لتحريك جسم من مكان الى اخر يجب تطبيق قوة ما، فتتغير سرعته من الصفر الى قيمة محسوسة، فنقول في هذه الحالة ان القوة المطبقة قد بذلت عمل خلال انتقال الجسم وان الجسم اكتسب هذا العمل طاقة حركية.

نعرف في هذا الفصل عمل قوة ما ونظرية الطاقة الحركية، كما نعرف نوعا خاصا من القوى وهي القوى المحافظة، وكذا الطاقة الكامنة.

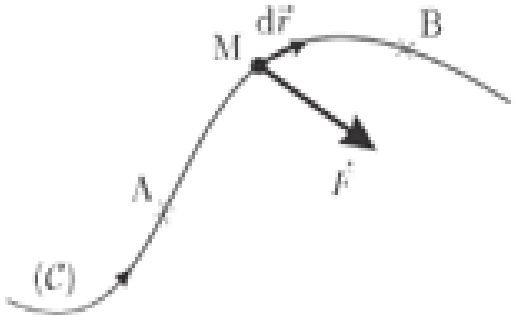
5-1-عمل قوة:

إذا اثرت قوة $\vec{F}$ على جسم فنقلته من نقطة A الى أخرى B فنقول ان القوة قد قامت بعمل.

نعرف العمل العنصري (الموافق لانتقال صغير) ونرمز له بالرمز δW للقوة $\vec{F}$ أثناء انتقال النقطة M انتقالا عنصريا $d\vec{r}$ بالعلاقة التالية:

$$\delta W = \vec{F}.d\vec{r} \qquad (1.5)$$

وحدة العمل في جملة الوحدات الدولية هي الجول ($Joule$)، والذي يساوي النيوتن متر ($1Nm=1J$).



الشكل (1.5) يمثل القوة $\vec{F}$ والانتقال العنصري $d\vec{r}$.

إذا انتقلت النقطة المادية على المسار (C) من النقطة A الى النقطة B فان عمل هذه القوة $\vec{F}$ أثناء هذا الانتقال هو مجموع الانتقالات العنصرية بين النقطتين، نقطة الانطلاق A ونقطة الوصول B. هذا المجموع يشمل عدد لا نهائي من الحدود لانتقالات عنصرية والذي يوافق التكامل بين النقطتين A وB ونكتب عبارة العمل الكلي بالشكل التالي:

$$(2.5) \qquad W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \delta W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r}$$

نلاحظ أنه في الحالة العامة يتعلق العمل المنجز من القوة $\vec{F}$ لانتقال النقطة M من A الى B بالمسار المتبع، بعض القوى لا يتعلق عملها بالمسار المتبع، تسمى بالقوى المحافظة.

ملاحظات: ان العمل عبارة عن مقدار سلمي وبالتالي فقد يكون موجب أو سالب أو معدوم.

- عندما تكون القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار في كل لحظة، فان $\vec{F}.d\vec{r} = 0$ أي ان عمل هذه القوة معدوم.

- اذا كان عمل القوة $\vec{F}$ موجب أي أن: $W_{AB}(\vec{F}) > 0$ ، فإننا ندعوه عمل محرك، تعمل القوة في هذه الحالة على زيادة سرعة النقطة M.

- اذا كان عمل القوة $\vec{F}$ سالب أي أن : $W_{AB}(\vec{F}) < 0$، فإننا ندعوه عمل مقاوم، تعمل القوة في هذه الحالة على تقليل سرعة النقطة M.

- إذا كانت F_x, F_y, F_z المركبات الديكارتية لشعاع القوة $\vec{F}$ و dx, dy, dz هي المركبات الديكارتية لشعاع الانتقال العنصري $d\vec{r}$ فتكون عبارة العمل كالتالي:

$$(3.5) \qquad W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \int_A^B (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

5.2.عمل قوة ثابتة على مسار كيفي:

تعريف القوة الثابتة: نقول عن قوة $\vec{F}$ أنها ثابته إذا كانت:

- ثابتة في القيمة (الشدة).

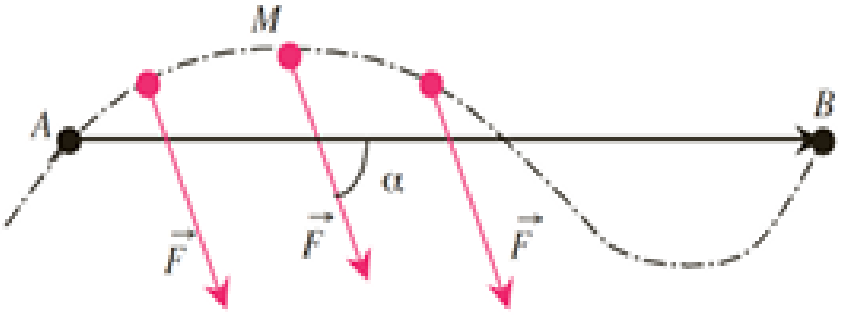
- ثابتة في الاتجاه.

إن عمل قوة ثابتة $\vec{F}$ عندما تنتقل نقطة تأثيرها من A الى B يمكن ان يكتب بالشكل التالي:

$$(4.5) \qquad W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r} = \vec{F}\int_A^B d\vec{r}$$

ان مجموع الاشعة العنصرية $d\vec{r}$ المتتالية انطلاقا من النقطة A وصولا الى النقطة B باستعمال علاقة شال يعطي الشعاع $\overrightarrow{AB}$ أي: $\int_A^B d\vec{r} = \overrightarrow{AB}$ ، ومنه يكون العمل:

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}\int_{A}^{B} d\vec{r} = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.cos\alpha \quad (5.5)$$



الشكل (2.5) يمثل القوة الثابتة $\vec{F}$ والانتقالات العنصرية $d\vec{r}$.

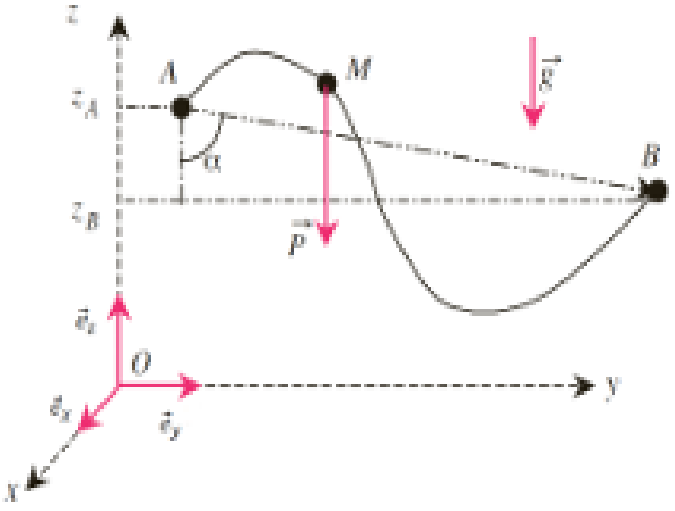
عمل القوة الثابتة لا يتعلق بالمسار المتبع، أي أن العمل له نفس القيمة مهما كان المسار مستقيم أو منحني، بل يتعلق فقط بالمسافة المباشرة AB والزاوية (α) المحصورة بين شعاعي القوة $\vec{F}$ والانتقال الكلي $\overrightarrow{AB}$.

