المحاضرة السادسة: توزيع بيتا

على غرار توزيع قاما فقد اشتق اسم هذا التوزيع من دالة رياضية معروفة هي دالة بيتا ولهذه الدالة علاقة وطيدة بدالة قاما.

1. دالة بيتا:

تعرف الدالة بيتا ذات المعلمين الموجبتين تماما m،n كما يلي:

$$\beta(m;n) = \int_0^1 x^{m-1}\,(1-x)^{n-1}dx$$

2. العلاقة بين الدالتين قاما وبيتا:

$$\beta(m;n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(\mathrm{n})}{\Gamma(\mathrm{m}+\mathrm{n})}$$

3. خواص الدالة بيتا:

$$\beta(m;n) = \beta(n;m)$$

$$\beta(1;1) = 1$$

$$\beta\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) = \pi$$

4. قانون احتمال توزيع بيتا:

المتغير العشوائي X خاضع لتوزيع بيتا المعلمتين الموجبتين n،m *ونكتب:*

$$X \sim \beta(m;n)$$

إذا كانت دالة كثافته الاحتمالية معرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\beta(m;n)}x^{m-1}\,(1-x)^{n-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

5. خواص توزيع بيتا:

$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{0}^{1} f(x)dx = 1$$

6. المميزات العددية لمتغير توزيع بيتا:

$$E(x) = \frac{m}{m+n}$$

$$V(x) = \frac{mn}{(m+n)^2 \ (m+n+1)}$$

7. تابع توزيع بيتا:

$$F(x) = \frac{1}{\beta(m;n)} \int_{0}^{x} x^{(m-1)} \ (1-x)^{n-1} \ dx$$