

5. Distributions de variables aléatoires



LOIS DE PROBABILITE DISCRETES

Loi de Bernoulli $B(p)$

- La loi de Bernoulli intervient dans le cas d'une seule expérience aléatoire à laquelle on associe un événement aléatoire quelconque.
- La réalisation de cet événement au cours de cette expérience est appelée **succès** et la probabilité de réalisation est dite **probabilité de succès**, désignée par p .
- Par contre la non réalisation de l'événement est appelée échec et la probabilité de non réalisation est dite probabilité d'échec, désignée par q , tel que :

$$q = 1 - p$$

Loi de Bernoulli $B(p)$

Définition (Loi de Bernoulli). Soit $p \in [0, 1]$.

Le résultat de l'expérience sera interprété soit comme un succès soit comme un échec.

On définit alors la variable aléatoire X en lui donnant la valeur **1** lors d'un succès et **0** lors d'un échec.

La loi de probabilité de X est alors :

x	1	0
$P(X = x)$	p	$1 - p$

Tel que: p est la probabilité d'un succès, $0 \leq p \leq 1$.

Notation: X suit la loi de Bernoulli de paramètre p se note : $X \sim B(p)$.



Loi de Bernoulli $B(p)$

Exemple 1: (Jeu de Pile ou Face).

Un jeu de Pile ou Face.

Notons $\begin{cases} 0 : \text{"l'évènement obtenir Pile"} \\ 1 : \text{"l'évènement obtenir Face"} \end{cases}$

Si la pièce est équilibrée, X suit une loi de Bernoulli de paramètre 0,5, c'est à dire :

$$\begin{cases} P(X = 1) = 0,5 \\ P(X = 0) = 1 - 0,5 = 0,5. \end{cases}$$



Loi de Bernoulli $B(p)$

Exemple 2 (Urne contenant deux types de boules).

Soit une variable aléatoire X renvoyant la couleur d'une boule tirée dans une urne contenant 15 boules blanches et 20 boules noires.

Notons $\begin{cases} 0 : \text{l'évènement obtenir une boule blanche} \\ 1 : \text{obtenir une boule noire} \end{cases}$

La probabilité d'obtenir une boule noire est de $\frac{20}{20 + 15} = \frac{20}{35}$

Donc X suit la loi de Bernoulli de paramètre $\frac{20}{35}$, c'est à dire :

$$\begin{cases} P(X = 1) = \frac{20}{35} \\ P(X = 0) = 1 - \frac{20}{35} = \frac{15}{35} \end{cases}$$



Loi de Bernoulli $B(p)$



Remarque :

Toute expérience n'ayant que deux issues possibles peut être décrite par une variable aléatoire suivant la loi de Bernoulli en notant **1** le succès de l'expérience et **0** l'échec.

Les caractéristiques d'une variable Bernoulli de paramètre p sont :

$$E(X) = p$$

$$V(X) = p * (1 - p)$$

Loi binomiale $B(n, p)$

Supposons qu'on exécute maintenant n épreuves indépendantes. (épreuves = expériences identiques)

Chacune ayant p pour probabilité de succès et $(1 - p)$ pour probabilité d'échec.

La variable aléatoire X qui **compte le nombre de succès** au cours de n **épreuves indépendantes**.

Dans ce cas, on dit que X est appelée variable binomiale de **paramètres (n, p)**

La loi binomiale dépend de deux paramètres :

- n = nombre des épreuves indépendantes ;
- p = probabilité de succès au cours de chacune des n expériences aléatoires, p doit rester constante.



Loi binomiale $B(n, p)$

La probabilité d'obtenir **k succès** au cours de **n expériences aléatoires indépendantes** est,

$$P(X = k) = C_n^k * p^k * (1 - p)^{n-k}, \quad \text{pour } k = 0, 1, \dots, n$$

k succès au cours de n expériences aléatoires indépendantes et donc $(n - k)$ échecs

C_n^k est le nombre de combinaison de **k succès** parmi **n éléments**.



Loi binomiale $B(n, p)$

$\{X = k\}$ est une reunion d'évènements élémentaires ω_i , qui sont des suites de longueur n avec k succès et $(n - k)$ échecs.

