

السلسلة الاولى

التمرين 1

اكتب القضايا التالية باستخدام الرموز المنطقية

• مهما يكن x ينتمي الى I فان $f(x)$ يساوي الصفر

• يوجد k ينتمي الى I حيث مهما يكن x ينتمي الى I فان $f(x)$ يساوي k

• مهما يكن x ينتمي الى I ، مهما يكن y ينتمي الى I حيث x اصغر تماما من y فان $f(x)$ اصغر تماما من $f(y)$

• مهما يكن m ينتمي الى $\mathbb{R}$ ، يوجد x ينتمي الى I حيث $f(x)$ اكبر او يساوي m

• اذا كان a و b عددان طبيعيين، فيوجد مضاعف ل a اكبر من b

• كل عدد حقيقي موجب له جذر تربيعي

التمرين 2

هل القضايا التالية صحيحة او خاطئة؟، قم بنفيها

$$(2 + 2 = 4) \wedge (1 + 1 = 3)$$

$$(2 + 2 = 4) \vee (1 + 1 = 3)$$

$$(2 + 2 = 4) \Rightarrow (1 + 1 = 3)$$

$$(2 + 2 = 4) \Leftrightarrow (1 + 1 = 3)$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$$

$$\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 1$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, y = x^2$$

$$\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x = y^2$$

$$\exists y \in \mathbb{R}, \forall x \in \mathbb{R}, y = x^2$$

التمرين 3

هل القضايا التالية توتولوجيا

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\bar{p} \Rightarrow \bar{q})$$

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$$

$$(\overline{p \vee q}) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

$$(\overline{p \wedge q}) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{q})$$

التمرين 4

اثبت باستعمال البرهان بالخلف صحة ما يلي:

$$\forall n \in \mathbb{N} : n^2 \text{ عدد فردي}$$

$$\Rightarrow n \text{ عدد فردي}$$

$$\forall n \in \mathbb{N} : n^2 \text{ عدد زوجي}$$

$$\Rightarrow n \text{ عدد زوجي}$$

$$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \notin \mathbb{Q}$$

التمرين 5

اثبت باستعمال البرهان بالعكس النقيض صحة ما يلي:

$$x \geq 1, a \geq 1, (x^2 < \sqrt{a}) \Rightarrow (x < \sqrt{a})$$

$$(x \neq 3 \wedge y \neq 1) \Rightarrow (xy + 3 \neq x + 3y)$$

التمرين 6

اثبت باستعمال البرهان بالمثل المضاد خطأ ما يلي:

$$\forall (n, m) \in \mathbb{Z}^2, (m = 4 \vee n = 6) \Rightarrow$$

$$(n + m = 7)$$

$$\forall n \in \mathbb{N} : (n^2 + n + 4) \text{ عدد اولي}$$

التمرين 7

اثبت باستعمال البرهان بفصل الحالات صحة مايلي:

$$\forall n \in \mathbb{N} : n(n+1) \text{ عدد زوجي} \cdot$$

$$\forall n \in \mathbb{N} : \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \text{ مضاعف للعدد} \cdot$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : |x-1| \leq x^2 - x + 1 \cdot$$

التمرين 8

اثبت باستعمال البرهان بالتراجع صحة مايلي:

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad 8 + 14 + 20 + \dots + (6n+2) = \frac{3n^2 + 5n}{2} \cdot$$

• من اجل كل عدد طبيعي n فان

$$(n^3 + 11n) \text{ مضاعف للعدد } 6$$