ملاحظة: في الحركة الدائرية يكون عمل القوة الناظمية معدوما.

5.3.عمل قوة الثقل:

قوة ثقل جسم والتي تمثل قوة جذب الأرض لهذا الجسم، يمكن اعتبارها قوة ثابتة في منطقة محدودة في الفضاء، نجد هذه القوة في كل مرة ندرس جملة ميكانيكية على الأرض، ولهذا فمن الضروري معرفة طريقة حساب عمل هذه القوة.

نفترض نقطة مادية M كتلتها m تنتقل من النقطة A الى النقطة B، نريد إيجاد عبارة عمل قوة الثقل من أجل هذا الانتقال الشكل (3.5). نعتبر ان الانتقال يتم وفق مسارات كيفية مختلفة.



الشكل (3.5): يمثل عمل قوة الثقل أثناء الانتقال من A الى B.

بما أن قوة الثقل قوة ثابتة، وبحسب العلاقة (5.5) فنستطيع ان نكتب:

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} \qquad (6.5)$$

الجداء السلمي يمكن حسابه بطريقتين:

- باستعمال جيب تمام الزاوية (α) كالتالي:

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = mg.AB.cos\alpha \qquad (7.5)$$

- باستعمال مركبات الشعاعين $\vec{P}$ و $\overrightarrow{AB}$ كالتالي:

$$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = -mg(z_B - z_A) \qquad (8.5)$$

وهي نفس العبارة السابقة لأن:

$$AB.cos\alpha = (z_A - z_B)$$

وعلى هذا نستطيع أن نكتب عمل قوة الثقل بين النقطتين A و B :

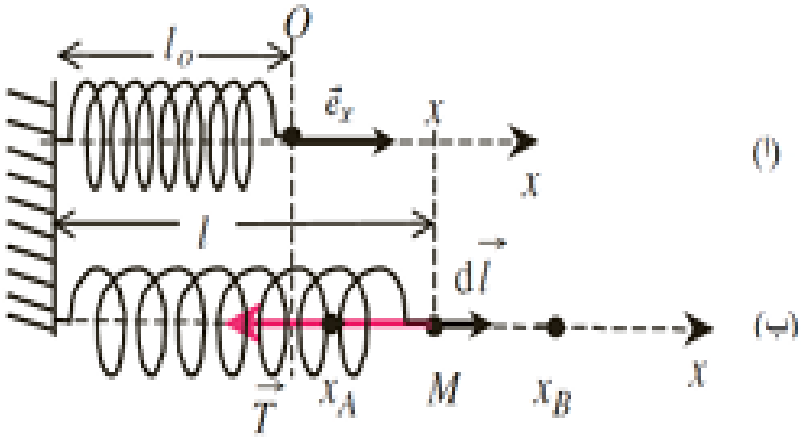
$$W_{AB}(\vec{P}) = mg(z_A - z_B) \qquad (9.5)$$

ومنه فان عمل قوة الثقل يتعلق فقط بالنقطتين A و B ، أي لا يتعلق هذا العمل بالطريق التي تسلكها النقطة M أثناء انتقالها من A الى B، بل يتعلق بفرق الارتفاع بينهما فقط. (وهي قوة محافظة).

- عندما ينتقل الجسم من أسفل الى أعلى، فان $(z_B > z_A)$ ويكون عمل الثقل سالبا، أي أنه عمل مقاوم.
- عندما ينتقل الجسم من أعلى الى أسفل، فان $(z_B < z_A)$ ويكون عمل الثقل موجبا، أي أنه عمل محرك.

5.4.عمل قوة غير ثابتة: عمل قوة توتر نابض:

نابض مرن مهمل الكتلة، ثابت مرونته k، طوله وهو فارغ (حالة الراحة) l_0، تثبت احدى نهايتيه وتثبت في النهاية الأخرى كتلة m، الكتلة والنابض يوضعان فوق مستوي افقي الشكل (4.5)، في هذا الشكل: (أ) يمثل طول النابض وهو فارغ أي في وضع طوله الأصلي، أما الشكل (ب) النابض في طوله الجديد، وكذا الانتقال العنصري $\overrightarrow{dl}$.



الشكل (4.5): قوة التوتر في نابض.

بالاصطلاحات المعبر عنها بالشكل (4.5) نكتب:

$$\vec{T} = -K(l - l_0)\vec{e}_x = -K\Delta l\vec{e}_x = -kx\vec{e}_x \quad (10.5)$$

نعتبر إزاحة عنصرية $d\vec{l} = dx\vec{e}_x$ للنهاية M للنابض، فنكتب عندها عبارة العمل العنصري كالتالي:

$$\delta W = \vec{T}.d\vec{l} = -kx\vec{e}_x.dx\vec{e}_x = -kxdx \quad (11.5)$$

عمل قوة توتر النابض عندما تنتقل النقطة M (نهاية النابض) من الوضع x_A الى الوضع x_B يعطى بالعبارة التالية:

$$W_{AB}(\vec{T}) = \int_A^B -kxdx = -k\int_A^B xdx = -k\left[\frac{x^2}{2}\right]_{x_A}^{x_B} \quad (12.5)$$

$$= \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

نلاحظ ان عمل قوة توتر النابض لا يتعلق بالطريق المتبع بل يتعلق فقط بالوضعين الابتدائي والنهائي.

5.5. الاستطاعة:

ان تعريف عمل قوة ما لا يعطي أي أهمية لمرور الوقت، فعندما نقوم بعمل ما سواء في ثانية واحدة او ساعة كاملة فالأمر سيان. نحتاج غالبا الى معرفة سرعة الإنجاز لعمل ما، ولأجل

ذلك ادخل مفهوم الاستطاعة. وتعرف الاستطاعة على انها نسبة العمل المنجز على الزمن اللازم لإنجازه، وهي مقدار سلمي.

