

CHAPITRE 05:

MÉTHODE DES ITÉRATIVES

MÉTHODE DE CROSS

INTRODUCTION :

En mathématiques, une **itération** désigne l'action de répéter un processus. Le calcul itératif permet l'application à des équations récursives.

Le terme itération est issu du verbe latin *iterare* qui signifie « cheminer » ou de *iter* « chemin ».

Le processus d'itération est employé fréquemment en **algorithmique**.

En analyse numérique, une **méthode itérative** est un procédé algorithmique utilisé pour résoudre un problème, par exemple la recherche d'une solution d'un système d'équations ou d'un problème d'optimisation. En débutant par le choix d'un *point initial* considéré comme une première ébauche de solution, la méthode procède par itérations au cours desquelles elle détermine une succession de solutions approximatives raffinées qui se rapprochent graduellement de la solution cherchée. Les points générés sont appelés des **itérés**.



On cherche à résoudre une équation de la forme :

$$Ax = b$$

Les méthodes directes fournissent la solution $\hat{x}$ en un nombre fini d'opérations. Mais :

Si la taille du système est élevée, le nombre d'opérations est important, *or les erreurs de calcul dépendent directement du nombre de calculs.*

Elles utilisent des propriétés mathématiques nécessitant un calcul exact, *il est difficile de tenir compte des erreurs de calcul dans ce processus*

Donc le résultat n'est **jamais rigoureusement égal** à $\hat{x}$.

Il peut même en être **très différent**.

Les méthodes itératives contrastent avec les méthodes directes qui résolvent le problème en une seule étape (par exemple la solution d'un système linéaire $Ax = b$ obtenue en calculant la matrice inverse de A).

Le recours au calcul matriciel est indispensable est pratique car :

- ☐ *Cela permet une écriture compacte d'ensembles des relations devant êtres traitées simultanément*
- ☐ *Cela se prête particulièrement bien à l'utilisation du calcul par ordinateur.*

Les structures en génie civil sont souvent hyperstatiques (le nombre d'inconnues de liaison dépasse le nombre d'équations d'équilibre statique). Résoudre ces systèmes par la méthode des forces ou des déplacements (matricielle) à la main devient très vite impossible pour des portiques complexes.

Les méthodes itératives (dites méthodes de relaxation) contournent ce problème par approximations successives

.Idée clé : On bloque tous les nœuds artificiellement (on les empêche de tourner). On libère ensuite les nœuds un par un (ou tous ensemble) pour les laisser trouver leur équilibre, et on recommence jusqu'à ce que les mouvements deviennent négligeables.

I. La Méthode de Hardy Cross (Distribution des Moments)

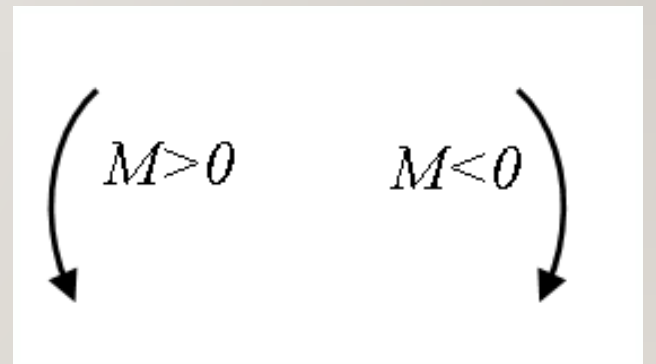
La méthode de Cross, développée par Hardy Cross dans les années 1930, est une méthode itérative de calcul des structures hyperstatiques, particulièrement adaptée aux portiques (cadres) et aux poutres continues. Avant l'avènement des ordinateurs et des méthodes matricielles, elle constituait l'outil principal pour déterminer les moments fléchissants dans ces structures complexes. Bien que moins utilisée aujourd'hui pour les calculs de routine, elle conserve un grand intérêt pédagogique car elle permet de bien visualiser et comprendre la distribution et la transmission des moments dans une structure continue. Ce cours présente les principes, l'algorithme et l'application de la méthode de Cross.

Ces opérations sont répétées jusqu'à ce que la libération des nœuds ne pro-voque plus de rotation. Cela signifie alors que l'état d'équilibre est atteint.

Comme à chaque étape du calcul il n'y a qu'un seul nœud libre, il en résulte qu'à chaque étape il n'y a qu'une seule inconnue, la rotation du nœud libéré. Ainsi, le système d'équations d'équilibre propre à la méthode générale, se résume à une seule équation à une inconnue dont la résolution est immédiate. Notons que dans l'exécution pratique de la méthode, le calcul des rotations n'est pas explicité, on travaille directement sur les moments agissant aux extrémités des barres.

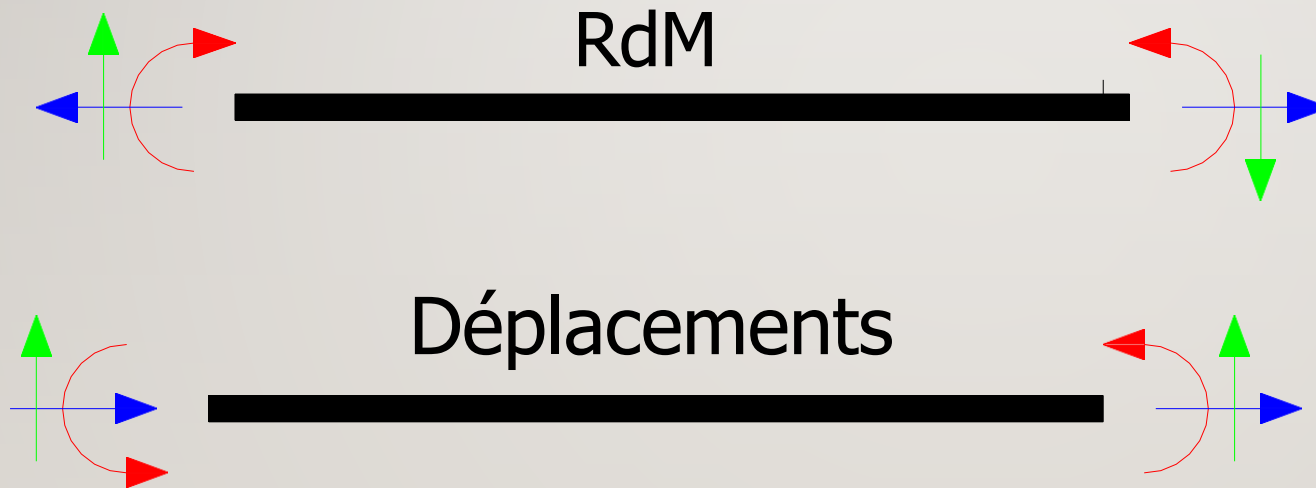
Convention des signes :

Vu le caractère systématique de la méthode, on adopte pour le moment fléchissant une convention différente de celle de la RDM. Un moment sera considéré comme positif s'il tend à provoquer une rotation dans le sens trigonométrique (Figure 4.1).



