Chapitre 04

Choix et dimensionnement des régulateurs

4.1. Introduction :

En règle générale, le cahier des charges d'une boucle de régulation impose, en boucle fermée, quatre performances :

- **La précision**, matérialisée, par exemple, par une valeur maximale de l'erreur de position **:**$\varepsilon_p < seuil$ une erreur de trainage maximale peut aussi être requise ;
- **La rapidité**, matérialisée, en générale, par une valeur maximale du temps de montée :$t_m < seuil$
- **La marge de stabilité**, matérialisée par une valeur minimale de la marge de phase : $\varphi_m < seuil$
- **Limitation du dépassement :** $D\% < seuil$, ce qui se traduit par une valeur minimale de coefficient d'amortissement en boucle fermée, donc, étant donné que $\xi_{BF} = \frac{\varphi_m}{100}$, par une valeur minimale de la marge de phase. Entre cette valeur et celle dictée précédemment, on prend bien sur la plus élevée.

4.2. Rôle du régulateur PID

- **L'action Proportionnelle P** corrige de manière instantanée, donc rapide, tout écart de la grandeur à régler, elle permet de vaincre les grandes inerties du système. Afin de diminuer l'écart de réglage et rendre le système plus rapide, on augmente le gaine (on diminue la bande proportionnelle) mais, on est limité par la stabilité du système. Le régulateur P est utilisé lorsqu'on désire régler un paramètre dont la précision n'est pas importante, exemple : régler le niveau dans un bac de stockage
- **L'action intégrale I** complète l'action proportionnelle. Elle permet d'éliminer l'erreur résiduelle en régime permanent. Afin de rendre le système plus dynamique (diminuer le temps de réponse), on diminue l'action intégrale mais, ceci provoque l'augmentation du déphasage ce qui provoque l'instabilité en état fermé. L'action intégrale est utilisée lorsqu'on désire avoir en régime permanent, une précision parfaite, en outre, elle permet de filtrer la variable à régler d'où l'utilité pour le réglage des variables bruitées telles que la pression.
- **L'action dérivée D**, en compensant les inerties au temps mort, accélère la réponse du système et améliore la stabilité de la boucle, en permettant notamment un amortissement rapide des oscillations deus à l'apparition d'une perturbation ou à une variation subite de la consigne. Dans la pratique, l'action dérivée est appliquée aux variations de la grandeur à régler seule et non de l'écart mesure-consigne afin d'éviter les à-coups dus à une variation subite de la consigne. L'action D est utilisée dans l'industrie pour le réglage des variables

lentes telles que la température, elle n'est pas recommandée pour e réglage d'une variable bruitée ou trop dynamique (la pression). En dérivant un bruit, son amplitude risque de devenir plus importante que celle du signal utile.

4.3. Méthodes théorique de réglage :

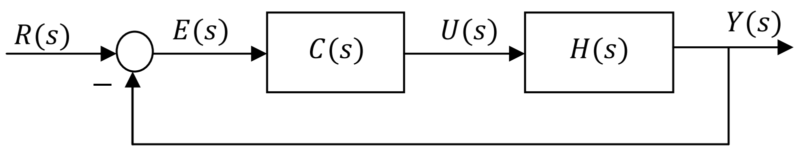
La conception des paramètres du régulateur PID nécessite la connaissance du modèle du système à commander, leur efficacité est donc dépend de la précision du modèle utilisé c'est pour sa dans l'industrie elle est rarement utilisé surtout pour la commande des systèmes complexe.

4.3.1. Réglage par critère temporel :

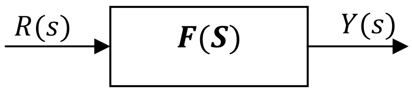
L'avantage essentiel d'imposer une certaine fonction de transfert en boucle fermée et de garantie une degré de stabilité mais aussi un bon compromis entre précision et rapidité.