1.5.5. الاستطاعة المتوسطة:

اذا كان W هو العمل المنجز خلال الزمن Δt ، فالاستطاعة المتوسطة لهذه القوة والتي يرمز لها بالرمز P_m يعبر عنها بالعلاقة التالية:

$$P_m = \frac{W}{\Delta t} \qquad (13.5)$$

في جملة الوحدات الدولية يعبر عن الاستطاعة بوحدة الواط ($watt$) ورمزه (W)، الذي يوافق عملا مقداره 1جول أنجز خلال 1 ثانية.

2.5.5. الاستطاعة اللحظية او الآنية:

ليكن δW العمل المنجز من قبل القوة $\vec{F}$ خلال الفترة الزمنية العنصرية dt. استطاعة هذه القوة عند اللحظة t توافق الاستطاعة اللحظية وتكتب بالشكل:

$$P(t) = \frac{\delta W}{dt} = \frac{\vec{F}.d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}.\vec{v} \qquad (14.5)$$

وهي عبارة الاستطاعة اللحظية للقوة $\vec{F}$.

6.5. الطاقة في الميكانيك:

سيتم هنا العرض لنوعين من الطاقة: الطاقة الحركية (Ec) المرتبطة بحركة المتحرك والطاقة الكامنة (Ep) المرتبطة بموقعه. ثم يتم تعريف الطاقة الميكانيكية (E) على انها مجموع الطاقتين الحركية والكامنة.

1.6.5. الطاقة الحركية: الطاقة المرتبطة بالحركة.

لنفترض M نقطة مادية كتلتها m، تتحرك في جملة عطالية R، بتأثير عدة قوى محصلتها $\vec{F}$. ولنحسب العمل العنصري لهذه القوة:

$$\delta W = \vec{F}.d\vec{r}$$

بتطبيق المبدأ الأساسي في التحريك، نجد:

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نجد أن:

$$\delta W = m\frac{d\vec{v}}{dt}.d\vec{r} = m\frac{d\vec{v}}{dt}.\vec{v}dt = m\vec{v}d\vec{v}$$

لدينا: $v^2 = \vec{v}.\vec{v}$ باشتقاق العبارة الأخيرة بالنسبة للزمن نحصل على:

$$2vdv = 2\vec{v}d\vec{v} \Longrightarrow vdv = \vec{v}d\vec{v}$$

ومنه يمكن ان نكتب:

$$\delta W = m\vec{v}d\vec{v} = mvdv = md\left(\frac{1}{2}v^2\right) = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right)$$

نعرف الطاقة الحركية للنقطة المادية M التي كتلتها m وتتنقل بالسرعة $\vec{v}$ في مرجع غاليلي بالعبارة التالية:

$$(15.5) \qquad E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

نظرية الطاقة الحركية:

لدينا: $$\delta W = d\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = d(E_c)$$

عمل القوة $\vec{F}$ عند نقل النقطة المادية M من الموضع A الى الموضع B، يعطى بالعبارة:

$$(16.5) \qquad W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \delta W = \int_A^B d(E_c) = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c$$

ومنه تكتب نظرية الطاقة الحركية كالتالي:

$$(17.5) \qquad W_{AB}(\vec{F}) = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c$$

نص نظرية الطاقة الحركية:

ان عمل محصلة القوى المؤثرة في نقطة مادية في جملة غاليلية عند انتقالها من الموضع A الى الموضع B يساوي تغير الطاقة الحركية بين هذين الموضعين.

2.6.5. الطاقة الكامنة: الطاقة المرتبطة بالموضع.

الطاقة الكامنة هي شكل من أشكال الطاقة، متعلقة بموضع الجملة. بتغيير الموضع، يمكن لهذه الطاقة أن تزيد (الجملة تخزن طاقة) أو تنقص (الجملة تعيد الطاقة إلى الخارج).

كما هو الحال بالنسبة للطاقة الحركية المعرفة بتغيرها المتعلق بعمل جميع القوى، فان الطاقة الكامنة تعرف بعمل صنف معين من القوى: و هي تلك التي لا يتعلق عملها بالمسار المتبع، وتسمى القوى المحافظة.

القوى المحافظة:

هي القوى التي لا يتعلق عملها بالمسار المتبع اثناء الانتقال، بل يتعلق فقط بالوضعين الابتدائي (نقطة الانطلاق) والنهائي (نقطة الوصول).

يمكن ان نذكر منها التي صادفتنا في بداية هذا الفصل:

- عمل قوة الثقل.
- عمل قوة توتر نابض.
- عمل قوة ثابته (شدة واتجاها).

القوى غير المحافظة:

هي القوى التي يتعلق عملها بالمسار المتبع. بصفة عامة القوى التي تتعلق بالزمن او تلك التي تعتمد على شعاع السرعة لا تكون محافظة. ومن الأمثلة على القوى غير المحافظة قوى الاحتكاك عمل هذه القوى دوما مقاومًا ($W < 0$) (تبدد الطاقة). خذ حالة قوة الاحتكاك بين الاجسام الصلبة، هذه القوة تعاكس باستمرار الحركة وشدتها ثابتة، ويكون اتجاهها بعكس اتجاه الازاحة.

حساب عمل قوة الاحتكاك الصلبة يعطي:

$$\delta W = \vec{F}.d\vec{r} = -F.dr \Longrightarrow W_{AB}(\vec{F}) = -\int_A^B F.dr = -F\int_A^B dr$$

$$W_{AB}(\vec{F}) = -F\int_A^B dr = -F.R_{AB}$$

الطول R_{AB} هو المسافة المقطوعة بالفعل بين A و B. هذه المسافة تعتمد بوضوح على المسار المتبع، وهذا ما عرفناه سابقا على ان القوة غير المحافظة يتعلق عملها بالمسار المتبع كذلك الامر بالنسبة للاحتكاك في الموائع، عندما يتحرك جسم مادي في مائع فان جزيئات هذا المائع تصطدم بسطح هذا الجسم فينتج عن ذلك قوة ممانعة للحركة. لا يوجد قانون بسيط يعبر عن هذه القوة. بل توجد قوانين تجريبية صالحة ضمن شروط محدد، تتعلق هذه الشروط بحركة الجسم ضمن المائع، أي بحركة المائع حول هذا الجسم، قوة الاحتكاك في هذه الحالة تعاكس السرعة التي تتعلق بها ومستقلة عن الموضع. القوة تتناسب مع السرعة في حالة السرعات الصغيرة، ومع مربع السرعة في حالة السرعات الكبيرة.

يمكن لجسيمة ان تكون خاضعة لتأثير قوى محافظة وقوى غير محافظة في آن واحد.