Convention de signes

- Comme dans le cas de la méthode des déplacements et de la méthode des rotations, la **convention de signes** adoptée pour la méthode de Cross est de type « **déplacements** » :

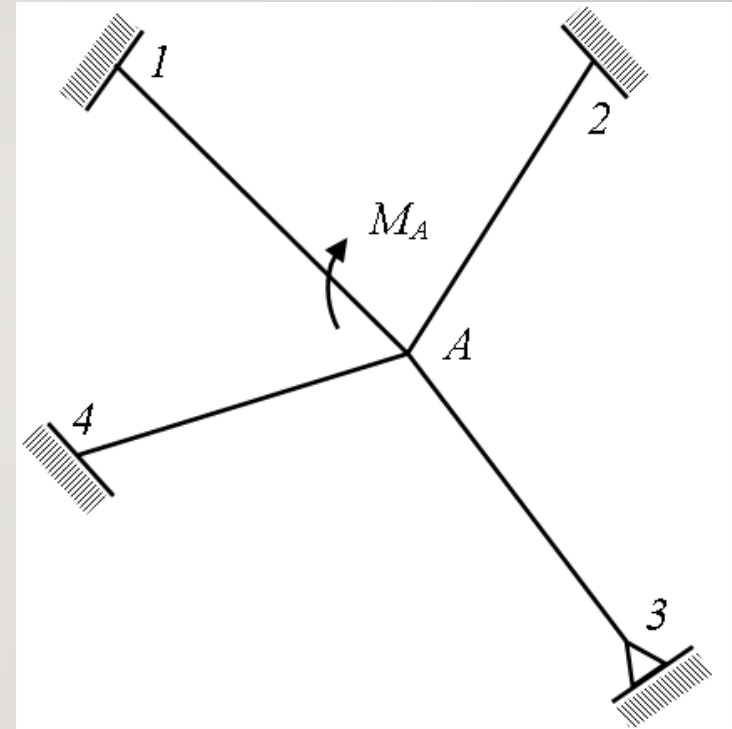


2. REPARTITION ENTRE LES BARRES D'UN MOMENT APPLIQUE A UN NŒUD COMMUN

Considérons un nœud (A) (qui ne subit pas de translation) auquel aboutissent n barres qui sont encastrées ou articulées à leur autre extrémité et appliquons lui un couple M_A (Figure 5.2).

Sous l'action de M_A , le nœud A tourne d'un angle w_A . Le moment repris par chacune des barres est proportionnel à la rotation w_A et peut s'écrire :

$$M_{Ai} = -K_{Ai}\omega_A \quad (5.1)$$



K_{Ai} étant une constante appelée *facteur de rigidité* de la barre Ai . C'est le moment fléchissant (en valeur absolue) à l'extrémité A de la barre Ai sous l'action d'une rotation unitaire appliquée en A ($w_A=1$). Notons que le signe moins devant le deuxième membre de (5.1) montre que les moments de reprise s'opposent au moment appliqué (M_A)

Le nœud étant en équilibre, les moments de reprise doivent équilibrer le moment appliqué M_A , c'est-à-dire qu'on a :

$$M_A + \sum_{i=1}^n M_{Ai} = 0$$

compte tenu de (5.1), on tire :

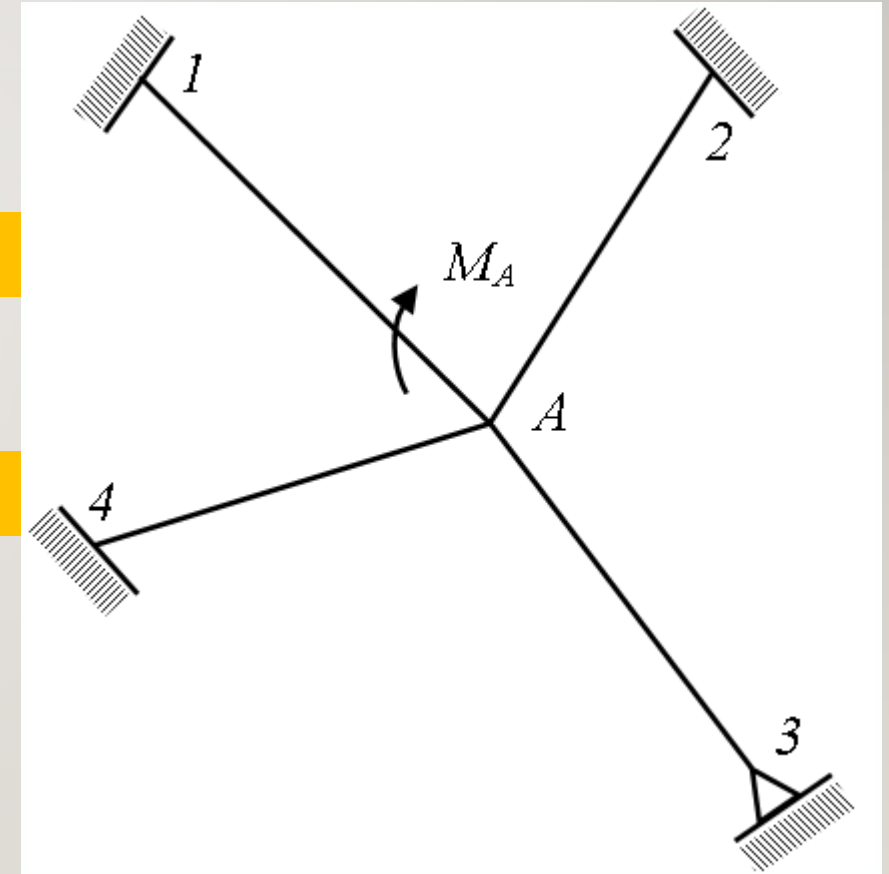
$$\omega_A = \frac{M_A}{\sum_{i=1}^n K_{Ai}}$$

L'équation (5.1) s'écrit alors :

$$M_{Ai} = -\frac{K_{Ai}}{\sum_{i=1}^n K_{Ai}} M_A$$

Posons :

$$C_{Ai} = \frac{K_{Ai}}{\sum_{i=1}^n K_{Ai}} \quad (5.2)$$



C_{Ai} est appelé coefficient de répartition de la barre Ai

Remarques

1) on peut vérifier que : $\sum C_{Ai} = 1$.

2) $C_{ij} \neq C_{ji}$ en général.

Les *couples de reprise* s'expriment alors par :

$$M_{iA} = -C_{Ai} M_A \quad (5.3)$$

La rotation w_A provoque également une transmission de couples aux extrémités des barres. Les *couples transmis* sont proportionnels aux moments de reprise et sont donnés par :

$$M_{iA} = \lambda_{Ai} M_{Ai} \quad (5.4)$$

La constante λ_{Ai} est appelée *facteur de transmission* du nœud A vers le nœud i.

On notera que pour des barres comme Ak, qui est articulée à son autre extrémité, le facteur de transmission est nul puisque $M_{kA} = 0$.

3 FACTEURS DE RIGIDITE – FACTEURS DE TRANSMISSION

Ces coefficients ne dépendent que des caractéristiques géométriques (S, I, L) et mécaniques (E, G) de la barre considérée (voir méthode des déplacements).

3.1 Coefficients de souplesse d'une barre

Soit une poutre bi-articulée AB de longueur L , de section S et de modules d'élasticité E et G . On appelle *coefficients de souplesse* ou *caractéristiques mécaniques* de la poutre AB , les coefficients suivants :

$$a = \gamma_{AA}^u = \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \frac{dx}{EI} + \frac{1}{L^2} \int_0^L \kappa \frac{dx}{GS}$$

$$c = \gamma_{BB}^u = \int_0^L \left(\frac{x}{L}\right)^2 \frac{dx}{EI} + \frac{1}{L^2} \int_0^L \kappa \frac{dx}{GS}$$

$$b = \gamma_{BA}^u = \int_0^L \left(1 - \frac{x}{L}\right) \frac{x}{L} \frac{dx}{EI} - \frac{1}{L^2} \int_0^L \kappa \frac{dx}{GS}$$

Lorsque E, I et S sont constants, les expressions précédentes deviennent :

$$a = c = \frac{L}{3EI} + \frac{1}{LGS} \qquad b = \frac{L}{6EI} - \frac{1}{LGS}$$

Si on néglige la déformation due à l'effort tranchant, les deux dernières formules se réduisent à :

$$a = c = \frac{L}{3EI}$$

$$b = \frac{L}{6EI}$$

3.2 Facteurs de rigidité et de transmission

Ces facteurs s'expriment en fonction des coefficients a , b et c . On distingue deux types de barre : bi-encastrée ou encastrée à l'une des extrémités (nœud A) et articulée à l'autre.