Un tel évènement élémentaire a la probabilité: $P(\omega_i) = p^k * (1 - p)^{n-k}$

➤ Alors combien y-a-t-il d'évènements (suites) à n éléments avec k succès et $(n - k)$ échecs?

$$P(X = k) = \sum_{\omega_i: X(\omega_i)=k} P(\omega_i)$$

$$P(X = k) = \text{card}\{\omega_i: X(\omega_i) = k\} * p^k * (1 - p)^{n-k}$$

$$P(X = k) = C_n^k * p^k * (1 - p)^{n-k}$$



Loi binomiale $B(n, p)$

Exemple :

Quelle est la probabilité d'obtenir au moins de 3 faces dans 5 lancée d'une pièce de monnaie ?

Solution :

$$P(X \geq 3) = P(X = 3 \text{ ou } X = 4 \text{ ou } X = 5)$$

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) = \dots \dots \dots$$

$$P(X = 3) = C_5^3 p^3 (1 - p)^{5-3}$$

$$P(X = 3) = \frac{5!}{3! (5-3)!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(1 - \frac{1}{2}\right)^{5-3}$$

$$P(X = 3) = 10 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{16}$$

- Les résultats possibles de 3 faces dans 5 lancée sont :
{FFFPP, PFFFP, FPFFP, FFPPF, PPFFF, FFPPF, FFPPF, FPPFF, PFPFF, FPPFF }



Loi binomiale $B(n, p)$

La loi de probabilité d'une variable aléatoire binomiale de paramètres (n, p) est donnée par :

Pour $k = 0, 1, \dots, n$

$$P(X = k) = C_n^k * p^k * (1 - p)^{n-k}$$

➤ **Les caractéristiques de la loi de binomiale $B(n, p)$ sont :**

$$E(X) = n * p$$

$$V(X) = n * p * (1 - p)$$

Remarque

- Une **variable de Bernoulli** n'est donc qu'une variable binomiale de paramètres $(1, p)$.



Loi de Géométrie $G(p)$

On exécute une série d'expériences indépendantes ayant chacune la probabilité p d'être un succès jusqu'à l'obtention du 1^{ère} succès.

Une variable aléatoire X qui suit la loi géométrique prend comme valeur le nombre d'épreuves nécessaires pour l'obtention du 1^{ère} succès.

- Le nombre de succès est donc fixé à 1.
- Le nombre d'essai total est aléatoire et peut prendre n'importe quelle valeur entière ≥ 1 .

$\forall k = 1, 2, \dots,$

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} * p$$

Où p est la probabilité de succès des épreuves de Bernoulli.



Loi de Géométrie $G(p)$

La probabilité de $(n - 1)$ échecs avant le 1^{ère} succès est donnée comme suit:

$$P(X = n) = (1 - p)^{n-1} * p$$

On dit que X suit la loi géométrique de paramètres p notée $X \sim G(p)$

➤ Les caractéristiques de la loi de Géométrie $G(p)$ sont :

$$E(X) = \frac{1}{p}$$

$$V(X) = \frac{(1 - p)}{p^2}$$



Loi de Géométrie $G(p)$

Exemple :

Une urne contient N boules blanches et M boules noires .
On tire des boules une per une avec remise jusqu'à l'apparition d'une noire.

➤ Quelle est la probabilité qu'i faille exactement n tirages ?

Solution :

Désignons

X : " le nombre de tirages nécessaires jusqu'à l'obtention de la 1^{ère} boule noire "

La probabilité d'obtenir une boule noire est :

$$p = \frac{M}{(M + N)}$$

$$P(X = n) = \left(\frac{N}{(M + N)} \right)^{n-1} * \left(\frac{M}{(M + N)} \right) = \frac{M * N^{n-1}}{(M + N)^n}$$



Loi de POISSON $P(\lambda)$

La loi de Poisson intervient pour des phénomènes statistiques dont le nombre de réalisation varie de 0 à *l'infini* et dont la fréquence moyenne de réalisation est connue.