تعريف الطاقة الكامنة:

ان العمل $W_{AB}(\vec{F})$ لقوة محافظة $\vec{F}$ لا يتعلق بالمسار المتبع أثناء الانتقال، ولكن يتعلق فقط بالحالة الابتدائية (الحالة A) والحالة النهائية (الحالة B). هذا العمل يمكن أن يعبر عنه بدالة حالة سلمية E_p (دالة لا تتعلق الا بحالة الجملة)، تسمى الطاقة الكامنة.

بالتعريف: من أجل قوة محافظة $\vec{F}$ يوجد دالة حالة (طاقة كامنة) E_p بحيث:

$$W_{AB}(\vec{F}) = E_p(A) - E_p(B) = -\Delta E_p \qquad (18.5)$$

ان التغير في الطاقة الكامنة بين النقطتين A و B يساوي عكس عمل القوة المحافظة المطبقة بين النقطتين المعتبرتين A و B. بعبارة أخرى نقول إن عمل القوة المحافظة يساوي تناقص الطاقة الكامنة.

نلاحظ من العلاقة (18.5) ان التغير في الطاقة الكامنة $\left[E_p(A) - E_p(B)\right]$ بين الموضعين A و B يتوافق تماما مع العمل من A الى B (بالنسبة للمواضيع تأخذ بنفس الترتيب) للقوة المحافظة المرتبطة بهذه الطاقة.

الجدير بالملاحظة ان القوى $\vec{F}$ التي تتدرج من الطاقة الكامنة تسمى قوى محافظة. لان عملها يتحول الى طاقة كمون الجسم، وبالتالي يمكن ان نكتب:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p \implies \overrightarrow{rot}\vec{F} = 0 \qquad (19.5)$$

ان العلاقة: $\overrightarrow{rot}\vec{F} = 0$ هي علاقة اختبار القوى المحافظة.

أو بعبارة أخرى: يكفي أن نتحقق من المعادلات التالية لنثبت أن القوة $\vec{F}$ مشتقة من كمون:

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}, \qquad \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x}, \qquad \frac{\partial F_z}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial z} \qquad (20.5)$$

من العلاقة (19.5) نحصل على:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_p \implies \vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{e}_z \qquad (21.5)$$

في جملة الاحداثيات الديكارتية لدينا:

$$\vec{F} = F_x\vec{e}_x + F_y\vec{e}_y + F_z\vec{e}_z$$

ومنه:

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}, \qquad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}, F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

ملاحظة: في حالة ما إذا كانت الطاقة الكامنة تتعلق بمتغير واحد فقط، مثلا المتغير الوحيد هو (x) فنكتب:

$$\vec{F} = -\frac{dE_p}{dx}\vec{e}_x \qquad (22.5)$$

القوة في هذه الحالة تكون في الاتجاه المتناقص للطاقات الكامنة.

الطاقة الكامنة الثقالية:

لايجاد الطاقة الكامنة الثقالية E_{pp} الموافقة لقوة الثقل $\vec{P} = m\vec{g}$ لدينا:

$$\vec{P} = -\overrightarrow{grad}E_p \Longrightarrow \vec{P} = -\frac{\partial E_{pp}}{\partial x}\vec{e}_x - \frac{\partial E_{pp}}{\partial y}\vec{e}_y - \frac{\partial E_{pp}}{\partial z}\vec{e}_z$$

في جملة الاحداثيات الديكارتية $Oxyz$ ، حيث المحور z شاقولي وموجه نحو الأعلى نحصل على العلاقة التالية لقوة الثقل:

$$\vec{P} = 0\vec{e}_x + 0\vec{e}_y + (-mg)\vec{e}_z$$

وبالتالي يكون لدينا:

$$P_x = -\frac{\partial E_{pp}}{\partial x} = 0, P_y = -\frac{\partial E_{pp}}{\partial y} = 0, P_z = -\frac{\partial E_{pp}}{\partial z} = -mg$$

بما أن المشتقات الجزئية للطاقة الكامنة الثقالية بالنسبة لكل من x و y معدومة، وهذا يعني أنها مستقلة عن كل من x و y وأنها تابع للمتغير z فقط. ومنه يمكن ان نكتب في هذه الحالة:

$$P_z = -\frac{\partial E_{pp}}{\partial z} = -mg \Longrightarrow \frac{dE_{pp}}{dz} = mg \Longrightarrow E_{pp} = mgz + C \qquad (23.5)$$

حيث C ثابت يتعلق بالمرجع المختار للطاقة الكامنة الثقالية. غالبا ما نختار مرجع الطاقة الكامنة عند $z=0$، أي اننا نعتبر أن: $E_{pp}(z = 0) = 0$، وفي هذه الحالة يكون لدينا: $C=0$.

وبالتالي تصبح عبارة الطاقة الكامنة الثقالية بالشكل:

$$E_{pp} = mgz \qquad (24.5)$$

وهي عبارة الطاقة الكامنة الثقالية حيث المحور z موجه نحو الأعلى.

ومن جهة أخرى لدينا حسب العلاقة (18.5):

$$W_{AB}(\vec{P}) = -\Delta E_{pp} = E_{pp}(A) - E_{pp}(B) = mg(z_A - z_B)$$

الطاقة الكامنة الثقالية تتناقص أثناء الهبوط، ويكون عمل قوة الثقل موجبا (عمل محرك)، كما أن الطاقة الكامنة الثقالية تتزايد أثناء الصعود، ويكون عمل قوة الثقل سالبا (عمل مقاوم).

الطاقة الكامنة المرونية:

ليكن لدينا جسما نقطيا يتحرك بحركة مستقيمة على المحور Ox، بفعل نابض ثابت مرونته k وكما رأينا فان النابض يطبق على الجسم قوة ارجاع تعمل على إعادة النابض الى طوله الأصلي (لا انضغاط ولا استطالة)، تعطى هذه القوة كما رأينا سابقا (10.5) بالعلاقة التالية:

$$\vec{T} = -kx\vec{e}_x$$

x: تمثل استطالة النابض. نبحث عن عبارة الطاقة الكامنة المرونية E_{pe}، وذلك باستعمال العلاقة (19.5) والتي تكتب بالنسبة للطاقة الكامنة المرونية كالتالي:

$$\vec{T} = -\overrightarrow{grad}E_{pe}$$

في جملة الاحداثيات الديكارتية $Oxyz$، يكون لدينا:

$$T_x = -\frac{\partial E_{pe}}{\partial x} = -kx, T_y = -\frac{\partial E_{pe}}{\partial y} = 0, T_z = -\frac{\partial E_{pe}}{\partial z} = 0 \qquad (25.5)$$

من العلاقة الأخيرة نستنتج ان الطاقة الكامنة المرونية E_{pe} تتعلق فقط بالمتغير (x)، ونكتب:

$$\frac{dE_{pe}}{dx} = kx \Longrightarrow E_{pe} = \int kxdx = \frac{1}{2}kx^2 + C \qquad (26.5)$$

حيث C ثابت يتعلق بالمرجع المختار للطاقة الكامنة المرونية. غالبا ما نختار مرجع الطاقة الكامنة عند $x=0$، أي اننا نعتبر أن: $E_{pe}(x = 0) = 0$، وفي هذه الحالة يكون لدينا: $C=0$.