1) Barre AB encastrée aux deux extrémités

$$\begin{aligned} K_{AB} &= \frac{c}{ac - b^2} & \lambda_{AB} &= \frac{b}{c} \\ K_{BA} &= \frac{a}{ac - b^2} & \lambda_{BA} &= \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (5.5)$$

2) Barre AB encastrée en A et articulée en B

$$\begin{aligned} K_{AB} &= \frac{l}{c} & \lambda_{AB} &= 0 \\ K_{BA} &= \frac{l}{c} & \lambda_{BA} &= \frac{b}{a} \end{aligned} \quad (5.6)$$

Dans le cas où la barre est de section constante, de même nature, et si on néglige l'influence de T on a

$$\begin{aligned} 1) \quad K_{AB} &= K_{BA} = \frac{4EI}{L} \\ \lambda_{AB} &= \lambda_{BA} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} 2) \quad K_{AB} &= K_{BA} = \frac{3EI}{L} \\ \lambda_{AB} &= 0, \quad \lambda_{BA} = \frac{1}{2} \end{aligned} \quad (5.8)$$

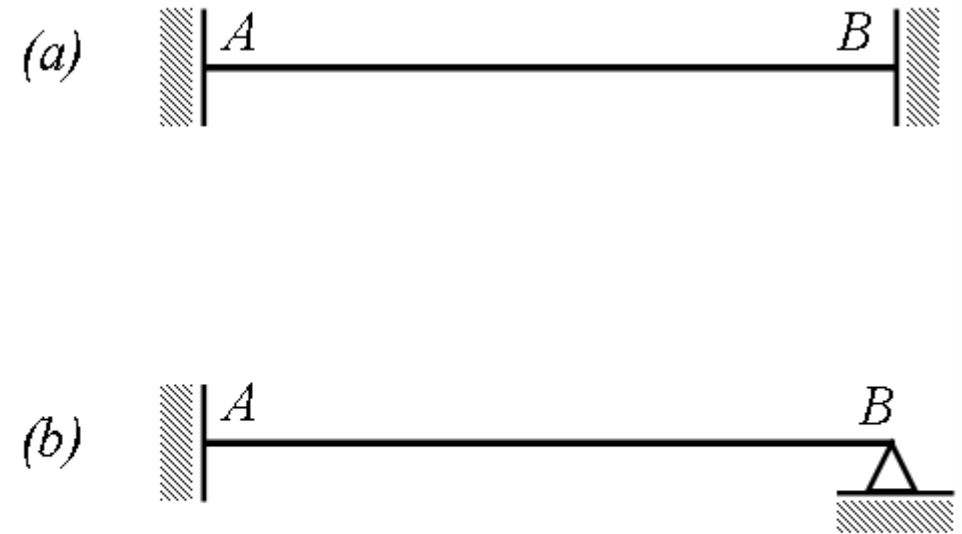


Figure 5.3

Afin d'alléger l'exposé, nous ne considérerons que le cas des barres prismatiques (influence de T négligeable) ; le raisonnement est évidemment valable pour les autres cas.

3.3 Exemple

Soit à calculer les coefficients C_{Ai} et l_{Ai} de la structure représentée à la figure 8.4. On a :

$$K_{A1} = \frac{4(3EI)}{L} = \frac{12EI}{L} \quad K_{A2} = \frac{4(2EI)}{L} = \frac{8EI}{L}$$
$$K_{A3} = \frac{3(5EI)}{L} = \frac{15EI}{L} \quad K_{A4} = \frac{4(EI)}{L} = \frac{4EI}{L}$$

et
$$\sum_{j=1}^4 K_{Aj} = \frac{39EI}{L}$$

d'où :
$$C_{A1} = \frac{12}{39} \quad C_{A2} = \frac{8}{39} \quad C_{A3} = \frac{15}{39} \quad C_{A4} = \frac{4}{39}$$

De plus :

$$\lambda_{A1} = \lambda_{A2} = \lambda_{A4} = \frac{l}{2} \quad \text{et} \quad \lambda_{A3} = 0$$

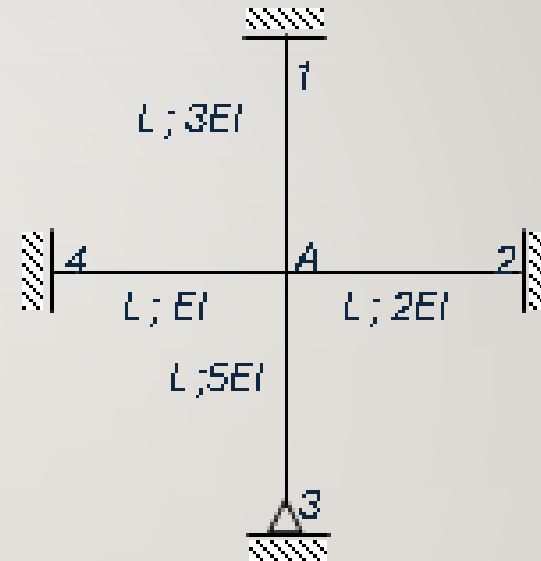


Figure 5.4

4 Exposé de la méthode

4.1 Les étapes de la méthode

Pour résumer ce qui a été exposé, on retient que la méthode de Cross s'applique de la façon suivante :

- a) on calcule les facteurs de répartition ;
- b) on bloque tous les nœuds et on calcule les moments d'encastrement sous l'action des charges extérieures ;
- c) on calcule les moments de fixation (ou de blocage) ;
- d) on libère un nœud, de préférence celui qui possède le moment de fixation le plus élevé en valeur absolue et on calcule les moments répartis ;
- e) on calcule pour chacune des barres le couple qui est transmis à l'autre ex-trémité ;
- f) le nœud libéré étant en équilibre, on le bloque à nouveau avant de libérer le nœud suivant.

4 SYSTEMES A NŒUDS FIXES

4.1 Exposé de la méthode

Afin de fixer les idées nous raisonnerons sur la structure représentée à la figure 8.5

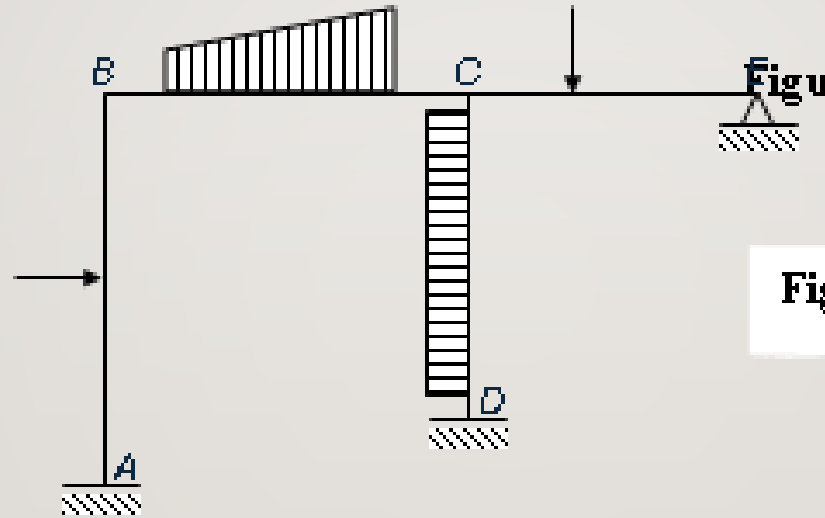


Figure 5.5

Supposons que les nœuds B et C ont été bloqués (verrouillés) avant l'application des charges. Les barres sont donc bi-encastrees (barres AB, BC et CD) ou encastree et articulée (barre CE) et peuvent être considérées séparément.

Dans ce cas, les moments aux extrémités de chaque barre, dus aux charges extérieures, peuvent être calculés par l'une des méthodes exposées dans les chapitres précédents.

Ces moments, désignés par $\bar{M}$, sont appelés moments d'encastrement parfait ou plus simplement moments d'encastrement. Ainsi, aux appuis on a les moments :

$$\bar{M}_{AB} \text{ en } A, \bar{M}_{DC} \text{ en } D, \bar{M}_{EC} = 0 \text{ en } E$$

et aux nœuds :

$$M_B = \bar{M}_{BA} + \bar{M}_{BC} \text{ en } B, \quad M_C = \bar{M}_{CB} + \bar{M}_{CD} + \bar{M}_{CE} \text{ en } C$$

Du point de vue mécanique, bloquer les nœuds B et C revient à appliquer à ces nœuds des moments, dits de fixation ou de blocage, qui valent "-M_B" et "-M_C", respectivement.