4.3.2. Réglage PID par modèle de référence :

A partir du schéma bloc ci-dessus, on cherche les valeurs des coefficients du régulateur $C(s)$ qui permettent d'obtenir la réponse désirée $Y(s)$ lors d'un changement de consigne $R(s)$,



on veut obtenir :



$\rightarrow$ $$F(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)H(s)}{1+C(s)H(s)}$$

Avec soit

$$F(s) = \frac{1}{1+Ts} \text{ ……………………….. (1)}$$

soit

$$F(s) = \frac{w_n^2}{s^2+2\,w_n s+w_n^2} \text{ ………………...(2)}$$

Il est clair que $F(s)$ est la fonction de transfert en boucle fermée, On appel, (1) régulation idéale (critère idéal) et (2) régulation parfaite (critère parfait).

On connait entièrement $H(s)$ et bien sur $F(s)$ puisque, à travers le cahier des charges, on choisit T (constant de temps désirée), où ξ et w_n. La fonction de transfert du régulateur est : $C(s) = \frac{F(s)}{H(s)(1-(F(s))}$. Il ne reste qu'à identifier terme à terme pour obtenir les valeurs des coefficients du régulateur.

Exemple :

Soit $H(s) = \frac{3}{1+4s}$

On souhaite déterminer le régulateur permettant une régulation idéale ($T = 2$).

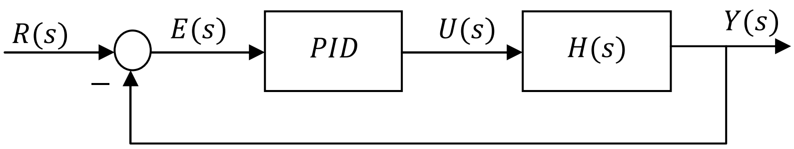
La régulation idéale (critère idéal) implique $\boldsymbol{F(s)} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{Ts+1}} = \frac{1}{2s+1}$.

ce qui conduit à $C(s) = \frac{F(s)}{H(s)(1-(F(s))} = \frac{1+4s}{3Ts} = \frac{4}{3T}\frac{1+4s}{4s} = \frac{4}{6}\frac{1+4s}{4s} = \frac{4}{6}\left(1+\frac{1}{4s}\right)$.

Ce régulateur est de type PI série, tel que $T_i = 4 \quad et \quad k_p = \frac{4}{6}$

4.4. Méthodes pratique de réglage :

4.4.1. Problématique :



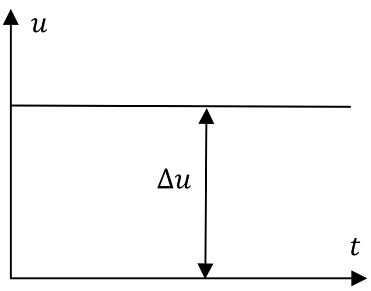
Quelle valeur de k_p, $T_i\ et\ T_d$ pour avoir une meilleur performance de système bouclé sachant que la fonction de transfert de système $H(s)$ n'est pas disponible.

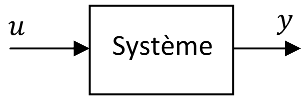
Parmi nombreuse méthodes existants pour déterminer ces valeurs, nous étudions seulement la méthode de Ziegler-Nichols

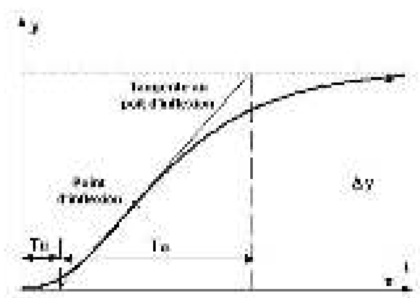
- Méthode à BO : réglage à partir de la réponse indiciel
- Méthode à BF : réglage basé sur l'essai de pompage
- Méthode basé sur la minimisation d'un critère temporelle. $IAE = \int |e(t)|\, dt$

4.4.2. Méthode à BO

Lorsque il est possible d'utiliser le système en BO, celui-ci admet donc une réponse indiciel apériodique, on peut définir un modèle simplifie pour le système caractérisé par les coefficients K, T_a, T_u







Le type de régulateur et choisit en fonction de réglabilité du système $R = \frac{T_a}{T_u}$

Type de régulateur	P	PI	PID	TOR	Limite de PID
R	10 à 20	5 à 20	2 à 5	> 20	< 2

Les valeurs à affichés sur le régulateur sont données par le tableau suivant :