وبالتالي تصبح عبارة الطاقة الكامنة المرونية بالشكل:

$$(27.5) \qquad E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$$

3.6.5. الطاقة الميكانيكية:

لتكن نقطة مادية M كتلتها m تخضع لتأثير قوى خارجية محصلتها $\vec{F}$. يمكن تقسيم هذه القوى إلى قوى محافظة محصلتها $\vec{F}_c$ وقوى غير محافظة محصلتها $\vec{F}_{nc}$. نعتبر انتقالا للنقطة المادية M من الوضع A الى الوضع B. ان العمل الكلي لكل القوى لأجل هذا الانتقال يرتبط بالتغير في الطاقة الحركية بواسطة نظرية الطاقة الحركية العلاقة (16.5):

$$(28.5) \quad W_{AB}(\vec{F}) = \Delta E_c \Longrightarrow W_{AB}(\vec{F}_c) + W_{AB}(\vec{F}_{nc}) = E_c(B) - E_c(A)$$

يمكن التعبير عن عمل القوى المحافظة بدلالة الطاقة الكامنة التي تشتق منها. ليكن Ep الطاقة الكامنة الكلية، أي مجموع الطاقات الكامنة التي تشتق منها كل قوة محافظة، يمكننا كتابة بحسب العلاقة (18.5):

$$W_{AB}(\vec{F}_c) = E_p(A) - E_p(B)$$

بالتعويض في المعادلة (28.5) نجد:

$$(29.5) \quad E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{F}_{nc}) + \left[E_p(A) - E_p(B)\right]$$

$$(30.5) \quad \left[E_c(B) - E_c(A)\right] + \left[E_p(B) - E_p(A)\right] = W_{AB}(\vec{F}_{nc})$$

$$(31.5) \quad \left[E_c(B) + E_p(B)\right] - \left[E_c(A) + E_p(A)\right] = W_{AB}(\vec{F}_{nc})$$

الكمية $\left[E_c(A) + E_p(A)\right]$ هي مجموع الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة للنقطة M عندما تكون في النقطة A من مساره. فنسميها الطاقة الكلية للجسم أو الطاقة الميكانيكية عند النقطة A من مساره، ويرمز لها بالرمز $E_m(A)$، بالمثل الطاقة الكلية للجسم أو الطاقة الميكانيكية عند النقطة B من مساره هي $E_m(B)$ ونكتب:

$$(32.5) \qquad E_m(A) = \left[E_c(A) + E_p(A)\right]$$

$$(33.5) \qquad E_m(B) = \left[E_c(B) + E_p(B)\right]$$

وبناء عليه فان العلاقة (32.5) يمكن ان تكتب بالشكل التالي:

$$(34.5) \quad E_m(B) - E_m(A) = \Delta E_m = W_{AB}(\vec{F}_{nc})$$

نظرية الطاقة الميكانيكية:

من العلاقة (34.5) نستنتج ان التغير في الطاقة الميكانيكية لنقطة مادية بين موضعين يساوي مجموع اعمال القوى غير المحافظة فقط بين هذين الموضعين.

وعندما يكون عمل القوى غير المحافظة معدوما نجد:

$$W_{AB}(\vec{F}_{nc}) = 0 \Rightarrow \Delta E_m = 0 \Rightarrow E_m(B) = E_m(A) = C^{te} \quad (35.5)$$

فنقول ان الطاقة الميكانيكية محفوظة (مصونة) عندما يكون عمل القوى غير المحافظة معدوما أو إذا لم يكن ضمن القوى التي يتلقاها الجسم من غيره قوى غير محافظة او انها موجودة لكنها مهملة. .

تطبيق: السقوط الحر:

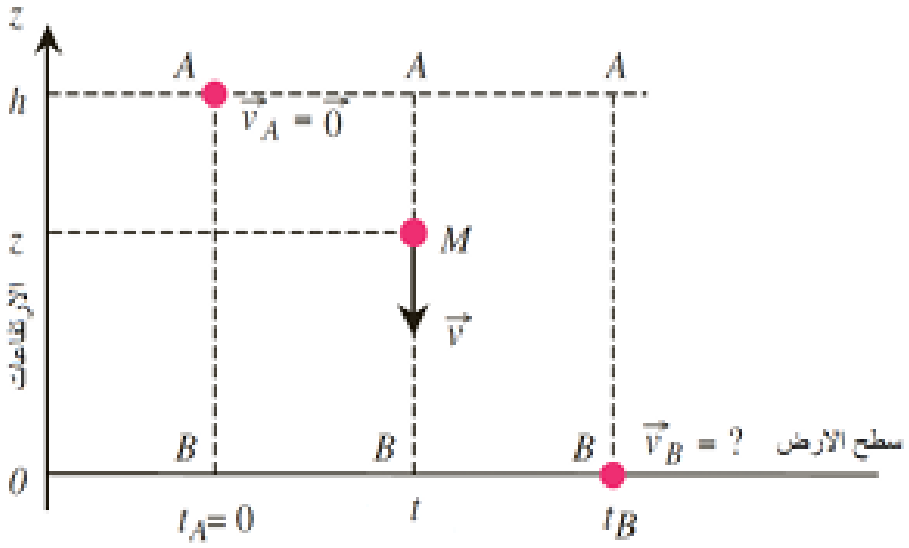
نعتبر كرية M كتلتها m تقع في نقطة A على ارتفاع $Z_A=h$ من سطح الارض، من هذا الارتفاع نتركها تسقط بدون سرعة ابتدائية. أوجد سرعة هذه الكرية لحظة اصطدامها بالأرض؟ أوجد سرعتها اللحظية بدلالة ارتفاعها؟

الحل:

- الجملة: الكرية M ذات الكتلة m.
- المرجع الأرضي الغاليلي: المرجع المختار. محور شاقولي ينطلق من النقطة B على الأرض حيث ارتفاعها ($Z_B=0$) ويكون منحه نحو الاعلى، الشكل (5.5).
- إحصاء القوى المؤثرة: فقط قوة الثقل $\vec{P} = m\vec{g}$. نهمل قوى الاحتكاكات.