Exemple :

- Nombre d'appels reçus par un standard téléphonique.
 - Nombre d'accidents de la circulation.
 - Nombre de visiteurs d'un centre commercial.
-
- La variable aléatoire X qui caractérise le nombre de réalisations de ce phénomène est appelée variable de Poisson $X \sim \lambda(p)$
 - Elle prend les valeurs entières 0,1, 2, ... *etc.*



Loi de POISSON $P(\lambda)$

La probabilité d'obtenir **k réalisations** est:

S'il existe un **réel $\lambda > 0$** *tel que*

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^k}{k!} \quad , \text{ Pour } k = 0, 1, 2, \dots$$

λ = *fréquence moyenne du phénomène étudié.*

Une variable aléatoire X qui suit une loi de Poisson de paramètre λ est notée par :

$$X \sim P(\lambda)$$



Loi de POISSON $P(\lambda)$

Si $X \sim P(\lambda)$ alors

Caractéristiques d'une variable de Poisson :

$$E(X) = V(X) = \lambda$$



Loi de POISSON $P(\lambda)$



Exemple :

Admettons que le nombre d'erreurs par page dans un livre suivre une distribution de poisson avec paramètre $\lambda = \frac{1}{2}$.

➤ Calculer la probabilité qu'il ait au moins une erreur sur une page particulière.

Solution :

Désignons par X : *le nombre d'erreurs sur cette page.*

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - e^{-\frac{1}{2}} \simeq 0,393$$

Loi de POISSON $P(\lambda)$ & Loi de binomiale $B(n, p)$

La loi de poisson correspond à une loi binomiale sous les hypothèses :

- **n est grand ($n \geq 30$)** : lorsque n tend vers l'infini et
- **p est petit ($p \leq 0,1$)** : p tend vers 0

En d'autres termes, lorsqu'on réalise n épreuves indépendantes ayant **p** pour une probabilité de succès, et si **n** est grand et **p** est assez petit, pour rendre $n * p$ moyenne,

➤ Le nombre de succès est une V.A de répartition approximativement poissonnière avec paramètre **$\lambda = n * p$** .

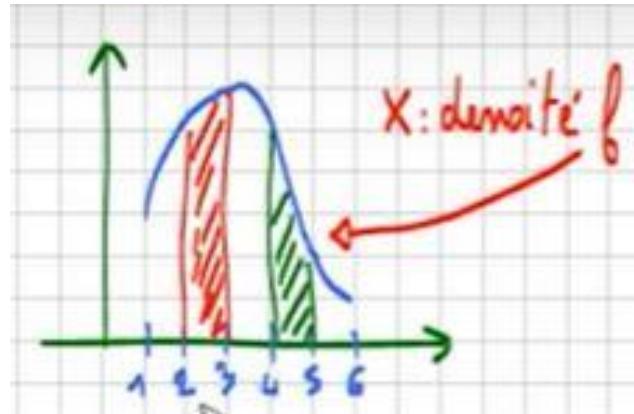
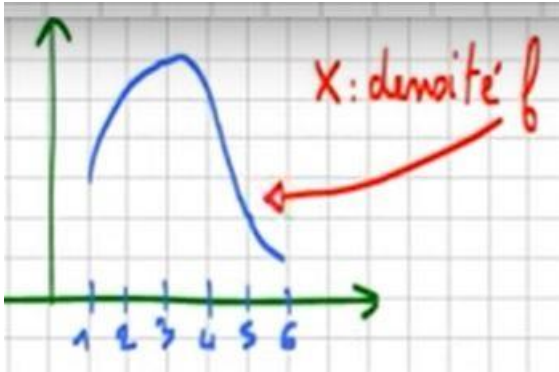