Pour parvenir à l'état final réel, il faut que tous les nœuds soient débloqués (libres). Au lieu de déverrouiller tous les nœuds simultanément, avec la méthode de Cross on libère un nœud à la fois.

Commençons par débloquer le nœud B par exemple qui va pouvoir tourner. Effectuer cette opération de déverrouillage, équivaut à appliquer un moment $M^{(l)}_B = M_B$ en B. Les nœuds A et C étant toujours bloqués, le couple $M^{(l)}_B$ sera réparti entre les barres BA et BC selon la relation (5.3).

On obtient :

$$M_{BA}^{r(1)} = -C_{BA} M_B^{(1)} \qquad M_{BC}^{r(1)} = -C_{BC} M_B^{(1)}$$

Quant aux moments transmis, ils sont donnés par la formule (5.4).

$$M_{AB}^{t(1)} = \frac{M_{BA}^{r(1)}}{2} = -C_{BA} \frac{M_B^{(1)}}{2} \qquad M_{CB}^{t(1)} = \frac{M_{BC}^{r(1)}}{2} = -C_{BC} \frac{M_B^{(1)}}{2}$$

Faisons maintenant le bilan des moments agissant en B avant de le bloquer à nouveau. Le moment résultant en B vaut :

$$M = \bar{M}_{BA} + \bar{M}_{BC} + M_{BA}^{r(1)} + M_{BC}^{r(1)} = M_B^{(1)} - C_{BA} M_B^{(1)} - C_{BC} M_B^{(1)}$$

$$M = M_B^{(1)} (1 - C_{BA} - C_{BC})$$

Comme : $C_{BA} + C_{BC} = 1$, il en résulte $M = 0$, c'est-à-dire que le nœud B est en équilibre. On fixe maintenant le nœud B dans sa position d'équilibre, sans devoir appliquer un moment de fixation puisque le moment résultant est nul.

Avant de libérer le nœud suivant, en l'occurrence le nœud C, il convient de préciser son moment de fixation. En effet, aux moments d'encastrement initiaux est venu s'ajouter le couple transmis $M_{CB}^{t(1)}$; donc le couple de blocage vaut :

$$M_C^F = -M_C - M_{CB}^{t(1)} = -(\bar{M}_{CB} + \bar{M}_{CD} + \bar{M}_{CE} + M_{CB}^{t(1)})$$

avec :

$$M_{CB}^{t(1)} = -C_{BC} \frac{M_B^{(1)}}{2}$$

Nous libérons le nœud C en lui appliquant un moment de libération qui vaut : $M(I)C = M_{FC}$ et qui sera réparti comme suit :

$$M_{CB}^{r(1)} = -C_{CB} M_C^{(1)}$$

$$M_{CD}^{r(1)} = -C_{CD} M_C^{(1)}$$

$$M_{CE}^{r(1)} = -C_{CE} M_C^{(1)}$$

Les couples transmis correspondants valent :

$$M_{BC}^{t(1)} = \frac{M_{CB}^{r(1)}}{2} = -C_{CB} \frac{M_C^{(1)}}{2} \quad M_{DC}^{t(1)} = \frac{M_{CD}^{r(1)}}{2} = -C_{CD} \frac{M_C^{(1)}}{2} \quad M_{EC}^{t(1)} = 0$$

Le nœud C est maintenant en équilibre comme on peut le constater en fai-sant le bilan des moments.

$$M = \overline{M}_{CB} + \overline{M}_{CD} + \overline{M}_{CE} + M_{CB}^{t(1)} - M_C^{(1)} + M_C^{(1)} + M_{CB}^{r(1)} + M_{CD}^{r(1)} + M_{CE}^{r(1)}$$

$$M = M_C^{(1)} + M_{CB}^{r(1)} + M_{CD}^{r(1)} + M_{CE}^{r(1)} = M_C^{(1)} - C_{CB} M_C^{(1)} - C_{CD} M_C^{(1)} - C_{CE} M_C^{(1)}$$

$$M = M_C^{(1)} (1 - C_{CB} - C_{CD} - C_{CE})$$

Or : $C_{CB} + C_{CD} + C_{CE} = 1$; donc on a bien $M = 0$.

Nous avons ainsi accompli un tour complet des nœuds c'est-à-dire que nous avons réalisé la première itération (1er cycle), d'où le (1) porté en puissance.

On notera également que le moment en B est désormais différent de zéro puisque on a :

$$M_{BC}^{t(1)} = \frac{M_{CB}^{r(1)}}{2} = -C_{CB} \frac{M_C^{(1)}}{2}$$

Ce moment sera noté $M_B^{(2)}$ et représente le nouveau moment de libération du nœud B.

On bloque ensuite le nœud C (en équilibre maintenant) et on entame la 2^{ème} itération (2^{ème} cycle) en procédant comme lors de la 1^{ère} itération.

Débloquer B revient à appliquer un moment de libération valant $M_B^{(2)}$. On calcule à nouveau les moments répartis et les moments transmis, etc.

Au bout de 3 ou 4 itérations, les moments de fixation (ou de libération) deviennent négligeables et on peut alors arrêter les opérations. Cela signifie qu'on peut libérer les nœuds sans qu'il y ait modification sensible des moments existant aux nœuds. L'équilibre est atteint.

Le moment final à l'extrémité d'une barre sera la somme algébrique de tous les moments correspondant à cette extrémité c'est-à-dire :

- le moment d'encastrement parfait,
- les moments répartis,
- les moments transmis.

Par exemple, le moment M_{CB} agissant à l'extrémité C de la barre CB vaut :

$$M_{CB} = \overline{M}_{CB} + M_{CB}^{r(1)} + M_{CB}^{r(2)} + \dots + M_{BC}^{t(1)} + M_{BC}^{t(2)} + \dots \quad (5.9)$$

4.2 Procédé pratique d'exécution de la méthode de Cross

Vu le caractère systématique de la méthode, il est commode d'effectuer les calculs sous forme de tableau (voir tableau page suivante).

Les trois premières lignes du tableau comportent les nœuds (1ère ligne), les barres (2ème ligne) et les coefficients de répartition changés de signe (3ème ligne). Le signe moins est ajouté pour éviter le risque de l'oublier lors du calcul des couples répartis. Ces 3 lignes restent identiques quel que soit le type de chargement.

La 4ème ligne comporte les moments d'encastrement aux extrémités de chaque barre.

Dans le reste du tableau on distingue :

- a) les 2 premières colonnes de gauche
- b) le reste des colonnes

a) les 2 premières colonnes de gauche

- dans la 1^{ère} colonne on indique le numéro du nœud libéré,
- dans la deuxième colonne on porte la valeur (avec son signe) du moment de libération correspondant.

b) le reste des colonnes

Elles comportent les couples de reprise et les couples transmis. Chaque ligne de cette partie du tableau correspond à la libération d'un nœud.

On arrête les calculs lorsqu'on constate que les couples de libération sont né-gligeables.

Chaque fois qu'un nœud a été libéré, on trace un trait horizontal traversant toutes les colonnes relatives aux barres aboutissant à ce nœud (trait discontinu dans le tableau). Cette trace horizontale signifie qu'à cet instant le nœud en ques-tion est en équilibre ($\sum M = 0$).

Le tableau se termine par une ligne des totaux. On porte dans chaque case la somme algébrique de tous les couples qui y ont été inscrits. Cette somme repré-sente le moment réel (avec le signe de Cross) agissant à l'extrémité considérée.

5.4 Calcul des éléments de réduction

• Moment fléchissant

Les moments aux extrémités étant connus, chaque barre est à considérer iso-lément et isostatique. Elle sera soumise aux charges extérieures qui lui sont directement appliquées et aux moments calculés de Cross (faire attention au signe).

Le diagramme final des moments de la structure est constitué par les diagrammes de l'ensemble des barres (considérées chacune séparément).