قوة الثقل هي قوة محافظة مشتقة من طاقة كامنة. يكون لدينا: $E_{pp}(A) = mgZ_A$

وطاقة كامنة معدومة على سطح الأرض: $E_{pp}(B) = E_{pp}(Z_B = 0) = 0$



الشكل (5.5): سقوط كرية وتتبعها على ارتفاعات مختلفة.

❖ الحساب باستعمال نظرية الطاقة الحركية:

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين الموضعين A نقطة الانطلاق وB نقطة الوصول.

$$W_{AB}(\vec{P}) = E_c(B) - E_c(A)$$

- عمل الثقل: $W_{AB}(\vec{P}) = mg(Z_A - Z_B) = mgh$

نلاحظ ان عمل الثقل هو عمل موجب لأن القوة في نفس اتجاه الانتقال.

- تغير الطاقة الحركية (الطاقة الحركية النهائية - الطاقة الحركية الابتدائية):

$$\Delta E_c = E_c(B) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

- نظرية الطاقة الحركية تعطي:

$$W_{AB}(\vec{P}) = E_c(B) - E_c(A) \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh$$

لدينا: الكرية تنطلق من السكون ومنه: $v_A=0$ وبالتالي يكون لدينا:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh \Rightarrow v_B^2 = 2gh \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية بين الموضعين A نقطة الانطلاق وM نقطة كيفية من المسار.

- عمل الثقل: $W_{AB}(\vec{P}) = mg(Z_A - Z) = mg(h - Z)$

- تغير الطاقة الحركية (الطاقة الحركية النهائية - الطاقة الحركية الابتدائية):

$$\Delta E_c = E_c(M) - E_c(A) = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

- نظرية الطاقة الحركية تعطي :

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(h - Z) \Longrightarrow v = \sqrt{2g(h - Z)}$$

❖ الحساب باستعمال نظرية الطاقة الميكانيكية:

بما أن القوة المؤثرة الوحيدة هي قوة الثقل وهذا بإهمال قوى الاحتكاكات، وبالتالي فلا وجود لقوى غير محافظة، ومنه فالطاقة الميكانيكية محفوظة، لنحدد هذه الطاقة في أوضاع مختلفة:

➢ عند النقطة A:

$$E_m(A) = E_c(A) + E_{pp}(A) = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgZ_A = mgh$$

➢ عند النقطة M:

$$E_m(M) = E_c(M) + E_{pp}(M) = \frac{1}{2}mv^2 + mgZ$$

➢ عند النقطة B:

$$E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgZ_B = \frac{1}{2}mv_B^2$$

من قانون انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب:

$$E_m(A) = E_m(M) = E_m(B) \Longrightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgZ = \frac{1}{2}mv_B^2$$

نستنتج أن سرعة الكرية عند ارتطامها بالأرض تعطى بالعلاقة:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Longrightarrow v_B = \sqrt{2gh}$$

وسرعة الكرية عند وضع كيفي تعطى بالعلاقة:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mgZ \Longrightarrow v = \sqrt{2g(h - Z)}$$

نفس النتائج نتحصل عليها باستعمال نظرية الطاقة الحركية او انحفاظ الطاقة الميكانيكية.

ملاحظة: نلاحظ عند نقطة الانطلاق لدينا فقط طاقة كامنة ومع سقوط الجسم تتناقص الطاقة الكامنة وبنفس قيمة تناقصها تتزايد الطاقة الحركية، وعند الوصول الى الأرض تتحول كل الطاقة الكامنة الى طاقة حركية. إذا ما تفقده الجملة على شكل طاقة كامنة تكتسبه على شكل طاقة حركية والمجموع يبقى ثابتا. وفي حالة صعود الجسم الى اعلى فان الطاقة الحركية تتناقص الى ان تنعدم عند اعلى ارتفاع متحولة الى طاقة كامنة ثقالية والمجموع يبقى ثابتا.

كتلة ملتحمة بنهاية نابض افقي:

عندما تكون جملة محفوظة، فان طاقتها الميكانيكية محفوظة. لذلك لدينا لمثل هذه الجمل:

$$E_m = E_c + E_p = C^{te}$$

بالتعريف الطاقة الحركية هي مقدار موجب، وبالتالي نحصل على شرط تقييد حالات الطاقة المحتملة للجملة. أي أن الجملة في حالة مقيدة، يحدد شرط التقييد هذا ما يطلق عليه حالات القيد المنضمة للجملة المعرفة كالتالي:

$$(36.5) \qquad E_c = \frac{1}{2}mv^2 > 0 \Longrightarrow E_m - E_p > 0$$

مثال: كتلة ملتحمة بنهاية نابض افقي حيث استطالته x، الشكل (4.5). الحالات المقيدة للجملة معرفة كالتالي:

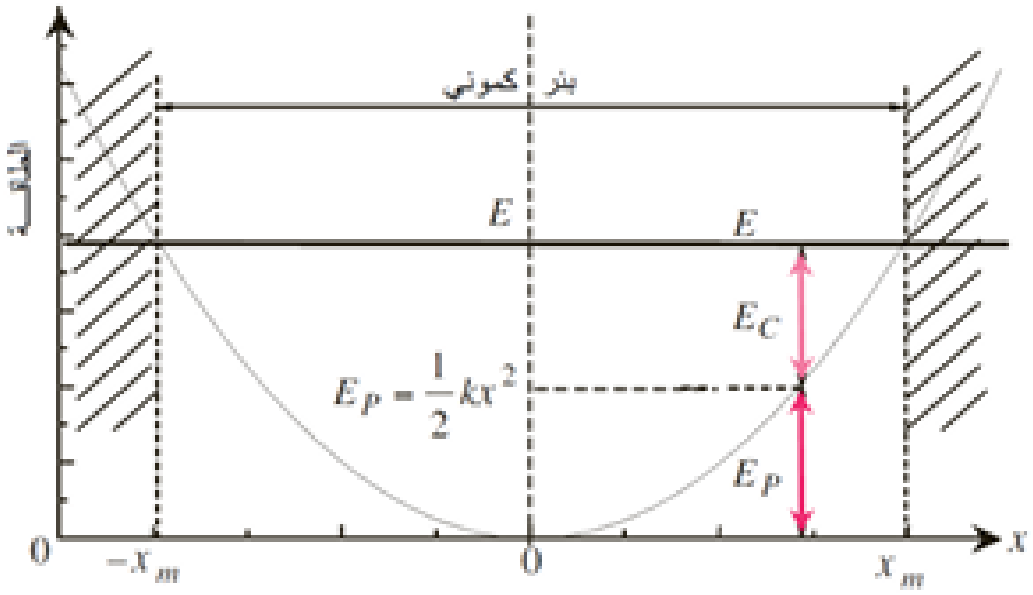
$$(37.5) \quad E_c = E_m - E_p > 0 \ , E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2 \Longrightarrow E_m - \frac{1}{2}kx^2 > 0$$

من العلاقة (37.5)

$$E_m > \frac{1}{2}kx^2 \Longrightarrow x^2 < \frac{2E_m}{k} \Longrightarrow -\sqrt{\frac{2E_m}{k}} = -x_m \leq x \leq \sqrt{\frac{2E_m}{k}} = x_m$$

لا يمكن للجملة الوصول إلى قيم x خارج هذا المجال، والذي نقول إنه محدد ببئر كموني وهذا بسبب الشكل الذي تأخذه دالة الطاقة الكامنة.