Les lois continues usuelles

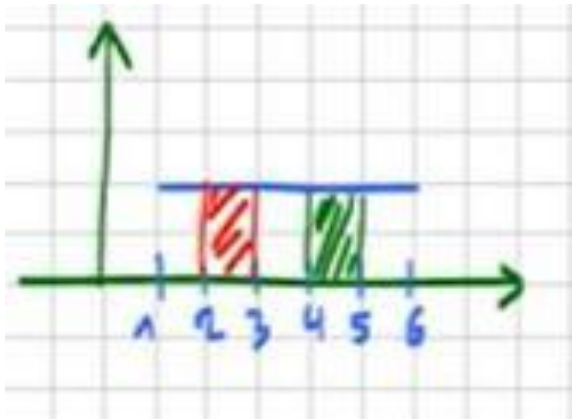
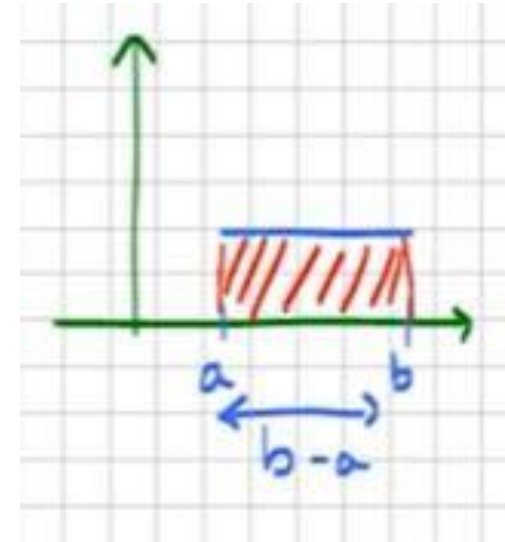
Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

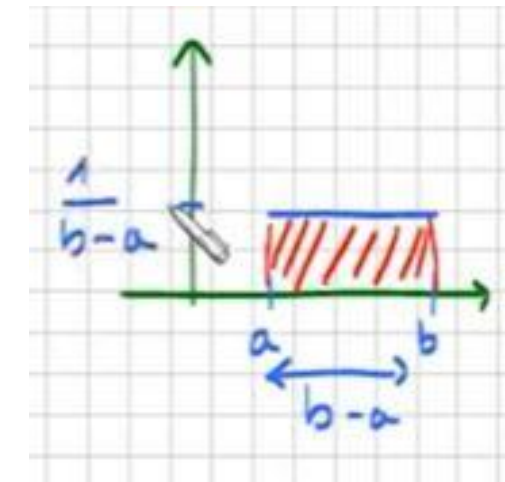
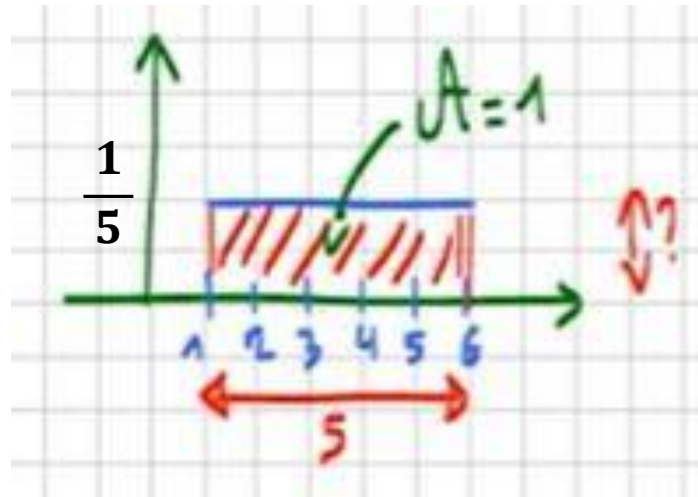
Avec $a, b \in \mathcal{R}$



$$P(2 \leq X \leq 3) > P(4 \leq X \leq 5)$$



$$P(2 \leq X \leq 3) = P(4 \leq X \leq 5)$$



Les lois continues usuelles

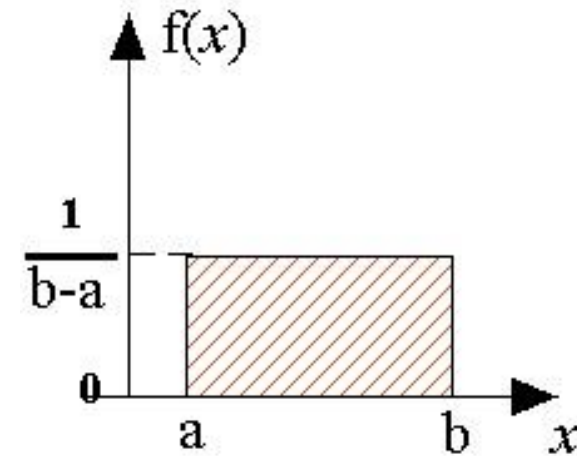
1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

