

Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique:

Admettons que le rendement polytropique soit constant pour tous les étages élémentaires du compresseur, on pourra donc poser :

$$\eta_p = \frac{\delta W_s}{\delta W} = \frac{h_{Xs} - h_1}{h_X - h_1} = \frac{h_{Ys} - h_X}{h_Y - h_X} \dots = \frac{\sum \delta W_s}{\sum \delta W} = \frac{\sum \delta W_s}{h_2 - h_1}$$

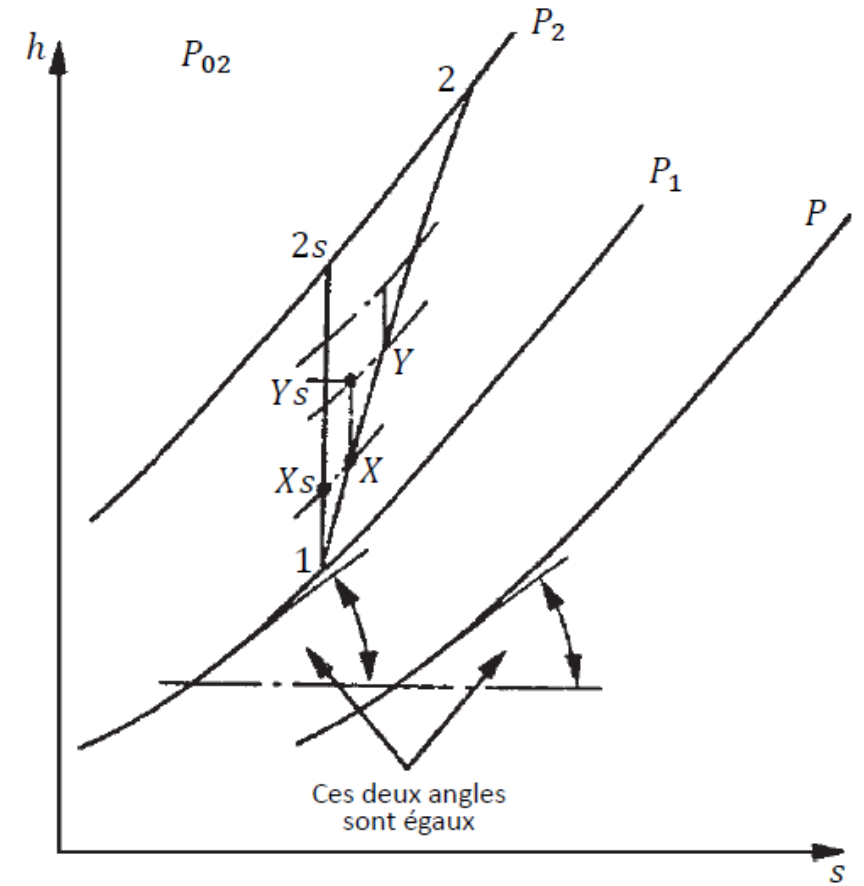
Mais, on sait que :

$$Tds = dh - vdp$$

$$\left(\frac{\partial h}{\partial s}\right)_p = T$$

Ce qui signifie que les isobares divergent sur un diagramme h-s, et que la pente de l'isobare P_2 sera plus grande que celle de l'isobare P_1 pour la même valeur de l'entropie. On aura donc :

$$\sum \delta W_s = \{(h_{Xs} - h_1) + (h_{Ys} - h_X) + \dots\} > (h_{2s} - h_1)$$

