تأخذ عبارة الطاقة الحركية العبار:

$$E_c = \frac{1}{2}MV^2{}_c + \varepsilon_c$$

إن استخدام معلم مركز الكتل يُمكن من تجزئة الطاقة الحركية للجملة إلى جزئين الأول لمركز الكتل $\frac{1}{2}MV^2{}_c$ الثاني الطاقة الحركية الذاتية للجملة $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i^2$.

- **نظرية الطاقة الحركية لجملة جسيمات:**

إن تغير الطاقة الحركية لجسيم i المكون لجملة جسيمات هو: $(E_{ci})_B-(E_{ci})_A=\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i$

حيث $\vec{f}_i$ هي محصلة القوى التي يتلقاها الجسيم i و التي يمكن تصنيفها إلى داخلية و خارجية: $\vec{f}_i=\vec{f}_i^{int}+\vec{f}_i^{ext}$

و عليه:
$$(E_{ci})_B-(E_{ci})_A=\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\left(\vec{f}_i^{int}+\vec{f}_i^{ext}\right)=\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i^{int}+\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i^{ext}$$

القوى الداخلية منشأها كهربائي أو كتلي فهي تتدرج من طاقة كامنة E_{p_i} و عليه. $\vec{f}_i^{int}=-\vec{\nabla}E_{pi}{}^{int}$ و عليه:

$$(E_{ci})_B-(E_{ci})_A=-\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{\nabla}E_{pi}{}^{int}+\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i^{ext}$$
$$\Rightarrow\Delta E_{ci}=-\Delta E_{pi}+\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i^{ext}$$

بإجراء الجمع على i نحصل على:
$$\sum_{i=1}^{n}\Delta E_{ci}=-\sum_{i=1}^{n}\Delta E_{pi}+\sum_{i=1}^{n}\int_A^B d\vec{r}_i\cdot\vec{f}_i^{ext}$$
$$=-\Delta E_p{}^{int}+\sum_{i=1}^{n}W^{ext}=\sum_{i=1}^{n}W^{int}+\sum_{i=1}^{n}W^{ext}$$

و عليه:
$$\sum_{i=1}^{n}\Delta E_{ci}=\sum_{i=1}^{n}W^{int}+\sum_{i=1}^{n}W^{ext}$$

إن تغير الطاقة الحركية للجملة يساوي مجموع أعمال القوة الداخلية و الخارجية.

حالة جملة معزولة:

الجملة المعزولة هي الجملة التي تتبادل مقادير فيزيائية مع الوسط الخارج عنها (قوى، دفع، طاقة) أي محصلة القوة الخارجية معدوم $\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{f}_i^{ext}=\vec{0},\sum_{i=1}^{n}\tau_i{}^{ext}=\vec{0},\sum_{i=1}^{n}W^{ext}=0\right)$، و منه نستنتج:

$$\frac{d\vec{P}(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\vec{f}_i^{ext}=\vec{0}\Rightarrow\vec{P}(t)=c^{const}$$

$$\frac{d\vec{L}(t)}{dt}=\sum_{i=1}^{n}\tau_i{}^{ext}=\vec{0}\Rightarrow\vec{L}(t)=c^{const}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta E_{ci}=\sum_{i=1}^{n}W^{int}+\sum_{i=1}^{n}W^{ext}=\sum_{i=1}^{n}W^{int}$$

التصادم

1. تعريف
2. قوانين الحفظ
3. أنماط التصادم

1- تعريف التصادم:

التصادم بين جسمين m_1 و m_2 هو عمبية تبادل لكميات فيزيائية (دفع أو طاقة) بينهما خلال فترة زمنية قصيرة جدا.

ملاحظات:

- تصادم الجسيمين لا يعني تلامسهما و انما تبادلهما لمقادير فيزيائية.
- تعد ظاهرة التصادم وسيبة لفهم كثير من الظواهر الفيزيائية كتجانس درجة الحرارة و بنية الجزيئات و الدرات و النوى و حركة جزيئات الغاز.

نظري التصادم:

لتسهيل تقديم هذا النظري: نعتبر أن التصادم يحدث بين جسيمن فقط و الجملة معزولة.

يعتمد نظري التصادم لجملة معزولة على قوانين حفظ الطاقة و الدفع الخطي و الزاوي و عليه.