• Effort tranchant

Désignons par T_x l'effort tranchant dans la section courante d'abscisse x de la barre AB (de longueur L) supposée isostatique sous l'action des charges qui lui sont directement appliquées. Alors l'effort tranchant total est donné par :

$$T_x = T_x^F + \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} \quad (5.10)$$

M_{AB} et M_{BA} sont les moments de Cross (c'est-à-dire avec la convention de signes de la méthode de Cross). Avec la convention classique de la résistance des matériaux, l'expression devient :

$$T_x = T_x^F + \frac{M_{BA} - M_{AB}}{L} \quad (5.11)$$

- **Effort normal**

Les efforts tranchants dans les différentes barres étant connus, les efforts normaux s'obtiennent en vérifiant les conditions d'équilibre de translation de chaque nœud.

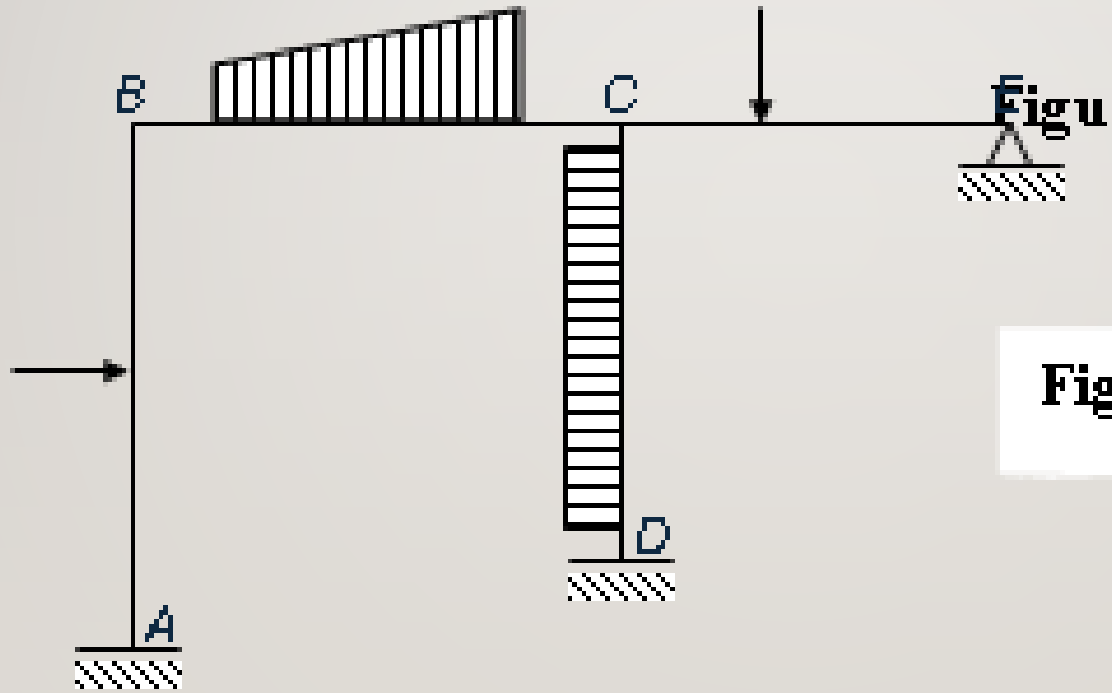
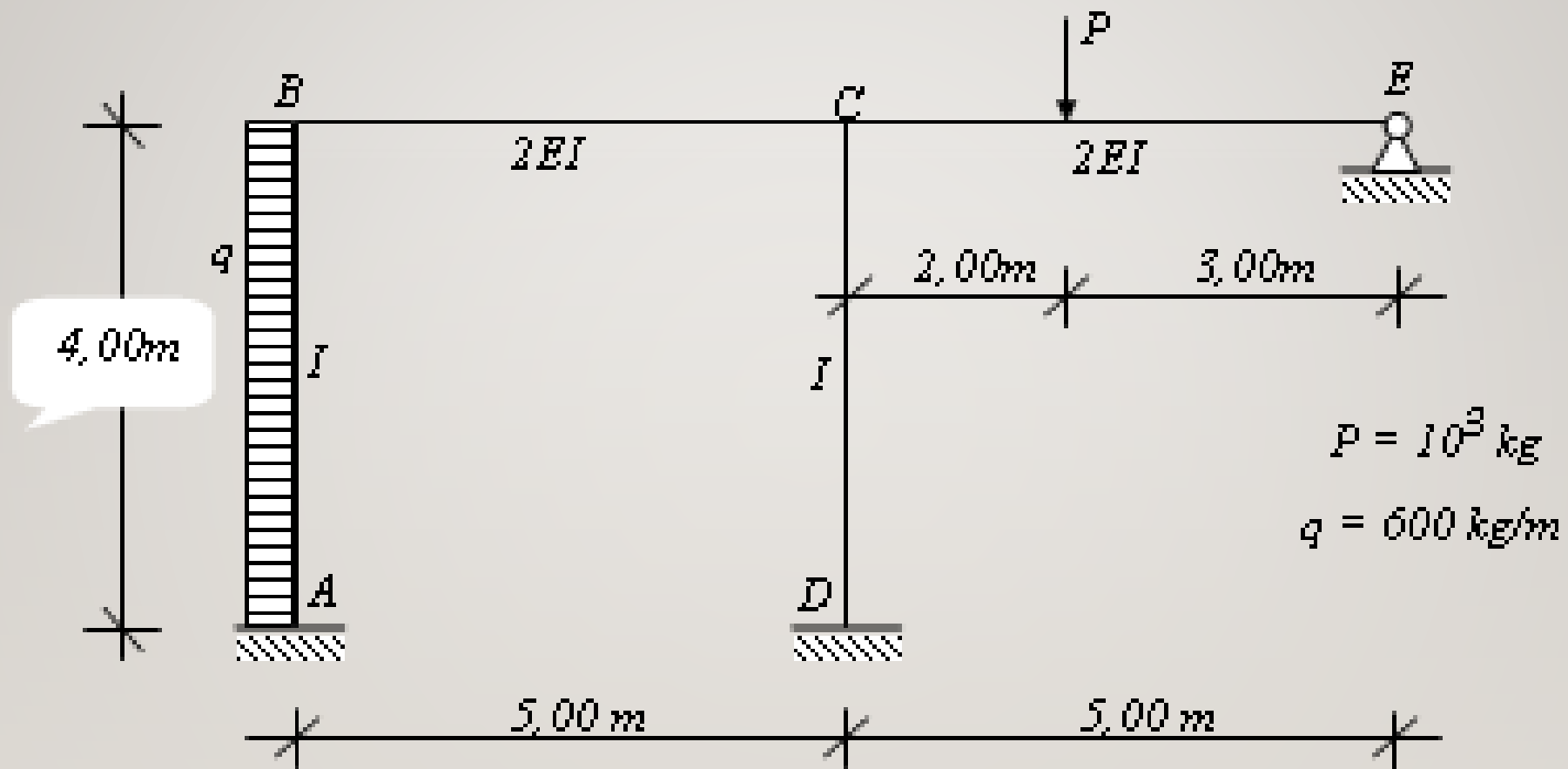


Figure 5.5

Tableau d'exécution de la méthode de Cross

Noeud (ou appui)		A	B		C			D	E
Barre (ou extrémité)		AB	BA	BC	CB	CD	CE	DE	EC
Coef. de répartition x (-)			$-C_{BA}$	$-C_{BC}$	$-C_{CB}$	$-C_{CD}$	$-C_{CE}$		
Mot. d'encastrement parfait		$\bar{M}_{AB}$	$\bar{M}_{BA}$	$\bar{M}_{BC}$	$\bar{M}_{CB}$	$\bar{M}_{CD}$	$\bar{M}_{CE}$	$\bar{M}_{CD}$	0
Noeud Libéré	Moment de libération								
B	$M_B^{(I)} = \bar{M}_{BA} + \bar{M}_{BC}$								
C									
									
Moments aux extrémités des barres									

4.5 Exemple d'application



1) Raideurs des barres :

$$R_{AB} = \frac{I}{4} \quad ; \quad R_{BC} = \frac{2I}{5}$$

$$R_{CD} = \frac{I}{4} \quad ; \quad R_{CE} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2I}{5} = \frac{3I}{10}$$