- Cette loi est l'analogue continue de l'équiprobabilité dans le cas discret.
- Elle permet de modéliser le tirage d'un nombre aléatoire dans l'intervalle $[a, b]$
- La fonction de densité est **constante** et donné par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On dit que $X \sim U([a, b])$



Fonction de densité de probabilité

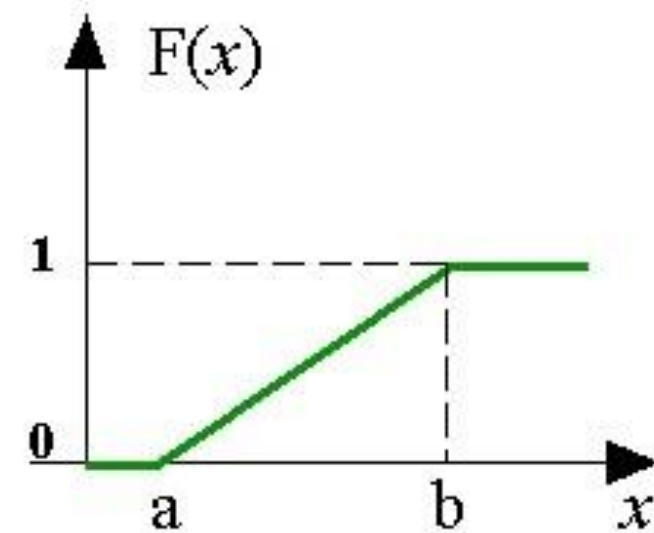
Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

- La fonction de répartition

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < a \\ \frac{x - a}{b - a}, & \text{si } x \in [a, b] \\ 1, & \text{si } x > b \end{cases}$$



Fonction de répartition

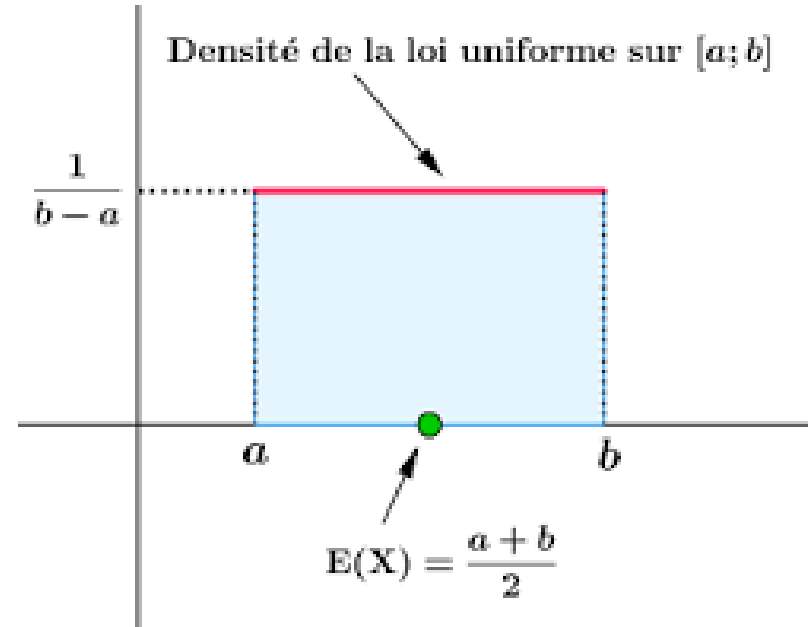
Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

Espérance Mathématique

$$E(X) = \frac{a + b}{2}$$



Variance

$$V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

• La fonction de répartition

Cas 1: Si $x < a$ ($x \in]-\infty, a[$) :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0$$

Cas 2: Si $a \leq x \leq b$ ($x \in [a, b]$) :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^a 0 dt + \int_a^x \frac{1}{b-a} dt = \frac{1}{b-a} t \Big|_a^x = \frac{1}{b-a} (x - a)$$

Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } x \in [a, b] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- La fonction de répartition

Cas 3: Si $x > b$ ($x \in [b, +\infty[$) :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^a 0 dt + \int_a^b \frac{1}{b-a} dt + \int_b^x 0 dt$$

$$F(x) = \frac{1}{b-a} t \Big|_a^b = \frac{1}{b-a} (b-a) = 1$$

Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

Exemple :

Anissa doit retrouver Manou au café entre 19h et 20h.

