

Analyse dimensionnelle

Problème : comment vérifier si l'équation $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ est homogène ou non ?

1 Définition d'une grandeur physique:

Une grandeur physique est une caractéristique mesurable d'un objet, d'un phénomène ou d'une substance. Elle s'exprime toujours par une valeur numérique accompagnée d'une unité.

Exemple 1.1 : une vitesse de 90 km/h, une température de 25 °C, une masse de 2 kg

2 Les systèmes d'unités

Un système d'unités est un ensemble organisé d'unités de mesure servant à exprimer les différentes grandeurs physiques. Chaque système repose sur un certain nombre de grandeurs fondamentales, auxquelles sont associées des unités de base.

Il existe plusieurs systèmes d'unités utilisés dans le monde, parmi lesquels :

2.1 Le Système international d'unités (SI) :

Le plus répandu à l'échelle mondiale. Il repose sur sept grandeurs fondamentales, telles que le mètre pour la longueur, le kilogramme pour la masse ou la seconde pour le temps.

2.2 Le système CGS (centimètre-gramme-seconde) :

Ancien système encore utilisé dans certains domaines scientifiques. Il exprime la longueur en centimètres, la masse en grammes et le temps en secondes.

3 L'analyse dimensionnelle :

L'analyse dimensionnelle consiste à exprimer chaque grandeur physique en fonction de ses dimensions de base (comme L pour la longueur, M pour la masse, T pour le temps, etc.) afin de vérifier l'homogénéité d'une équation physique.

4 Grandeurs physiques de base :

Les **grandeurs physiques de base**, aussi appelées **grandeurs fondamentales**, considérées comme **indépendantes** les unes des autres, sont les grandeurs à partir desquelles toutes les autres grandeurs physiques peuvent être dérivées. Elles sont définies dans le **Système International d'Unités (SI)**.

Il existe 7 **grandeurs physiques de base** du SI sont les suivants :

Grandeur physique	Symbole (dimension)	Unité SI	Symbole de l'unité
Longueur	L	mètre	m
Masse	M	kilogramme	kg
Temps (durée)	T	seconde	s
Intensité électrique	I	ampère	A
Température thermodynamique	Θ (thêta)	kelvin	K
Quantité de matière	N	mole	mol
Intensité lumineuse	J (ou Iv)	candela	cd

5 Les grandeurs physiques dérivées :

Les grandeurs physiques dérivées sont des grandeurs obtenues par des combinaisons mathématiques (multiplication, division) de grandeurs fondamentales, comme la **vitesse** (longueur/temps), la **surface** (longueur x longueur), la **force** (masse x accélération), ou la **pression**. Elles ne peuvent pas être mesurées directement mais sont calculées à partir de ces grandeurs fondamentales, telles que la longueur, la masse, le temps, et les autres unités du Système International (SI).

Grandeur dérivée	Formule	Unité SI	Dimension
Vitesse	$v = \frac{d}{t}$	m/s	$[L \cdot T^{-1}]$
Accélération	$a = \frac{v}{t}$	m/s ²	$[L \cdot T^{-2}]$
Force	$F = m \cdot a$	newton	$[M \cdot L \cdot T^{-2}]$
Pression	$P = \frac{F}{S}$	pascal	$[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$
Énergie / Travail	$E = F \cdot d$	joule	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$
Puissance	$P = \frac{E}{t}$	watt	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-3}]$

Exemple1.2 : Déterminer la dimension des grandeurs suivantes :

- L'énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m v^2$

- Pression d'une gaz $P = \frac{F}{S}$
- Dimension de la constante de la gravitation universelle G avec $F = \frac{FGMm}{r^2}$

6 Les applications de l'analyse dimensionnelle :

- Vérification de la cohérence des équations
- Modélisation physique et similitude
- Compréhension de l'influence des grandeurs physiques
- Aide à l'expérimentation et au traitement de données