2) Coefficients de répartition des barres :

$$\left. \begin{aligned} C_{BA} &= \frac{R_{BA}}{R_{BA} + R_{BC}} = \frac{1/4}{1/4 + 2/5} \cong 0.3846 \\ C_{BC} &= \frac{R_{BC}}{R_{BC} + R_{BA}} = \frac{2/5}{2/5 + 1/4} \cong 0.6154 \end{aligned} \right\}$$

Vérification : $\sum C_{ij} = 1$; $C_{BA} + C_{BC} = 0.3846 + 0.6153 = 0.9999 \cong 1$

$$\left. \begin{aligned} C_{CB} &= \frac{R_{CB}}{R_{CB} + R_{CD} + R_{CE}} = \frac{2/5}{2/5 + 1/4 + 3/10} \cong 0.4210 \\ C_{CD} &= \frac{R_{CD}}{R_{CD} + R_{CB} + R_{CE}} = \frac{1/4}{1/4 + 2/5 + 3/10} \cong 0.2632 \\ C_{CE} &= \frac{R_{CE}}{R_{CE} + R_{CD} + R_{CB}} = \frac{3/10}{3/10 + 1/4 + 2/5} \cong 0.3158 \end{aligned} \right\}$$

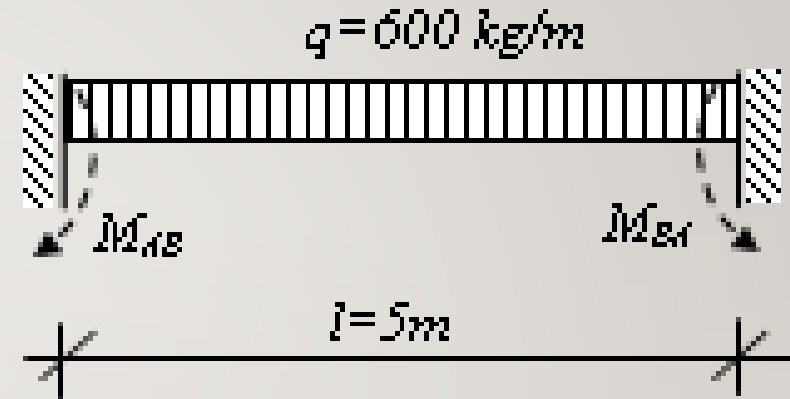
$C_{CB} + C_{CD} + C_{CE} = 1$; $0.4210 + 0.2632 + 0.3158 = 1$

3) Calcul des moments d'encastrement parfaits :

Barre AB

$$M_{AB} = + \frac{ql^2}{12} = 800$$

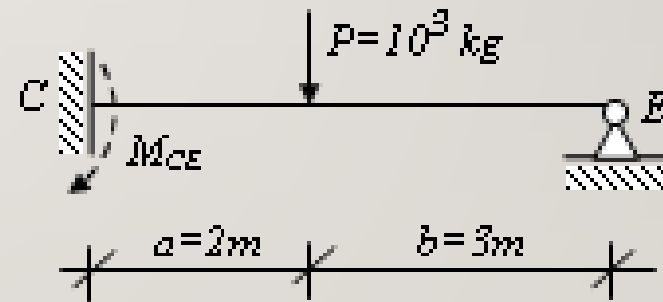
$$M_{BA} = - \frac{ql^2}{12} = -800$$



Barre CE

$$M_{EC} = 0$$

$$M_{CE} = \frac{Pa.b}{l^2} (b + a/2) = 960 \text{ kg.m}$$



Nœuds	A	B		C			D	E
Barres	AB	BA	BC	CB	CD	CE	DC	EC
Coefficient de répartition C_{ij} pris en (-)		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		
Moments d'encastrement parfait M_{ij}	800	-800	0	0	0	960	0	0

<i>Nœuds</i>	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>			<i>D</i>	<i>E</i>
<i>Barres</i>	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>CE</i>	<i>DC</i>	<i>EC</i>
<i>Coefficient de répartition Cij pris en (-)</i>		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		
<i>Moments d'encastrement parfait Mij</i>	800	-800	0	0	0	960	0	0
<i>1er Cycle</i>								
<i>B bloqué $M_B=M_{B(l)}$</i>		$M_{B(l)}=-800$						
<i>B débloqué</i>	153,84	307,68	492,24	246,12				
<i>C bloqué $M_C=M_{C(l)}$</i>				$M_{C(l)}=1206.12$				
<i>C débloquent</i>			-253.95	-507.90	-317.45	-380.89	-158.73	0

Nœuds	A		B			C			D	E
Barres	AB	BA	BC	CB	CD	CE	DC	EC		
Coefficient de répartition C_{ij} pris en (-)		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158				
Moments d'encastrement parfait M_{ij}	800	-800	0	0	0	960	0	0		
1er Cycle										
B bloqué $M_B=M_{B(l)}$		$\times M_{B(l)}=-800 \times$								
B débloqué		307,68	492,24	246,12						
C bloqué $M_C=M_{C(l)}$				$\times M_{C(l)}=1206.12 \times$						
C débloqué			-253.95	-507.90	-317.45	-380.89	-158.73	0		

0,5

0,5

	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>			<i>D</i>	<i>E</i>
<i>Nœuds</i>								
<i>Barres</i>	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>CE</i>	<i>DC</i>	<i>EC</i>
<i>Coefficient de répartition Cij pris en (-)</i>		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		
<i>Moments d'encastrement parfait Mij</i>	800	-800	0	0	0	960	0	0
<i>1er Cycle</i>								
<i>B bloqué $M_B = M_{B(1)}$</i>		$M_{B(1)} = -800$						
<i>B débloqué</i>		307,68	492,24	246,12				
<i>C bloqué $M_C = M_{C(1)}$</i>				$M_{C(1)} = 1206.12$				
<i>C débloqué</i>			-253.95	-507.90	-317.45	-380.89	-158.73	0
<i>2ème Cycle</i>								
<i>B bloqué $M_B = M_{B(2)}$</i>		$M_{B(2)} = -253.95$						
<i>B débloqué</i>	+48.83	+97.67	+156.26	+78.13				
<i>C bloqué $M_C = M_{C(2)}$</i>				$M_{C(2)} = 78.13$				
<i>C débloqué</i>			-16.45	-32.90	-20.56	-24.67	-10.28	

	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>			<i>D</i>	<i>E</i>
<i>Nœuds</i>								
<i>Barres</i>	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>CE</i>	<i>DC</i>	<i>EC</i>
<i>Coefficient de répartition Cij pris en (-)</i>		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		