يبقى الجسم في حركة جيبية مستقيمة بين قيمتين حديتين (x_m) و $(-x_m)$ وهما توافقان طاقة فعلية (كامنة) مساوية للطاقة الميكانيكية. تبقى الطاقة الميكانيكية محفوظة، حيث ما تفقده الجملة على شكل طاقة كامنة تكتسبه على شكل طاقة حركية والعكس بالعكس. في الشكل (6.5) مخطط الطاقات بدلالة الاستطالة x للنابض.



الشكل (6.5) مخطط الطاقات بدلالة الاستطالة x للنابض.

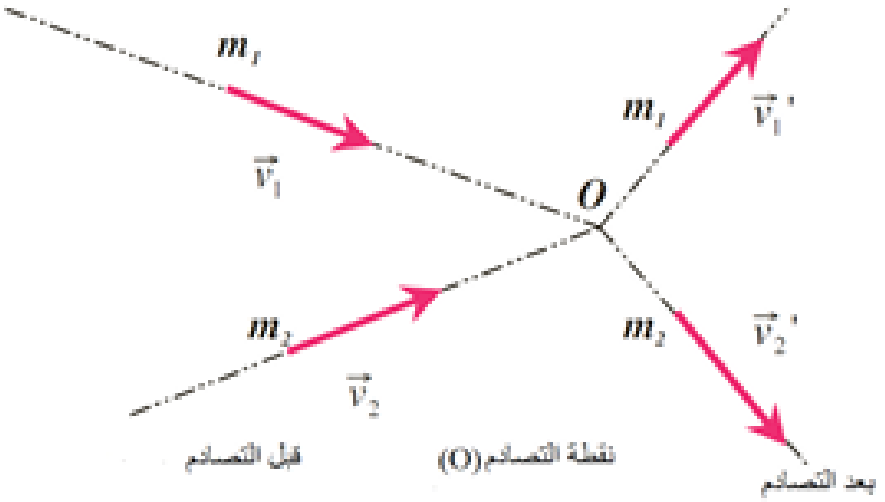
- عند $x_0 = 0$ وضع توازن مستقر، حيث اذا غادره الجسم تعمل قوة المرونة الى اعادته اليه، وتكون عندها الطاقة الكامنة المرونية اصغرية.

- عند الوضعين الحديين (x_m) و $(-x_m)$ ، هو وضع توازن غير مستقر، حيث بمجرد انعدام السرعة تعمل القوة المرونية على مغادرة هذا الموضع وتكون عندها الطاقة الكامنة المرونية اعظمية.

5-7- التصادمات بين الجسيمات:

في مرجع غاليلي، نعتبر جسيمتين ماديتين مستقلين كتلتاهما m_1 و m_2 . كل جسيمة على حدا تعتبر معزولة أو شبه معزولة ميكانيكيا، وبالتالي كل منهما تقوم بحركة مستقيمة منتظمة (حسب مبدأ العطالة). سرعتاهما على الترتيب $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$. إذا التقى الجسيمان، نقول حدث تصادم الشكل (7.5). بعد التصادم (مدة قصيرة جدًا) الجسيمات من جديد معزولة أو شبه معزولة ميكانيكيا، وبالتالي تكون الحركة مستقيمة منتظمة ولكن بسرعات جديدة $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ ماذا يمكن أن نقول عن هذه السرعات؟ لإعطاء إجابة يجب أن نبحث عن الكميات الفيزيائية التي يمكن ان تبقى محفوظة. نعتبر ان كل كتلة تبقى ثابته ولا تتغير بالتصادم.

- **خواص الصدم:** الكتلة m_1 معزولة ميكانيكيا قبل وبعد التصادم. لحظة التصادم تخضع الكتلة m_1 لتأثير الكتلة m_2 (فعل خارجي) وهذا يعني أنها لم تعد معزولة، نفس الشيء بالنسبة لـ m_2. إذا اعتبرنا الجملة مكونة من الكتلتين معا (m_1 و m_2)، هذه الجملة معزولة من البداية الى النهاية (قبل ولحظة وبعد التصادم)، التأثير المتبادل يعتبر قوى داخلية.



الشكل (7.5): تصادم جسيمتين ماديتين كتلتاهما m_1 وm_2 .

انحفاظ شعاع كمية الحركة الكلي:

الجملة (m_1 و m_2)، هي جملة معزولة، ومنه لدينا انحفاظ شعاع كمية الحركة الكلي للجملة، أي أن شعاع كمية الحركة هو نفسه قبل وبعد التصادم.

$$\vec{p}_{\text{قبل}} = \vec{p}_{\text{بعد}} \Longrightarrow \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' \qquad (38.5)$$

أي أن:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \qquad (39.5)$$

التصادم المرن: انحفاظ الطاقة الحركية:

كل جسيمة قد تملك طاقة كامنة، كما هو معلوم فان هذه الطاقة لا تتعلق الا بالموضع الذي يحتله الجسيم المعتبر، الصدم يكون لحظي وبالتالي فان موضع الجسيم لا يتغير موضعه، ومنه طاقته الكامنة لا تتغير. إذا تغير الطاقة الميكانيكية تعود الى التغير في الطلقة الحركية.

