9.5 تمارين

تمرين 1.5: تبسيط الأعداد المركبة

ضع على الشكل $a+ib$ $(a,b\in\mathbb{R})$ الأعداد:

1. $\dfrac{3+6i}{3-4i}$
2. $\left(\dfrac{1+i}{2-i}\right)^2+\dfrac{3+6i}{3-4i}$
3. $\dfrac{2+5i}{1-i}+\dfrac{2-5i}{1+i}$

تمرين 2.5: كتابة الأعداد المركبة على الشكل الجبري

اكتب على الشكل $a+ib$ الأعداد المركبة التالية:

1. عدد طاولته 2 وعمدته $\frac{\pi}{3}$
2. عدد طاولته 3 وعمدته $-\frac{\pi}{8}$

تمرين 3.5: حساب الطاولة والعمدة

احسب الطاولة والعمدة لـ:

$$v=1-i \quad \text{و} \quad u=\frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$$

واستنتج الطاولة والعمدة لـ:

$$w=\frac{u}{v}$$

تمرين 4.5: حساب الطاولة والعمدة

حدد الطاولة والعمدة للأعداد المركبة:

$$e^{i\theta} + e^{2i\theta} \quad \text{و} \quad e^{e^{i\alpha}}$$

تمرين 5.5: حساب الجذور التربيعية

احسب الجذور التربيعية للأعداد:

$$1, \quad i, \quad 3+4i, \quad 8-6i, \quad 7+24i$$

تمرين 6.5: حساب الجذور التربيعية والقيم المثلثية

1. احسب الجذور التربيعية للعدد $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$. واستنتج قيم $\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
2. احسب قيم $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

تمرين 7.5: حل معادلات في الأعداد المركبة

حل في $\mathbb{C}$ المعادلات التالية:

1. $z^2 + z + 1 = 0$
2. $z^2 - (1+2i)z + i - 1 = 0$
3. $z^2 - \sqrt{3}z - i = 0$
4. $z^2 - (5-14i)z - 2(5i+12) = 0$
5. $z^2 - (3+4i)z - 1 + 5i = 0$
6. $4z^2 - 2z + 1 = 0$
7. $z^4 + 10z^2 + 169 = 0$

8. $z^4 + 2z^2 + 4 = 0$

تمرين 8.5: حساب مجموع متتالية هندسية

احسب المجموع $S_n = 1 + z + z^2 + \cdots + z^n$

تمرين 9.5: الجذور التكعيبية والجذور النونية للواحد

1. حل $z^3 = 1$ وبيّن أن الجذور تكتب على الشكل $1, j, j^2$. احسب $1 + j + j^2$ واستنتج جذور $1 + z + z^2 = 0$.
2. حل $z^n = 1$ وبيّن أن الجذور تكتب على الشكل $1, \varepsilon, \ldots, \varepsilon^{n-1}$. استنتج جذور $1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} = 0$. احسب، من أجل $p \in \mathbb{N}$، $1 + \varepsilon^p + \varepsilon^{2p} + \cdots + \varepsilon^{(n-1)p}$.

تمرين 10.5: الجذور التكعيبية والمعادلات المركبة

1. ليكن z_1, z_2, z_3 ثلاثة أعداد مركبة متميزة لها نفس المكعب. عبر عن z_2 و z_3 بدلالة z_1.
2. أعط، على الشكل القطبي، الحلول في $\mathbb{C}$ للمعادلة:

$$z^6 + (7 - i)z^3 - 8 - 8i = 0$$

(إشارة: ضع $Z = z^3$، احسب $(9 + i)^2$)