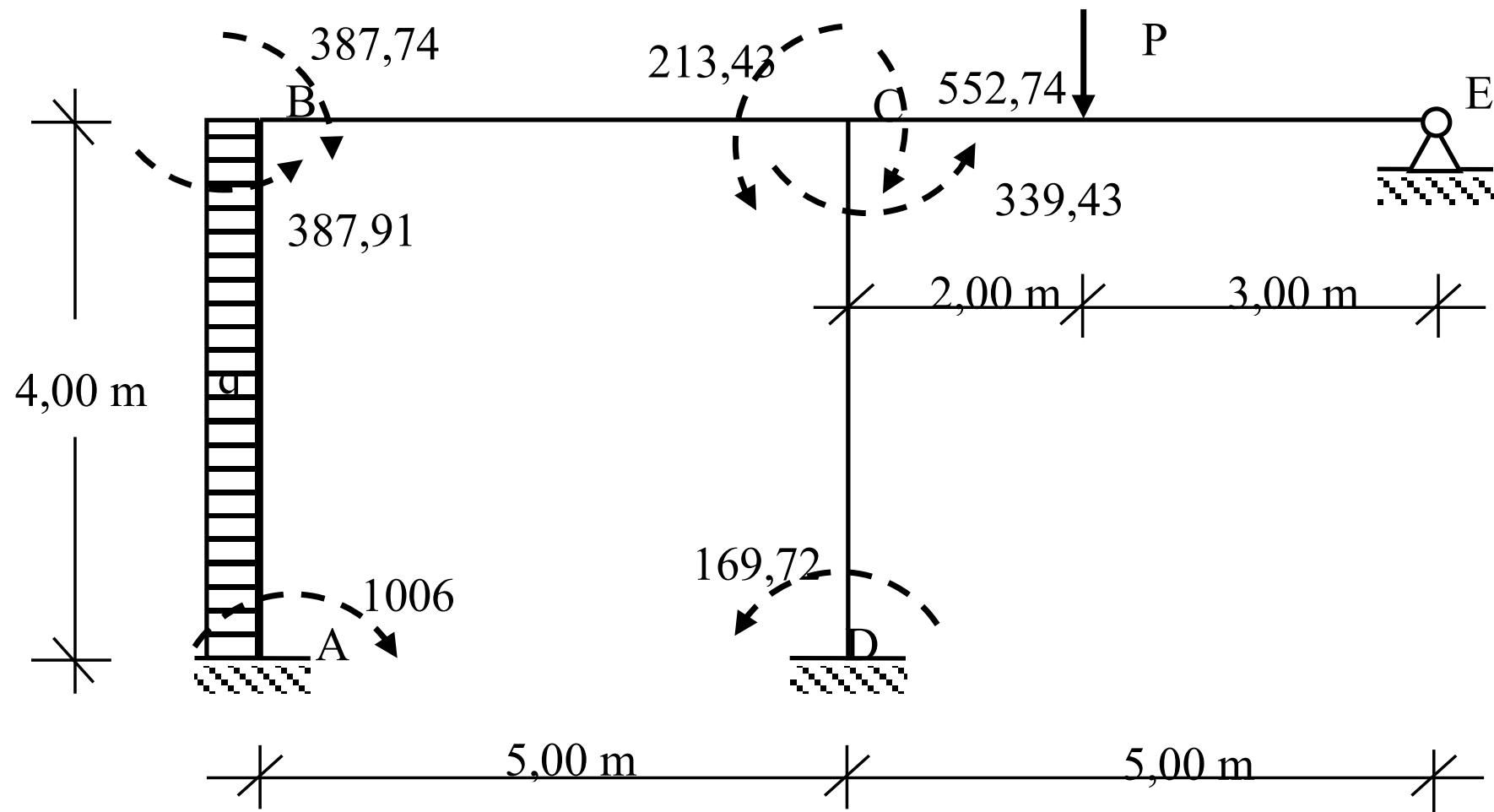
<i>C débloquent</i>			-16.45	-32.90	-20.56	-24.67	-10.28	
---------------------	--	--	--------	--------	--------	--------	--------	--

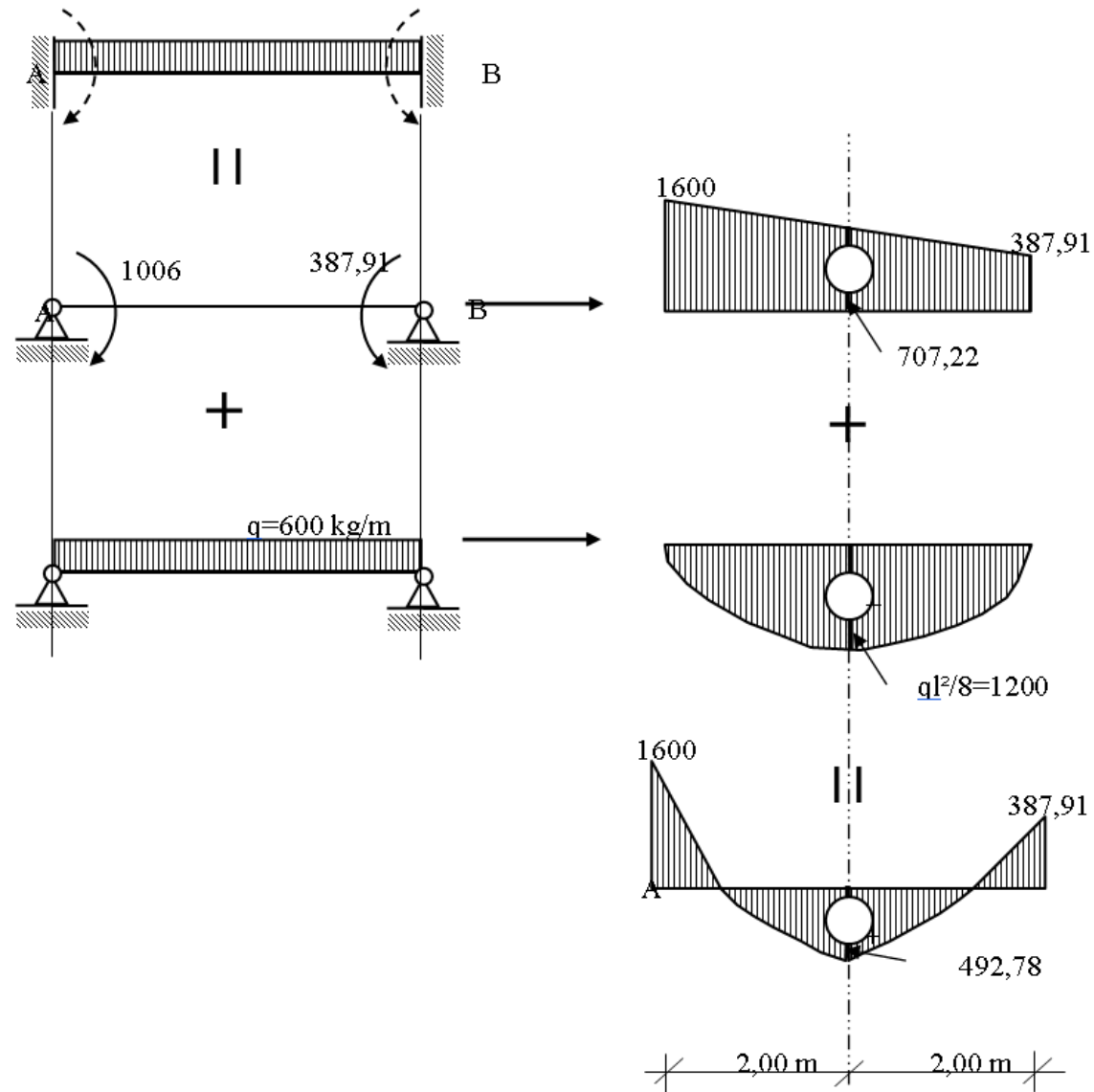
<i>3ème Cycle</i>								
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(3)}$		$M_{B(3)} = -16.45$						
<i>B débloquent</i>	3.16	6.33	10.12	5.06				
<i>C bloqué</i> $M_C = M_{C(3)}$				$M_{C(3)} = 5.06$				
<i>C débloquent</i>			-1.07	-2.13	-1.33	-1.60	-0.67	0
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(4)}$		$M_{B(4)} = -1.07$						
<i>B débloquent</i>	0.20	0.41	0.66	0.33				

