

Travail à domicile

Considérons une sphère de rayon R qui échange de la chaleur par convection avec le milieu extérieur à la température constante T_∞ . Nous supposons que la température initiale de la sphère est une certaine fonction $f(r)$, de plus nous admettons que la température de la sphère ne dépend que du rayon r .

- a) Ecrire l'équation de Fourier en coordonnées sphériques,
- b) Ecrire les conditions aux limites appropriées,
- c) Si on cherche la solution de l'équation de Fourier sous la forme

$$T(r,t) - T_\infty = AV(r)e^{-\omega t}$$

on obtient l'équation différentielle

$$\frac{d^2V(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV(r)}{dr} + \frac{\omega}{a} V(r) = 0$$

qui se réduit à l'équation différentielle

$$\frac{d^2U(r)}{dr^2} + \alpha^2 U(r) = 0$$

si nous utilisons la fonction $U(r) = rV(r)$ où $\alpha^2 = \frac{\omega}{a}$.

- d) Donner la solution de cette équation différentielle,
- e) Dédire que l'expression de la température $T(r) - T_\infty$ s'écrit

$$T(r,t) - T_\infty = A \frac{\sin \alpha r}{r} e^{-\omega t}$$

- f) En appliquant les conditions aux limites, trouver les expressions de α_n et A_n .

A rendre le 02-12-2025