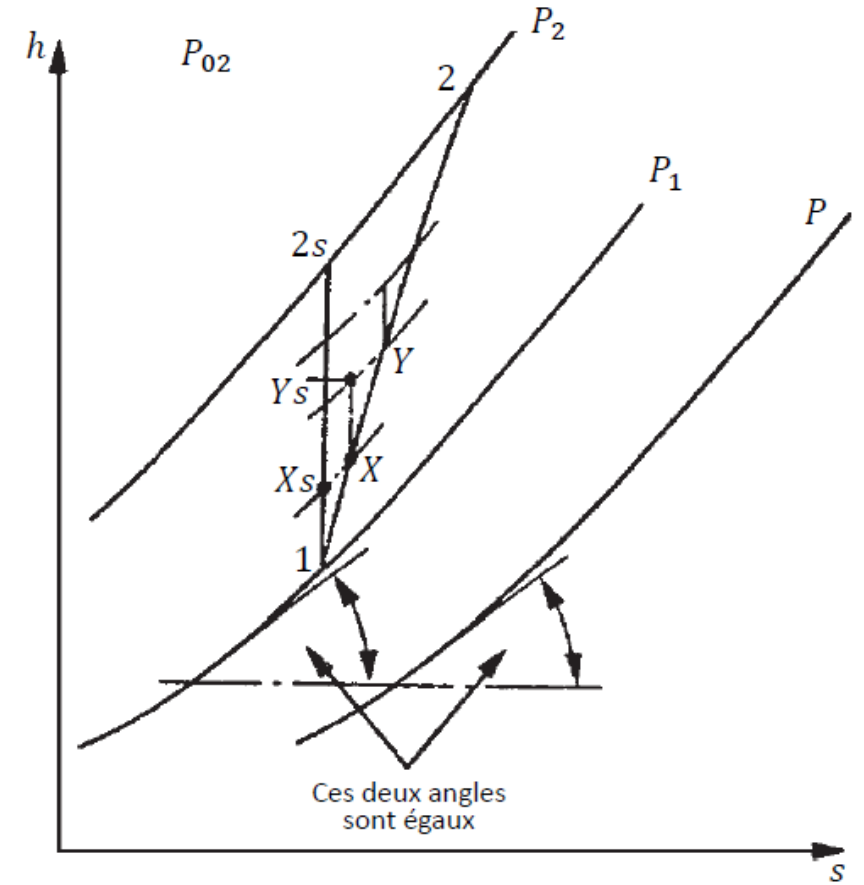


Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique:

Et par conséquent :

$$\eta_p = [\sum \delta W_s / (h_2 - h_1)] > \eta_{ic} = [(h_{2s} - h_1) / (h_2 - h_1)]$$



Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'un compresseur:

Dans ce cas, on pourra écrire :

$$\eta_p = \frac{\delta W_s}{\delta W} = \frac{v dp}{C_p dT} = \frac{R}{C_p} \frac{v dp}{R dT} = \frac{R}{C_p} \left(\frac{dp}{p} \right) \left(\frac{T}{dT} \right)$$

D'où, on a:

$$\left(\frac{dT}{T} \right) = \frac{1}{\eta_p} \frac{R}{C_p} \left(\frac{dp}{p} \right)$$

Cette expression donne par intégration entre l'entrée (1) et la sortie (2) du compresseur :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{\eta_p C_p}} = (\tau)^{\frac{\gamma-1}{\eta_p \gamma}} = \tau^{\alpha/\eta_p}$$

Rappelons que le long de l'isentropique, on peut écrire :

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{R}{C_p}} = (\tau)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \tau^{\alpha}$$

Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'un compresseur:

Le rendement isentropique d'un compresseur pour le cas d'un gaz parfait sera donc lié à son rendement polytropique dans l'expression :

$$\eta_{ic} = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{(T_{2s}/T_1) - 1}{(T_2/T_1) - 1} = \frac{\tau^\alpha - 1}{\tau^{\alpha/\eta_p} - 1}$$

Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'un compresseur (Exercice d'application):

Un compresseur d'air axial est conçu pour produire un rapport de compression total $\tau_0 = (p_{02}/p_{01}) = 8$. Les températures totales à l'entrée et à la sortie sont de 300 K et 586.4 K respectivement.

Déterminer le rendement total à total ainsi que le rendement polytropique du compresseur. Prendre $\gamma = 1.4$.

Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'un compresseur (Exercice d'application):

$$\eta_{tt} = \frac{T_{02s} - T_{01}}{T_{02} - T_{01}} = \frac{\tau_0^\alpha - 1}{(T_{02}/T_{01}) - 1} = \frac{8^{0.4/1.4} - 1}{(586.4/300) - 1} = 0.85$$

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = (\tau_0)^{\frac{\gamma-1}{\eta_p \gamma}}$$

$$\eta_p = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{\ln \tau_0}{\ln(T_{02}/T_{01})} = \frac{0.4}{1.4} \frac{\ln 8}{\ln(586.4/300)} = 0.8865$$

Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'une turbine:

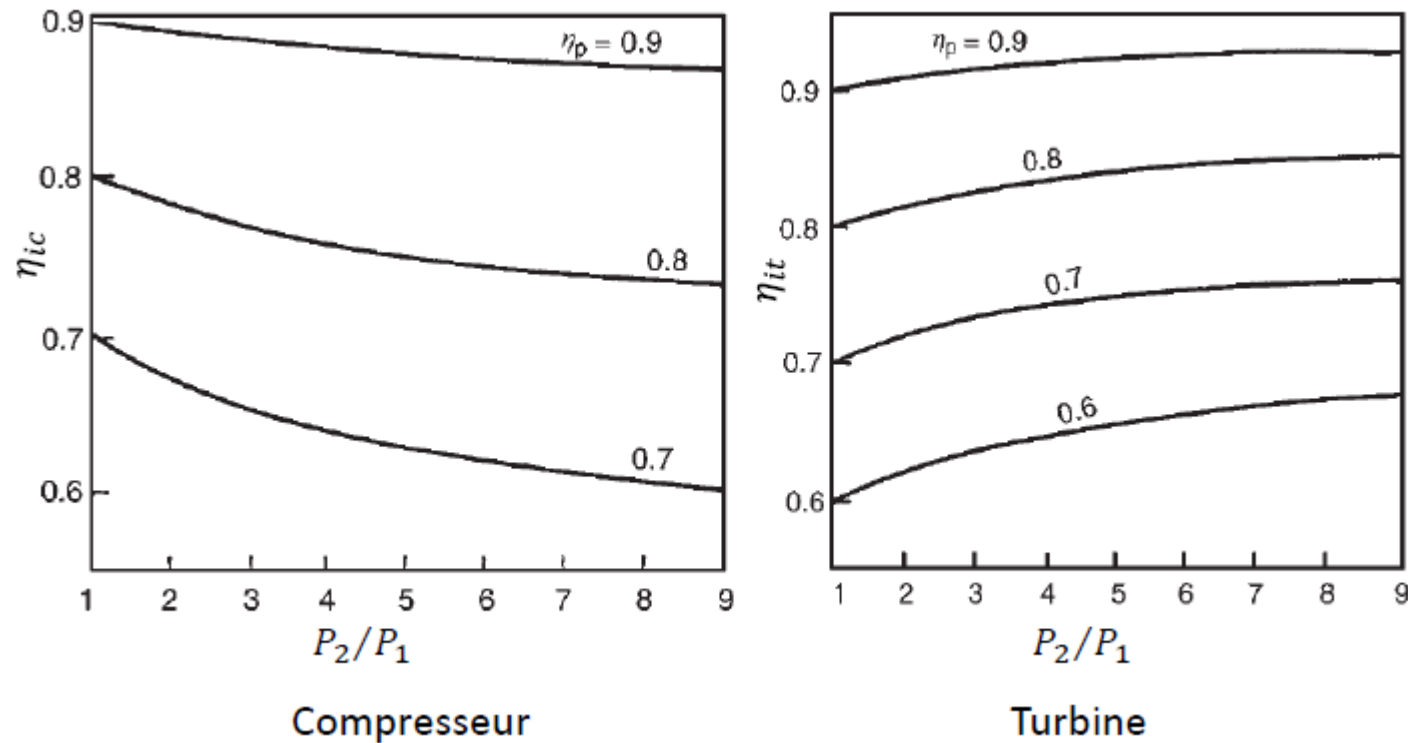
Par un raisonnement similaire à celui appliqué ci-dessus, on peut montrer qu'à l'inverse de ce qui se passe avec le compresseur, dans le cas d'une turbine le rendement isentropique augmente avec le rapport des pressions et reste toujours supérieur au rendement polytropique.

