

Interrogation n°1

Le pouvoir émissif total d'un corps noir est

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} \frac{A d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{B}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

- 1) Ecrire cette intégrale en fonction de la variable y en posant $y\lambda T = B$.
- 2) Montrer que le pouvoir émissif total s'écrit,
$$E_b(T) = \sigma T^4$$
- 3) Donner, dans ce cas, l'expression de la constante σ .
- 4) Sachant que $A = 3,742 \cdot 10^8 \text{ W } \mu\text{m}^4 \text{m}^{-2}$, $B = 1,439 \cdot 10^4 \mu\text{mK}$, calculer la valeur numérique de σ .

Donnée : $\int_0^{\infty} \frac{y^3 dy}{e^y - 1} = \frac{\pi^4}{15}$

Réponses

- 1) Le pouvoir émissif total est :

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} \frac{A d\lambda}{\lambda^5 \left(e^{\frac{B}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

1.0

1.0

si nous posons que $y\lambda T = B$, nous avons $\lambda = \frac{B}{Ty}$ et $d\lambda = -\frac{B}{T} \frac{dy}{y^2}$ et ainsi l'intégrale devient

$$E_b(T) = \int_0^{\infty} \frac{A \left(-\frac{B}{T} \frac{dy}{y^2} \right)}{\left(\frac{B}{Ty} \right)^5 (e^y - 1)} = \frac{A}{B^4} T^4 \int_0^{\infty} \frac{y^3 dx}{e^y - 1}$$

1.0

- 2) Comme $\int_0^{\infty} \frac{y^3 dx}{e^y - 1} = \frac{\pi^4}{15}$, nous pouvons écrire alors :

$$E_b(T) = \frac{\pi^4}{15} \frac{A}{B^4} T^4 = \sigma T^4$$

1.0

- 3) D'où l'expression de σ :

$$\sigma = \frac{A\pi^4}{15B^4} \quad 0.5$$

4) Dont la valeur numérique est :

$$\sigma = \frac{\pi^4 \times 3,742.10^8}{15 \times (1,439.10^4)^4} = 5,667 \times 10^{-8} \text{ W / m}^2 \text{ K}^4 \quad 0.5$$