قانون حفظ الطاقة:

ينص هذا القانون على أن الطاقة قبل E و بعد التصادم E' محفوظة و عليه:

$$\begin{aligned} &E = E' \\ &\Rightarrow E_c + E_p = E'_c + E'_p \\ &\Rightarrow E_c + (E_p - E'_p) = E'_c \\ &\Rightarrow E_c + Q = E'_c \end{aligned}$$

ندعو المقدار Q بـــ Q التصادم.

حيث: $Q = (E_p - E'_p)$ أو $Q = (E_c - E'_c)$

في جملة مكونة من جسيمين: الطاقة الحركية هي مجموع الطاقتين الحركيتين للجسمين و الطاقة الكامنة هي مجموع الطاقتين الكامنتين للجسيمين و عليه:

$$E'_c = E'_{c1} + E'_{c2} \quad \text{و} \quad E_c = E_{c1} + E_{c2}$$

$$E'_p = E'_{p1} + E'_{p2} \quad \text{و} \quad E_p = E_{p1} + E_{p2}$$

قانون حفظ الدفع الخطي:

ينص هذا القانون على أن الدفع الخطي قبل $\vec{P}$ و بعد التصادم $\vec{P}'$ لجملة معزولة محفوظ و عليه:

$$\vec{P} = \vec{P}'$$
$$\Rightarrow \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2'$$
$$\Rightarrow m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

قانون حفظ الدفع الزاوي:

هذا القانون ينص على أن الدفع الزاوي قبل $\vec{L}$ و بعد التصادم $\vec{L}'$ لجملة معزولة محفوظ و عليه:

$$\vec{L} = \vec{L}'$$
$$\Rightarrow \vec{L}_1 + \vec{L}_2 = \vec{L}_1' + \vec{L}_2'$$

استخدام مركز الكتل:

من المعلوم أن الطاقة الحركية لجملة معزولة متكونة من جسمين m_1 و m_2 هي:

$$E_c = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2{}_c + \varepsilon_c$$

الكمية ε_c تساوي $\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2}m_i v_i'^2$ و تدعى بالطاقة الداخلية الذاتية للجملة و عليه.

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

حيث: $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ سرعة الجسيمين بالنسبة لمركز الكتل.

و عليه:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}\frac{m_1^2 v_1'^2}{m_1} + \frac{1}{2}\frac{m_2^2 v_2'^2}{m_2}$$

و من نظري مركز الكتل لدينا: $\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}'_i = \vec{0}$ و عليه:

$$m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 = \vec{0}$$
$$\Rightarrow m_1\vec{v}'_1 = -m_2\vec{v}'_2$$

نضع: $m_1 v'_1 = m_2 v'_2 = q$

و عليه:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{m_1} + \frac{1}{2}\frac{q^2}{m_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)q^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\mu}q^2$$

حيث: $\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}=\frac{1}{\mu}$

و نكتب قانون حفظ الطاقة بالشكل:

$$\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2{}_c+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}q^2+Q=\frac{1}{2}(m_1+m_2)V'^2{}_c+\frac{1}{2}\frac{1}{\mu}q'^2$$

من قانون حفظ الدفع الخطي:

$$(m_1+m_2)\vec{V}_c=(m_1+m_2)\vec{V}'_c$$
$$\Rightarrow \vec{V}_c=\vec{V}'_c$$

نحصل على:

$$\frac{1}{2\mu}q^2+Q=\frac{1}{2\mu}q'^2$$

أنماط التصادم:

1- التصادم المرن:

نقول أن التصادم مرنا إذا كان: $Q=0$

و عليه:

$$E_p-E'_p=E'_c-E_c=Q=0$$
$$\Rightarrow E'_c=E_c\Rightarrow \varepsilon'_c=\varepsilon_c$$

2- التصادم اللين:

نقول أن التصادم لينا إذا كان: $Q\neq 0$

و نميز نوعين من التصادم:

ناشرا للحرارة $Q>0$:

$$E_p-E'_p=E'_c-E_c=Q>0\Rightarrow E_p>E'_p$$

ماصا للحرارة $Q<0$:

$$E_p-E'_p=E'_c-E_c=Q<0\Rightarrow E_p<E'_p$$

ا لمراجع:

الأستاذ بلواضح رابح, المدرسة العليا للأساتذة بوسعادة.