Dans le cas où le fluide peut être assimilé à un gaz parfait, on obtient pour une détente adiabatique de 1 à 2 :

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\eta_p \frac{R}{C_p}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma}}$$
$$\eta_{it} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 - T_{2s}} = \frac{1 - (T_2/T_1)}{1 - (T_{2s}/T_1)} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\eta_p \frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

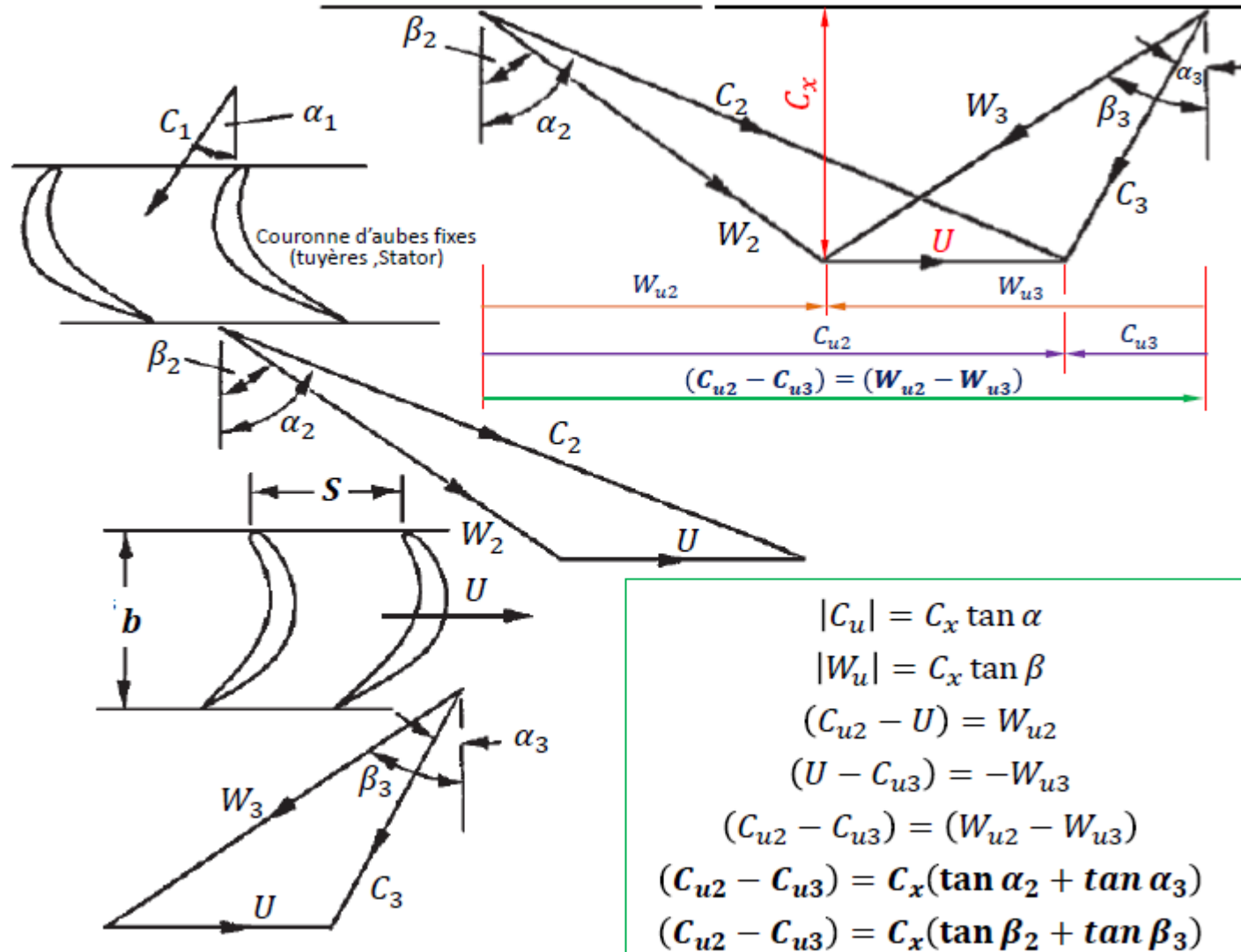
Rendement Polytropique d'une TM

Rendement Polytropique d'une TM:



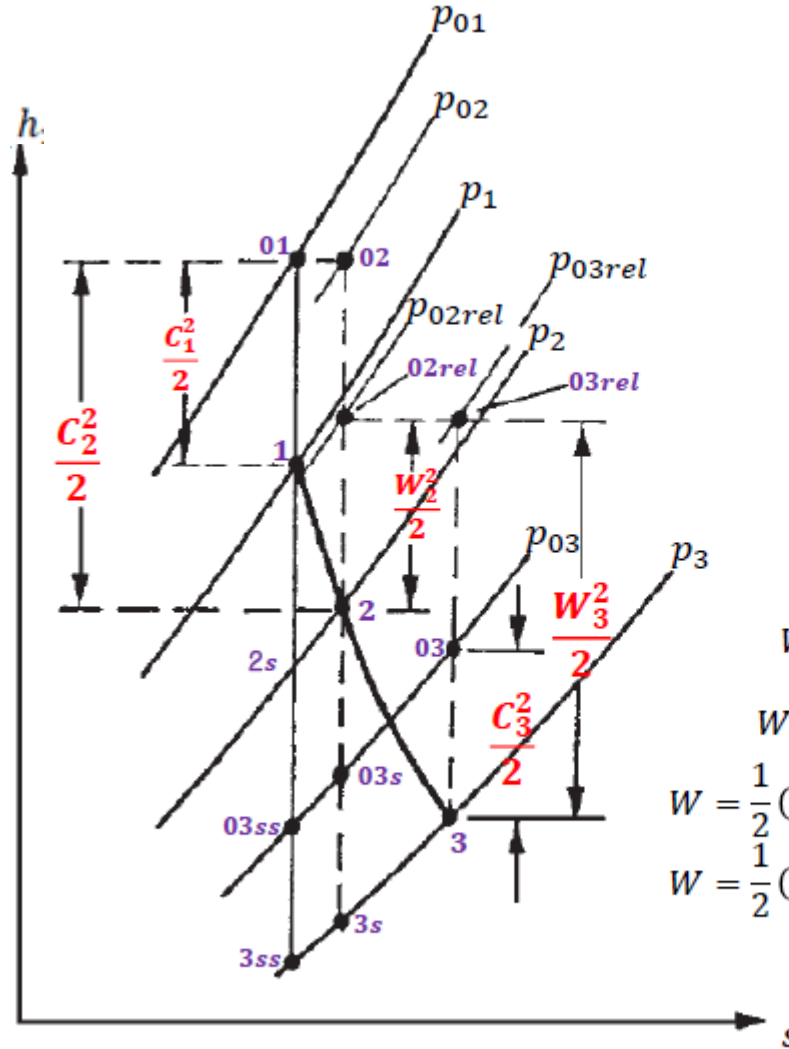
Turbines axiales

Triangle des vitesses:



Turbines axiales

Triangle des vitesses:



Stator

$$h_{01} = h_{02}$$

Rotor

$$h_{02rel} = h_{03rel}$$

$$h_2 + \frac{1}{2}W_2^2 = h_3 + \frac{1}{2}W_3^2$$

$$h_2 - h_3 = \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2)$$

Travail spécifique

Premier principe

$$W = h_{01} - h_{03} = h_{02} - h_{03}$$

$$W = h_2 - h_3 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_3^2 - W_2^2) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_3^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_{3u}^2 - W_{2u}^2) + \frac{1}{2}(C_{u2}^2 - C_{u3}^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[(C_{u2} + C_{u3}) - (W_{u2} + W_{u3})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[(C_{u2} - W_{u2}) + (C_{u3} - W_{u3})]$$