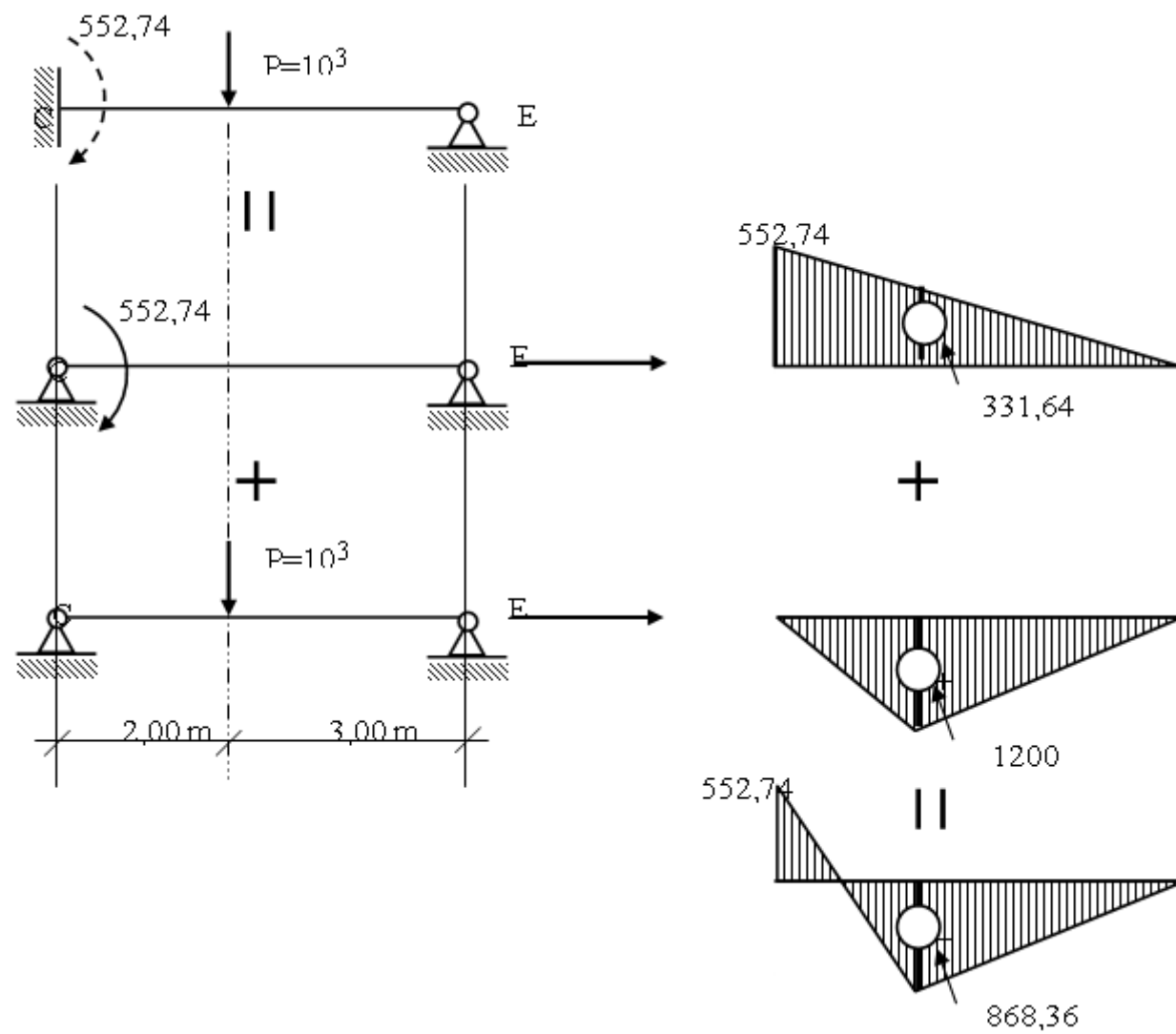
	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>			<i>D</i>	<i>E</i>
<i>Nœuds</i>								
<i>Barres</i>	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>CE</i>	<i>DC</i>	<i>EC</i>
<i>Coefficient de répartition Cij pris en (-)</i>		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		
<i>C débloqué</i>			-16.45	-32.90	-20.56	-24.67	-10.28	
<i>3ème Cycle</i>								
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(3)}$		$M_{B(3)} = -16.45$						
<i>B débloqué</i>	3.16	6.33	10.12	5.06				
<i>C bloqué</i> $M_C = M_{C(3)}$				$M_{C(3)} = 5.06$				
<i>C débloqué</i>			-1.07	-2.13	-1.33	-1.60	-0.67	0
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(4)}$		$M_{B(4)} = -1.07$						
<i>B débloqué</i>	0.20	0.41	0.66	0.33				

<i>Nœuds</i>	<i>A</i>	<i>B</i>		<i>C</i>			<i>D</i>	<i>E</i>
<i>Barres</i>	<i>AB</i>	<i>BA</i>	<i>BC</i>	<i>CB</i>	<i>CD</i>	<i>CE</i>	<i>DC</i>	<i>EC</i>
<i>Coefficient de répartition Cij pris en (-)</i>		-0.3846	-0.6153	-0.4211	-0.2622	-0.3158		

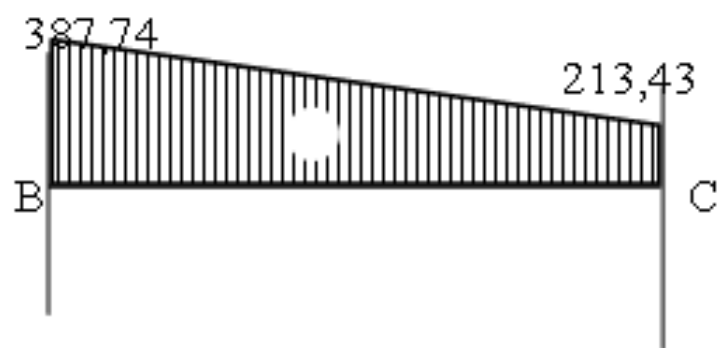
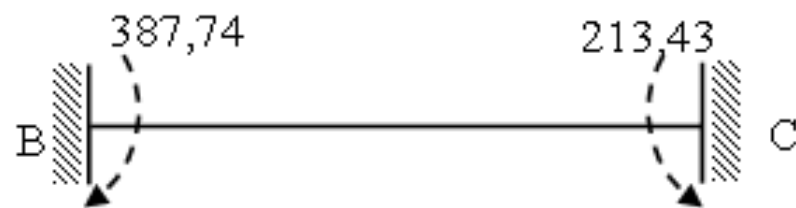
<i>3ème Cycle</i>								
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(3)}$		$M_{B(3)} = -16.45$						
<i>B débloqué</i>	3.16	6.33	10.12	5.06				
<i>C bloqué</i> $M_C = M_{C(3)}$				$M_{C(3)} = 5.06$				
<i>C débloqué</i>			-1.07	-2.13	-1.33	-1.60	-0.67	0
<i>B bloqué</i> $M_B = M_{B(4)}$		$M_{B(4)} = -1.07$						
<i>B débloqué</i>	0.20	0.41	0.66	0.33				
<i>4ème Cycle</i>								
<i>C bloqué</i> $M_C = M_{C(4)}$				$M_{C(4)} = 0.33$				
<i>C débloqué</i>			-0.07	-0.14	-0.09	-0.10	-0.04	0
Σ	1006	-387.91	387.74	-213.43	-339.43	552.74	-169.72	0







M le long de BC



M le long de DC

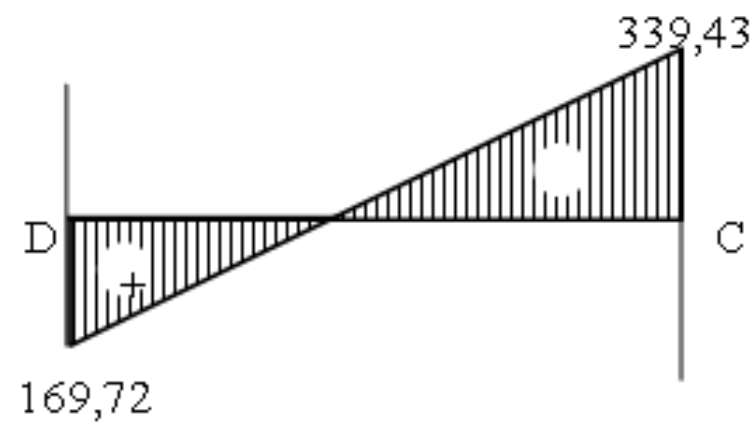
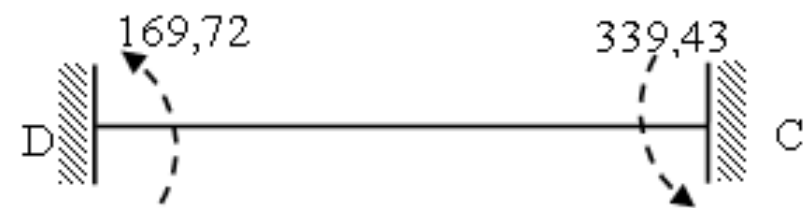


Diagramme de M sur toute la structure

