جامعة عبد الحفيظ بوالصوف – ميلة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

قسم علوم التسيير

السلسلة السادسة في مادة الاحصاء 3: توزيع قاما، توزيع بيتا توزيع مربع كاي، توزيع ستودنت وتوزيع فيشر

التمرين الأول:

أحسب ما يلي:

$$\Gamma(7), \Gamma(4.5), \Gamma(2.5)$$

- $\int_0^{+\infty} x^4\, e^{-x} dx$
- $\int_0^{+\infty} x^6\, e^{-x} dx$
- $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{\frac{1}{x^2}} dx$

التمرين الثاني:

أحسب المتوسط والتباين للمتغيرات العشوائية. X, Y, Z . المعرفة كما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4 e^{-\frac{x}{4}}}{\Gamma(5)2^5} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

$$f(y) = \begin{cases} \frac{y^3 e^{-\frac{y}{4}}}{(6)4^4} & y > 0 \\ 0 & y \leq 0 \end{cases}$$

$$f(Z) = \begin{cases} \frac{z^2 e^{-z}}{6} & z > 0 \\ 0 & z \leq 0 \end{cases}$$

التمرين الثالث:

إذا كان لدينا المتغير العشوائي المتصل X يمثل الفترة الزمنية لعمل ماكنة إنتاجية بالسنين وله دالة التوزيع الاحتمالي التالية:

$$X \rightsquigarrow (2; 2)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

المطلوب:

- أثبت أن دالة التوزيع الاحتمالي أعلاه هي دالة كثافية احتمالية.
- أوجد دالة التوزيع التراكمية.
- أحسب احتمال أن تستمر الماكنة بالعمل 10 سنوات أخرى على الأكثر.
- أحسب متوسط عمر الماكنة والتباين.

التمرين الرابع:

أحسب ما يلي:

$$B(3;4) \quad B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right) \quad B(n;2) \quad B(1;n) \quad B(n;1)\ n \in \mathbb{N}$$

التمرين الخامس:

أحسب ما يلي:

$$\int_0^1 x^4\,(1-x)^3 dx$$

$$\int_0^1 x\,(1-x) dx$$

التمرين السادس:

أحسب النسبة المتوقعة للإنتاج التالف والتباين إذا كانت نسبة الإنتاج التالف تتبع التوزيع التالي:

$$f(x) = \begin{cases} 6(1-x)^5 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{عدا ذلك} \end{cases}$$

التمرين السابع:

- أوجد قيمة: $\chi^2_{0.1;14}$ ؛ $\chi^2_{0.05;20}$ ، $\chi^2_{0.975;17}$
- أوجد قيم χ^2_n التي تكون من أجلها مساحة الجانب الأيمن من توزيع χ^2 مساوية لـ 0.05 إذا كان عدد درجات الحرية مساويا ل $n = 15$, $n = 21$
- إذا كان المتغير العشوائي يتبع توزيع كاي تربيع بدرجة حرية 10 أحسب:

$$p(20.48 \le \chi^2_{10} \le 29.53)$$
$$p(\chi^2_{10} \le 20.48)$$
$$p(\chi^2_{10} \ge 12.55)$$

التمرين الثامن:

أحسب القيم المجهولة في الحالات التالية:

$$p(T_5 > 2.01) = \alpha$$
$$p(T_n \leq 3.365) = 0.99$$
$$p\left(T_5 \leq t_{5;0.01}\right) = 0.01$$