- 1) Quelle est la probabilité qu'elle arrive à 19h 15?
- 2) Quelle est la probabilité qu'elle arrive avant 19h20 ?
- 3) Quelle est la probabilité qu'elle arrive entre 19h25 et 19h35 ?

Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

Exemple :

Anissa doit retrouver Manou au café entre 19h et 20h.

Entre 19h et 20h il y a 60 minutes, et Anissa peut arriver à n'importe quel moment sur cette période (les valeurs de cette période ont la même chance (l'équiprobabilité)), alors on dit que

X : indique l'heure d'arrivée d'Anissa après 19h

$$X \sim U([0, 60]) \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{1}{60} & \text{si } x \in [0, 60] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

1) La probabilité qu'elle arrive à 19h 15 :

$$P(X = 15) = 0$$



Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

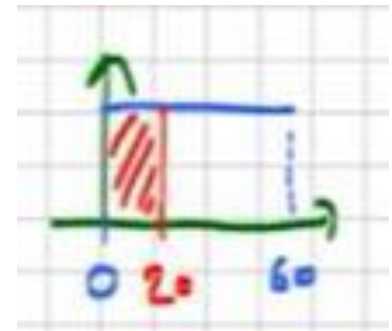
Exemple :

X : indique l'heure d'arrivée d'Anissa après 19h

$$X \sim U([0, 60])$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{60} & \text{si } x \in [0, 60] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

2) La probabilité qu'elle arrive avant 19h20 :

$$P(0 \leq X \leq 20) = \int_0^{20} \frac{1}{60} dx = \frac{1}{60} x \Big|_0^{20} = \frac{1}{60} (20 - 0) = \frac{1}{3}$$



Les lois continues usuelles

1. La loi uniforme $U([a, b])$

Avec $a, b \in \mathcal{R}$

Exemple :

X : indique l'heure d'arrivée d'Anissa après 19h

$$X \sim U([0, 60])$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{60} & \text{si } x \in [0, 60] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3) La probabilité qu'elle arrive entre 19h25 et 19h35 :

$$P(25 \leq X \leq 35) = \int_{25}^{35} \frac{1}{60} dx = \frac{1}{60} x \Big|_{25}^{35} = \frac{1}{60} (35 - 25) = \frac{1}{6}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Avec $\lambda > 0, \lambda \in \mathcal{R}$

La loi exponentielle est souvent utilisée pour modéliser:

- le temps d'attente avant l'arrivée d'un événement spécifique.
- La durée de vie du hardware.
- Le temps écoulé entre appels téléphoniques.

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Avec $\lambda > 0, \lambda \in \mathcal{R}$

- La fonction de densité est donné par :

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

➤ On dit que X est V. A exponentielle de paramètre λ $X \sim Exp(\lambda)$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Avec $\lambda > 0, \lambda \in \mathcal{R}$

- La fonction de répartition

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

- L'espérance mathématique :

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

- La variance de X :

$$V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- La fonction de répartition

Cas 1: Si $x < 0$ ($x \in]-\infty, 0[$) :

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0$$

Cas 2: Si $x \geq 0$ ($x \in [0, +\infty]$) :

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = -e^{-\lambda t} \Big|_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\int U'(x) e^{U(x)} = e^{U(x)}$$

$$- - e^{-t}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

L'espérance mathématique :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^{+\infty} x * \lambda * e^{-\lambda x} dx =$$

$$\int_a^b v'(x) * u(x) dx = v(x) * u(x) \Big|_b^a - \int_a^b v(x) * u'(x) dx$$

$$\begin{aligned} v'(x) &= \lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v(x) = -e^{-\lambda x} \\ u(x) &= x \Rightarrow u'(x) = 1 \end{aligned} \quad \Rightarrow E(x) = -e^{-\lambda x} * x \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} dx$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

L'espérance mathématique :

$$E(X) = -e^{-\lambda x} * x \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} dx = -\overset{0}{\underbrace{e^{-\infty}} * \infty} + \overset{0}{\underbrace{e^0 * 0}} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} dx$$

$$E(X) = - \int_0^{+\infty} -\frac{\lambda}{\lambda} e^{-\lambda x} dx = -\frac{1}{\lambda} \int_0^{+\infty} -\lambda e^{-\lambda x} dx = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \Big|_0^{+\infty} = -\frac{1}{\lambda} (\overset{0}{\underbrace{e^{-\infty}}} - \overset{1}{\underbrace{e^0}})$$

