

Objectifs

- Implémenter un simulateur à événements discrets d'une file M/M/1 en Python.
- Calculer les métriques de performance à la fois par simulation et analytiquement.
- Comparer les métriques résultats de la simulation aux formules analytiques et quantifier l'écart normalisé.

Travaux demandés

Un script Python qui :

1. Demande à l'utilisateur : λ (λ), μ (μ), end_t (durée de simulation),
2. Implémente une fonction `exponential(rate)` qui renvoie un tirage exponentiel,
3. Implémente une fonction `simulate(lam, mu, end_time)` qui réalise la simulation événementielle qui calcule et affiche les métriques :
 - N : Nombre moyen de clients dans le système,
 - N_q : Nombre moyen de clients en attente,
 - T : temps moyen de séjour (par client servi),
 - T_q : temps moyen d'attente en file,
 - T_s : Temps moyen de service
 - S_u : taux d'utilisation du serveur
4. Calcule et affiche les mêmes métriques en utilisant le modèle analytiques M/M/1,
5. Calcule et affiche l'erreur relative pour chaque indicateur :

$$\text{Erreur relative} = \frac{\text{valeur_analytique} - \text{valeur_simulée}}{\text{valeur_analytique}}$$

Exemple d'exécution attendue

```
Entrez le taux des arrivées (lamdba): 10
Entrez le taux de service (mu): 12
Entrez le temps de simulation: 100000
=====Simulateur du systeme M/M/1=====
N = 5.04
Nq = 4.204
T = 0.504
Tq = 0.42
Ts = 0.083
Server Utilization: 0.835
===== M/M/1 analytique =====
N = 5.0
Nq = 4.167
T = 0.5
Tq = 0.417
Ts = 0.083
Server Utilization = 0.833
===== Erreur relative =====
Erreur relative de N = -0.008
Erreur relative de Nq = -0.009
Erreur relative de T = -0.007
Erreur relative de Tq = -0.008
Erreur relative de Ts = -0.001
Erreur relative de Su = -0.002
```

Variables de simulation	
clock	L'horloge de la simulation
queue	File d'attente : liste contenant les temps d'arrivée des clients en attente.
next_arrival	Le temps du prochain événement d'arrivée, initialisé à partir d'une distribution exponentielle.
next_departure	Le temps du prochain événement de départ, initialement défini à l'infini. S'il n'y a pas de départ planifié, l'initialisation à l'infini permet de vérifier le test <code>next_arrival <= next_departure</code> , afin d'exécuter le prochain arriver planifié.
busy	Un booléen indiquant si le serveur est occupé ou non
Métriques du temps	
T	Temps moyen de séjour des clients dans le système
Tq	Temps moyen passé dans la file d'attente
Ts	Temps moyen de service.
Métriques de file d'attente	
N	Nombre moyen de clients dans le système
Nq	Nombre moyen de clients dans la file d'attente
SU	Coefficient d'utilisation du serveur : Proportion du temps pendant laquelle le serveur est occupé.
Variables utilisées pour le calcul des métriques	
sumN	La somme pondérée des nombres de clients dans le système.
Ni	Le nombre de clients actuellement dans le système.
upN	Temps de la dernière mise à jour de la variable nbN
sumQ	La somme pondérée par le temps, des nombres de clients dans la file d'attente
Qi	Le nombre de clients actuellement en file d'attente.
upQ	Temps de la dernière mise à jour de la variable nbQ
sumS	Somme des temps où le serveur était occupé
upS	Temps de la dernière mise à jour de la variable sumS .
sumT, sumTq, sumTs	Les sommes respectives des temps de séjour, d'attente, et de service de tous les clients.
nb_arr, nb_dep	Compteurs d'arrivées et de départs de clients respectivement.