	P	PI	PID
k_p	$\frac{R}{K}$	$0{,}9\frac{R}{K}$	$1{,}2\frac{R}{K}$
T_i	maxi	$3{,}33T_m$	$2p\ T_m$
T_d	0	0	$0{,}5T_m$

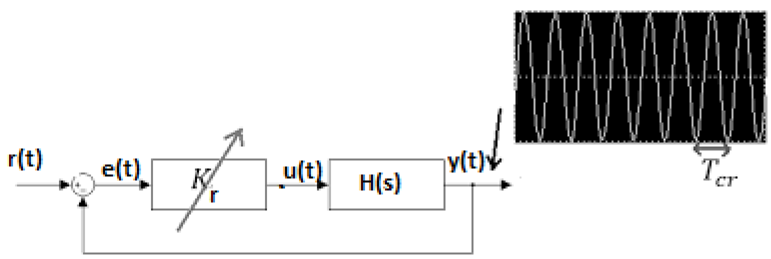
Tel que $K = \frac{\Delta y}{\Delta u}$

Remarque : les valeurs présentées au tableau sont données pour le régulateur PID type académique

$C(s) = K_p(1+\frac{1}{T_i s} + T_d s)$.

4.4.3. Méthode à BF

Lorsque qu'il n'est pas possible d'étudier le système en BO, on étudie son comportement en BF avec un régulateur proportionnelle en augmentant le gain k_r jusqu'à ce que le système bouclé atteint son limite de stabilité. En relève alors la valeur de k_r qui donne k_{cr} et on estime la période d'oscillation T_{cr}



Les valeurs des paramètres de régulateur sont données par le tableau suivant :

	P	PI	PID
k_p	$0\ {,}5K_{cr}$	$0{,}45K_{cr}$	$0{,}6K_{cr}$
T_i	maxi	$0\ {,}83T_{cr}$	$0{,}5T_{cr}$
T_d	0	0	$1{,}125T_{cr}$

4.4.4. Méthode de l'intégrale de l'écart minimale :

Cette méthode est basé sur l'essai indiciel en BO et les paramètres du régulateur sont calculées de tel sorte à rendre minimal le critère suivant

$$\boldsymbol{J = IAE = \int |e(t)|dt \ , \ \ e(t) = r(t) - y(t)}$$

Le tableau suivant présent les formules nécessaire au calcule du régulateur.

	P	PI	PID
$\boldsymbol{K_p}$	$0{,}902\dfrac{R^{0{,}925}}{K}$	$\dfrac{R^{0{,}985}}{K}$	$1{,}435\dfrac{R^{0{,}991}}{K}$
$\boldsymbol{K_I}$	$maxi$	$\dfrac{T_a}{0{,}608}R^{-707}$	$\dfrac{T_a}{0{,}878}R^{-749}$
$\boldsymbol{K_d}$	0	0	$0{,}482T_aR^{-1.137}$

Tel que $R = \frac{T_a}{T_m}$

…………………………………. Exercice d'application ……………………………………………

La méthode d'identification du modèle appliquée à un système a permet d'établir la fonction de transfert de celui-là : $H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{(1+T_1s)(1+T_2s)}$ où $y(t)$ la mesure et $u(t)$ la commande.

En introduisant un correcteur, de fonction de transfert $C(s)$ en série avec ce système. On cherche à obtenir une fonction de transfert en boucle fermée $F(s)$ de la forme :

$F(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\xi\omega_n s+\omega_n^2}$ où $r(t)$ la consigne.

1. Montrer qu'un régulateur PI de structure série peut satisfaire au fonctionnement désiré.

2. Pour l'application numérique on donne : $K = 1.5$, $T_1 = 4$ min et $T_2 = 10$ min.

Calculer les valeur des paramètres du correcteur $C(s)$ pour obtenir un coefficient d'amortissement $\xi = 0.5$. Quelle est alors la pulsation naturelle ω_n? Quelle est la valeur du première dépassement *D* de la réponse indicielle ?

3. Après un période d'essais du système il s'avère finalement qui il est préférable d'obtenir la fonction de transfert en boucle fermée suivante : $F(s) = \frac{1}{(1+Ts)^2}$ avec $T = 8$ min

Calculer les valeurs des nouveaux paramètres du régulateur $C(s)$ pour obtenir une telle fonction de transfert.