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La variance de X :

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^{+\infty} x^2 * \lambda e^{-\lambda x} dx$$

$$\int_a^b v'(x) * u(x) dx = v(x) * u(x) \Big|_b^a - \int_a^b v(x) * u'(x) dx$$

$$v'(x) = \lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow v(x) = -e^{-\lambda x}$$

$$u(x) = x^2 \Rightarrow u'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow E(X^2) = -e^{-\lambda x} * x^2 \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} * 2x dx$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La variance de X :

$$E(X^2) = -e^{-\lambda x} * x^2 \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} * 2x \, dx = -\underbrace{e^{-\infty}}_0 * \infty + \underbrace{e^0}_0 * 0 - \int_0^{+\infty} -e^{-\lambda x} * 2x \, dx$$
$$E(X^2) = -2 \left[\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} * x \Big|_0^{+\infty} - \int_0^{+\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \, dx \right] = -2 \left[-\underbrace{e^{-\infty}}_0 * \infty + \underbrace{e^0}_0 * 0 - \int_0^{+\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \, dx \right]$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{si } x \geq 0 \\ 0 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

La variance de X :

$$E(X^2) = -2 \left[\frac{1}{\lambda} \int_0^{+\infty} \frac{-\lambda}{\lambda} e^{-\lambda x} dx \right] = -2 \left[\frac{1}{\lambda^2} \int_0^{+\infty} -\lambda e^{-\lambda x} dx \right] = \frac{-2}{\lambda^2} \left[e^{-\lambda x} \Big|_0^{+\infty} \right] = \frac{-2}{\lambda^2} (e^{-\infty} - e^0)$$

$$E(X^2) = \frac{-2}{\lambda^2} (0 - 1) = \frac{2}{\lambda^2}$$

$$V(X) = E(X^2) - E(X)^2 = \frac{2}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 = \frac{1}{\lambda^2}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Exemple :

Considérons la situation suivante une imprimante reçoit 3 tâches par heure.

- 1) Quelle est la durée moyenne (en heure) séparant les tâches?
- 2) Quelle est la probabilité que la prochaine tâche soit envoyée dans 5 minutes?

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Exemple :

X : indique le temps séparant les tâches en heure

λ : Le nombre de tâches envoyé par heure (La moyenne)

$$\lambda = 3$$

Donc $X \sim Exp(3)$

1) La durée moyenne (en heure) séparant les tâches

$$E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{3} \text{ heure}$$

Les lois continues usuelles

2. La loi exponentielle $Exp(\lambda)$

Exemple :

X : indique le temps séparant les tâches en heure

$$X \sim Exp(3)$$

2) la probabilité que la prochaine tâche soit envoyée dans 5 minutes

$$P(X \leq 5 \text{ m}) = ?$$

$$5m \rightarrow \frac{1}{12} \text{ heure} \quad \Rightarrow P(X \leq 5 \text{ m}) = P\left(X \leq \frac{5}{60}\right) = P\left(X \leq \frac{1}{12}\right)$$

$$P\left(X \leq \frac{1}{12}\right) = F\left(\frac{1}{12}\right) = 1 - e^{-3 * \frac{1}{12}} = 1 - e^{-\frac{1}{4}} = 0,2211 = 22,11\%$$

Les lois continues usuelles

Remarque:

λ : Le nombre moyen de réalisation d'un évènement spécifié (La moyenne)

La loi de poisson	La loi exponentielle
X: indique le nombre de réalisation d'un évènement sur un intervalle donné	X : indique le temps d'attente entre 2 réalisations d'un évènement sur un intervalle donné
$E(X) = \lambda$	$E(X) = \frac{1}{\lambda}$

Les Variables aléatoires continues

Remarque 2:

- Fonction de répartition

$$P(a < X \leq b) = P(a \leq X \leq b) =$$

$$P(a < X < b) = P(a \leq X < b) =$$

$$F(b) - F(a)$$