التصادم المرن هو التصادم الذي تبقى فيه الطاقة الحركية محفوظة.

$$E_{c\,\text{قبل}} = E_{c\,\text{بعد}} \Longrightarrow \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2'^2 \qquad (40.5)$$

ومنه:

$$m_1\vec{v}_1^2 + m_2\vec{v}_2^2 = m_1\vec{v}_1'^2 + m_2\vec{v}_2'^2 \qquad (41.5)$$

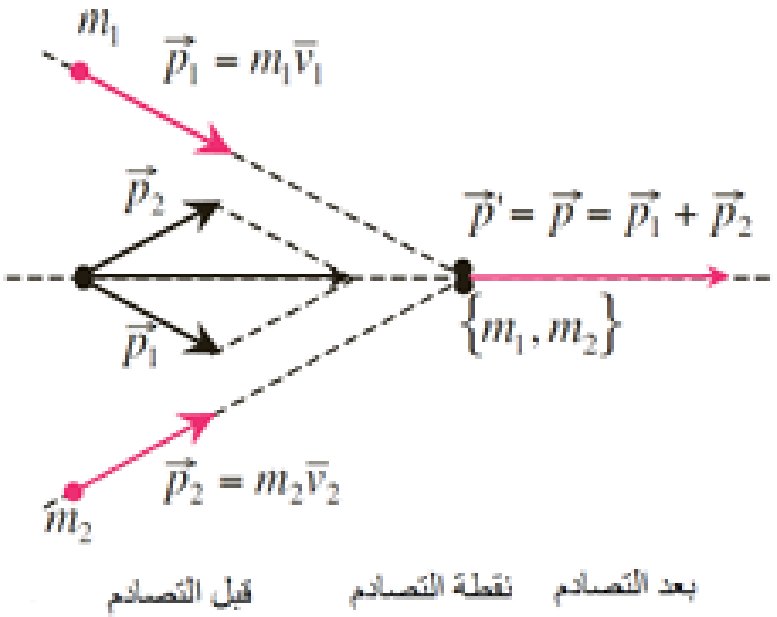
التصادم غير المرن (اللين): الطاقة الحركية غير محفوظة:

في التصادم غير المرن تتحد الجسيمتين المتصادمتين بعد التصادم لتكونا جملة واحدة فيصبح لهما نفس السرعة الشكل (8.5)، كذلك لا يوجد انحفاظ للطاقة الحركية، لان اثناء التصادم يحدث ضياع في الطاقة على شكل حرارة. إذا تتناقص الطاقة الحركية ويكون لدينا:

$$\frac{E_{c(\text{بعد})}}{E_{c(\text{قبل})}} = \varepsilon\ ,\ \ 0 \leq\ \varepsilon < 1$$

- $\varepsilon = 1$: توافق حالة التصادم المرن.

- $\varepsilon = 0$: توافق حالة الارتطام الأمامي اللين بين جسيمتين قادمتين في اتجاهين متعاكسين بنفس قيمة كمية الحركة (تصادم بين مركبتين متماثلتين، تسيران بنفس السرعة في اتجاهين متعاكسين).



الشكل (8.5): التصادم غير المرن بين جسيمتين ماديتين

تطبيق-1-

تتحرك جسيمة كتلتها $6kg$ بسرعة $15\ m/s$ لتصطدم عموديا مع جسيمة كتلتها $5kg$ تتحرك بسرعة $20\ m/s$. إذا كان الاصطدام لينا:

1) جد كمية حركة الجملة قبل التصادم؟

2) احسب سرعة الجسيمتين بعد التصادم؟

الإجابة: 1) كمية الحركة = $134.5\ kgm/s$ / 2) سرعة الجسيمتين = $12.23\ m/s$

تطبيق-2-

التصادم المرن لكتلتين m_1 و m_2 تتحركان على المحورOx، باتجاهين متعاكسين سرعتاهما على الترتيب $\vec{v}_1$ و$\vec{v}_2$، بعد التصادم تكون سرعتاهما $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ على الترتيب جد سرعة كل كتلة بعد التصادم $\vec{v}'_1$ و $\vec{v}'_2$ ؟ كيف تصبح هذه السرعات إذا كانت الكتلةm_2 ساكنة قبل التصادم $(\vec{v}_2 = \vec{0})$؟

الحل:

إيجاد السرعات بعد التصادم.

من انحفاظ شعاع كمية الحركة:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2 \quad (42.5)$$

يمكن أن نكتب:

$$m_1(\vec{v}_1 - \vec{v}'_1) = -m_2(\vec{v}_2 - \vec{v}'_2) \quad (43.5)$$

من انحفاظ الطاقة الحركية:

$$E_{c\,قبل} = E_{c\,بعد} \Rightarrow \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2^2 = \frac{1}{2}m_1\vec{v}_1'^2 + \frac{1}{2}m_2\vec{v}_2'^2 \quad (44.5)$$

يمكن أن نكتب:

$$m_1(\vec{v}_1^2 - \vec{v}_1'^2) = -m_2(\vec{v}_2^2 - \vec{v}_2'^2) \quad (45.5)$$

بقسمة المعادلة (45.5) على المعادلة (43.5) فنتحصل على:

$$(\vec{v}_1 + \vec{v}'_1) = (\vec{v}_2 + \vec{v}'_2) \quad (46.5)$$

بضرب المعادلة (46.5) فيm_1، ثم نقوم بجمعها مع المعادلة (43.5) طرفا لطرف فنجد:

$$\vec{v}'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_2 \quad (47.5)$$

بضرب المعادلة (46.5) فيm_2، ثم نقوم بجمعها مع المعادلة (43.5) طرفا لطرف فنجد:

$$(48.5) \qquad \vec{v}_1' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_2 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

من المعادلة (46.5)، يمكن ان نكتب:

$$(49.5) \qquad (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = -(\vec{v}_2' - \vec{v}_1')$$

الحد الأول من المعادلة (49.5) يمثل سرعة الكتلةm_2 بالنسبة للكتلةm_1 قبل التصادم $(\vec{v}_{2/1})$، بينما الحد الثاني يمثل نفس النسبة بعد التصادم $(\vec{v}'_{2/1})$. وعليه نكتب:

$$(50.5) \qquad (\vec{v}_{2/1}) = -(\vec{v}'_{2/1})$$

نستنتج ان سرعة الكتلةm_2 بالنسبة للكتلةm_1 قبل التصادم تساوي وتعاكس سرعة الكتلةm_2 بالنسبة للكتلةm_1 بعد التصادم.

الشكل (9.5): السرعات قبل وبعد تصادم مرن لجسيمتين.

- إذا كانت الكتلةm_2 ساكنة قبل التصادم $(\vec{v}_2 = \vec{0})$، فان المعادلتين (47.5) و (48.5) يكتبان بالشكل:

$$(51.5) \qquad \vec{v}_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

$$(52.5) \qquad \vec{v}_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\vec{v}_1$$

إذا كان زيادة على ذلك ان الكتلتين متساويتين$m_1 = m_2$ فان:

$$\vec{v}_1' = \vec{0}\,, \quad \vec{v}_2' = \vec{v}_1$$

نلاحظ ان الكتلةm_1 تتوقف بعد التصادم مباشرة بينما الكتلةm_2 تواصل الحركة بعد التصادم بنفس سرعة الكتلةm_1 قبل التصادم (شدة واتجاها).