توزيع ستودنت

لتوزيع ستودنت علاقة بالعينات العشوائية التي يتم اختيارها من مجتمع طبيعي، فإذا كان

$$X \sim N(0;1)$$
$$Y \sim \lambda_2^n$$

X و Y مستقلين فإن:

$$T = \frac{X}{\sqrt{\frac{Y}{n}}} \sim t_n$$

1. دالة الكثافة الاحتمالية:

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left[1+\frac{t^2}{n}\right]^{-\frac{n+1}{2}} \qquad t\epsilon\Re$$

حيث:

$X \in]-\infty;+\infty[$ و n عدد صحيح موجب يمثل عدد درجات الحرية.

2. المميزات العددية:

$$E(t) = 0$$
$$V(t) = \frac{n}{n-2} \qquad n > 2$$

3. شكل التوزيع:

دالة توزيع ستودنت هي دالة كثافة احتمالية، حيث يبلغ منحنى توزيع ستودنت نهاية عظمى عندما t=0 وهو متناظر حول المستقيم t=0 لأنه: $\forall\, t \in \Re\colon\ f(t) = f(-t)$ وهو يشبه التوزيع الطبيعي إلا أنه أكثر انخفاضا منه، بالإضافة إلى أنه يتقارب إلى الصفر عندما يؤول t إلى ∞+.

ملاحظة:

إذا كان $n > 30$ يمكن تقريب توزيع t من التوزيع الطبيعي المعياري.

وبما أن دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع t تتعلق بمعلمة واحدة n لذلك اعدت جداول من جل قيم n لحساب الاحتمالات تحت هذا التوزيع بحيث:

$$p\left(T < t_{\alpha,n}\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\, dt = \alpha$$

ملاحظة:

بما أن التوزيع t متناظر فإن القيم السالبة لـ t يمكن الحصول عليها بالإعتماد على القاعدة التالية:

$$t_{(\alpha,n)} = -t_{(1-\alpha,n)}$$

توزيع فيشر

يعد توزيع قيشر من التوزيعات الهامة، حيث يستخدم لإجراء العديد من اختبارات الفرضيات المتعلقة بتحديد التباين، فإذا كان X و Y متغرين عشوائيين مستقلين بحيث:

$$X \sim \lambda_m^2$$
$$Y \sim \lambda_n^2$$
$$F = \frac{\frac{X}{m}}{\frac{Y}{n}} \sim F_{m,n}$$

1. دالة الكثافة الاحتمالية:

إذا كان المتغير العشوائي F يتبع توزيع فيشر، فإن دالة كثافة الاحتمالية تعرف كما يلي:

$$f_F(f) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{2}} f^{\frac{m}{2}-1}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\left[1+\frac{m}{n}f\right]^{\frac{m+n}{2}}} & f > 0 \\ 0 & f \leq 0 \end{cases}$$

2. المميزات العددية:

$$E(F) = \frac{n}{n-2}$$

$$V(F) = \frac{2n^2}{m(n-2)^2\ (n-4)}$$

3. شكل التوزيع:

يعتمد هذا التوزيع على معلمتين m و n على الترتيب، ونظرا لأهمية هذا التوزيع فقد وضعت جداول خاصة عند قيم مختلفة لكل من $\alpha.m.n$

$$p(F_{m.n} < f_{\alpha.m.n}) = \int_0^{f_{\alpha.m.n}} f_F df = \alpha$$

ملاحظة:

أحيانا قد لا نجد قيما ل $f_{\alpha,m.n}$ من جدول فيشر فتلجأ إلى القاعدة التالية:

$$f_{\alpha,m.n} = \frac{1}{f_{1-\alpha.n.m}}$$