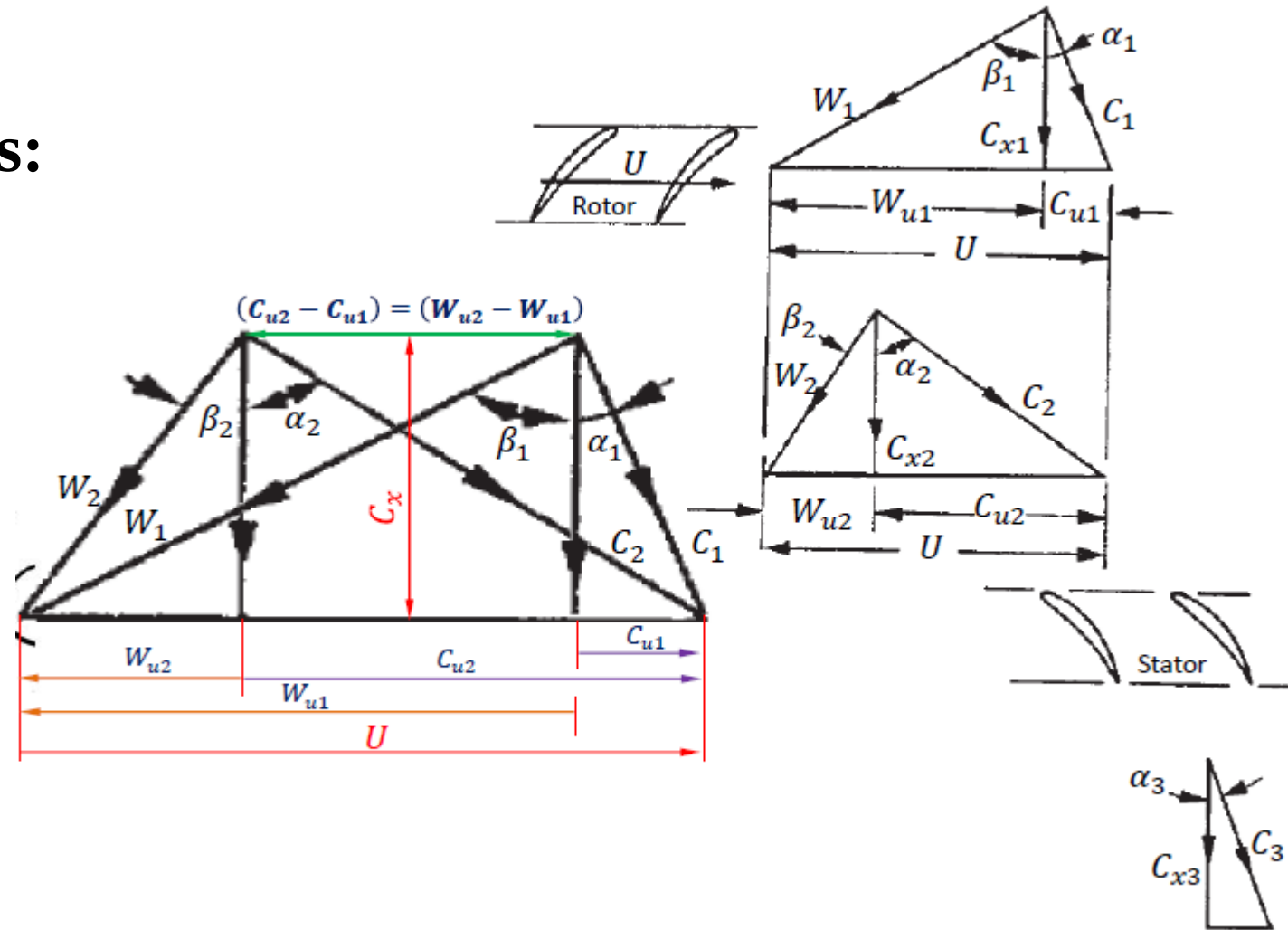
$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u3})[U + U]$$