4. On décide d'ajouter une action dérivée. On fixe $T_d = T_1$ et $T_i = T_2$.

Déterminer alors la fonction de transfert en boucle fermée obtenue. Pour un changement de 10% en échelon de consigne, calculer le temps de réponse à 5% pour une bande proportionnelle $BP = 37.5\%$

………………………………………… Solution …………………………………………

1. Fonction de transfert en boucle fermée avec un régulateur PI de structure série

En égalant les deux fonctions de transfert, on obtient :

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = F(s) = \frac{C(s)H(s)}{1 + C(s)H(s)} = \frac{KK_p\left(\frac{T_i s + 1}{T_i s}\right)}{KK_p\left(\frac{T_i s + 1}{T_i s}\right) + (1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

$$= \frac{KK_p(T_i s + 1)}{KK_p(T_i s + 1) + T_i s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} = \frac{1}{1 + \frac{T_i s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}{KK_p(T_i s + 1)}}$$

Si la fonction de transfert en boucle fermée est bien du second ordre :

$$F(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{1}{1 + \frac{T_i s(1 + T_1 s)}{KK_p}} = \frac{\frac{KK_p}{T_i T_1}}{s^2 + \frac{1}{T_1}s + \frac{KK_p}{T_i T_1}}$$

où, on a choisi, $T_i = T_2$.

2. valeurs des paramètres du régulateur

En identifient terme à terme les deux fonctions de transfert trouvées, on obtient :

$\omega_n^2 = \frac{KK_p}{T_i T_1}$ et $2\xi\omega_n = \frac{1}{T_1}$

De ces deux équations on tire : $K_p = \frac{T_i}{4KT_1\xi^2} \quad \Rightarrow \quad K_p = 1.67.$

La pulsation propre est : $\omega_n = 0.25$ rad/min

Le premier dépassement pour une réponse indicielle est $D\% = 100e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ soit $D\% = 16\%$.

3. Nouveaux paramètres du régulateur

$$F(s) = \frac{1}{(1 + Ts)^2} = \frac{1}{T^2 s^2 + 2Ts + 1} = \frac{\frac{1}{T^2}}{s^2 + \frac{2}{T}s + \frac{1}{T^2}} = \frac{\frac{KK_p}{T_i T_1}}{s^2 + \frac{1}{T_1}s + \frac{KK_p}{T_i T_1}}$$

Soit : $T^2 = \frac{T_i T_1}{\boldsymbol{KK_p}}$ **et** $T = 2T_1$

Le temps T_i étant toujours fixé à T_2, on obtient alors : $K_p = \frac{T_i T_1}{\boldsymbol{K}T^2} = \frac{T_2}{\boldsymbol{4KT_1}} = 0.42$

Ce réglage correspondent à $\xi = 1$ et $\omega_n = 0.125$ rad/min.

4. Temps de réponse à 5%

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$F(s) = \frac{C(s)H(s)}{1 + C(s)H(s)} = \frac{KK_p(T_i s + 1)(1 + T_d s)}{KK_p(T_i s + 1)(1 + T_d s) + T_i s(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)}$$

En fixant, $T_i = T_2$ et $T_d = T_1$, la fonction de transfert est du premier ordre :

$F(s) = \frac{KK_p}{KK_p + T_i s} = \frac{1}{1 + \frac{T_2}{KK_p}s}$ et la constante de temps est fixé alors par la valeur de K_p.

Pour $R(s) = \frac{0.1}{s}$, il vient $Y(s) = \frac{0.1}{s\left(1 + \frac{T_2}{KK_p}s\right)}$

Pour une bande proportionnelle $BP = 37.5\%$, on a : $Y(s) = \frac{0.1}{s\left(1 + \frac{10 \times 37.5}{100 \times 1.5}s\right)} = \frac{0.1}{s(1 + 2.5s)}$

Pour un système de premier ordre le $t_r(5\%)$ est égale à 3 fois la constante de temps, alors :

$t_r(5\%) = 3 \times 2.5 = 7.5$ min

……