التصحيح النموذجي للإمتحان الجزئي رقم 2 في مادة الرياضيات المالية، السداسي الثالث، السنة الثانية –شعبة علوم التسيير-

التمرين رقم 1: (6 نقاط)

لنفترض أن C_a: قيمة المبلغ الأول، C_b: قيمة المبلغ الثاني

$$C_a + C_b = 86894 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

إيجاد معدل الفائدة المركب النصف السنوي المكافئ لمعدل الفائدة المركب السنوي 10.25% ولنفترضه i_{a_p}:

$$i_{a_p} = (1 + i_a)^{\frac{1}{p}} - 1 \Rightarrow i_{a_2} = (1.1025)^{\frac{1}{2}} - 1 = 1.05 - 1 = 0.05 = \mathbf{5}\%$$

قيمة الجملة المركبة للمبلغ الأول في نهاية فترة الإيداع (سنوات $n = 4$):

$$C_{a_{n\times p}} = C_a\left(1 + i_{a_p}\right)^{n\times p} \Rightarrow C_{a_{4\times 2}} = C_a(1 + 0.05)^{4\times 2} \Rightarrow C_{a_8} = C_a(1.05)^8$$

قيمة الجملة المركبة للمبلغ الثاني في نهاية فترة الإيداع (سنوات $n = 9$):

لنرمز لمعدل الفائدة المركب السنوي الذي أُودع به المبلغ الثاني بـ i_b، إذا: $i_b = 5\%$

$$C_{b_n} = C_b(1 + i_b)^n \Rightarrow C_{b_9} = C_b(1 + 0.05)^9 \Rightarrow C_{b_9} = C_b(1.05)^9$$

وبما أن قيمة الجملة المركبة الناتجة عن إيداع المبلغ الأول تساوي 80% من قيمة الجملة المركبة الناتجة عن إيداع المبلغ الثاني:

$$C_a(1.05)^8 = 0.8C_b(1.05)^9 \Rightarrow C_a = 0.84C_b \dots\dots\dots (2)$$

وبحل المعادلتين (1) و(2) نجد:

$C_a = 39669$ وحدة نقدية

$C_b = 47225$ وحدة نقدية

حساب قيمة الفائدة المركبة للمبلغ الأول بعد فترة الإيداع:

$$I_1 = C_{a_{n\times p}} - C_a = C_a\left(1 + i_{a_p}\right)^{n\times p} - C_a = C_a\left[\left(1 + i_{a_p}\right)^{n\times p} - 1\right]$$

$$I_1 = 39669[(1.05)^{4\times 2} - 1] = 39669(1{,}477455444 - 1)$$

$$\boldsymbol{I_1 = 18940.18} \text{ وحدة نقدية}$$

التمرين رقم 2: (6 نقاط)

$$20678(1 + i) = (20678 + 1137.29) \Rightarrow i = 5.5\%$$

$$a(1.055) - a = 1650 \Rightarrow a = 30000 \text{ وحدة نقدية}$$

$$\frac{(1 + i)^n - 1}{i} = \frac{A_n}{a} \Rightarrow \frac{(1.055)^n - 1}{0.055} = \frac{291647.19}{30000} = 9.721573$$

بالبحث عن القيمة 9.721573 في الجدول المالي رقم 3 في العمود الذي يقابل معدل الفائدة 5.5% نجد أنها موجودة في السطر الذي يقابل n=8، أي 8 دفعات. وبما أن الدفعات سنوية، إذا:

عدد الأشهر : $\mathbf{8 \times 12 = 96}$ شهراً