→ Equation d'Euler

$$W = U(C_{u2} - C_{u3})$$

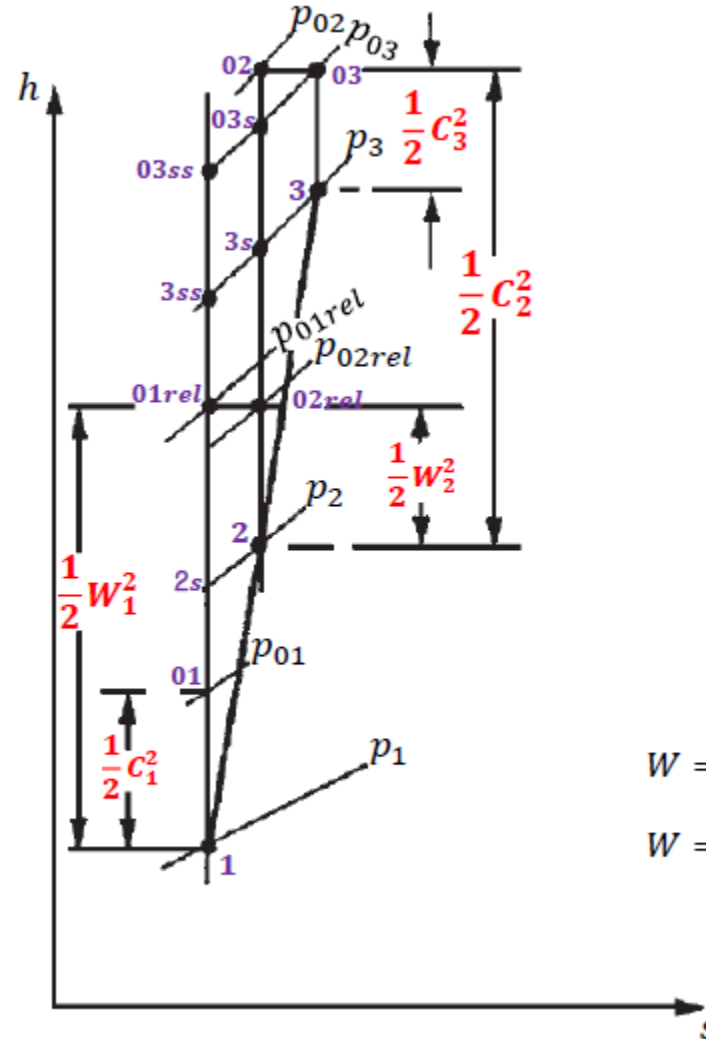
Compresseurs axiaux

Triangle des vitesses:



Compresseurs axiaux

Triangle des vitesses:



Rotor

$$h_{01rel} = h_{02rel}$$

$$h_1 + \frac{1}{2}W_1^2 = h_2 + \frac{1}{2}W_2^2$$

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2)$$

Stator

$$h_{02} = h_{03}$$

Travail spécifique

Premier principe

$$W = h_{03} - h_{01} = h_{02} - h_{01}$$

$$W = h_2 - h_1 + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_1^2 - W_2^2) + \frac{1}{2}(C_2^2 - C_1^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(W_{1u}^2 - W_{2u}^2) + \frac{1}{2}(C_{u2}^2 - C_{u1}^2)$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[(C_{u2} + C_{u1}) - (W_{u1} + W_{u2})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[(C_{u2} - W_{u2}) + (C_{u1} - W_{u1})]$$

$$W = \frac{1}{2}(C_{u2} - C_{u1})[U + U]$$

→ Equation d'Euler

$$W = U(C_{u2} - C_{u1})$$