التصحيح النموذجي لامتحان طبقة الاحياء 4

حل التمرين الأول:

- معالم المجتمع: هي عبارة عن خصائص أو مقاييس احصائية تتم حسابها بالاعتماد على بيانات المجتمع الاحصائية مثل المتوسط الحسابي للمجتمع μ، تباين المجتمع σ^2، النسبة في المجتمع p. (0,5 ن)
- التقدير: التقدير هو تقدير معلمة المجتمع المجهولة بقيمة واحدة فقط. (0,5 ن)
- الفرضية الاحصائية: هي عبارة عن ادعاء أو تخمين حول معلمة من معالم المجتمع المجهولة قد يكون صحيحا أو خاطئا. (0,5 ن)
- منطقة القبول: هي المنطقة التي تحتوي على قيم احصائية الاختبار والتي تؤدي الى قبول الفرضية الصفرية H_0 ورفض الفرضية البديلة H_1. (0,5 ن)
- الخطأ من النوع الأول: هو الخطأ الناتج عند رفض الفرضية الصفرية (H_0) وهي في الواقع صحيحة وليس من السهل ارتكابه من X.

حل التمرين الثاني:

1/ توزيع المعاينة لمتوسط العينة:

بما أن توزيع المجتمع طبيعي وتباينه معلوم $(\sigma^2 = 36)$ فإن $\bar{X}$ يتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط قدره: $\mu_{\bar{X}} = \mu = 240$

وتباين قدره: $\sigma^2_{\bar{X}} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{36}{64} = 0.5625$

أي أن: $\bar{X} \sim N(240 ; 0.5625)$ (1,5 ن)

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{\bar{X} - 240}{\sqrt{\frac{36}{64}}} = \frac{\bar{X} - 240}{0,75} \sim N(0,1)$$

2/ حساب احتمال أن يكون المتوسط الحسابي للعينة أكبر من 241:

$$P(\bar{X} > 241) = P\left(Z > \frac{241 - 240}{0,75}\right) = P(Z > 1.33) = 1 - P(Z \leq 1.33)$$ (1,5 ن)

$= 1 - \Phi(1.33) = 1 - 0.90824 = 0.0917$

13/ حساب احتمال أن يكون المتوسط الحسابي للعينة أقل من 242

$P(\bar{X} < 242) = P\left(Z < \frac{242-240}{0,7}\right) = P(Z < 2.66) = \Phi(2.66) = 0.99609$

14/ حساب احتمال أن يكون المتوسط الحسابي للعينة محصورا بين 238 و 239

$P(238 < \bar{X} < 239) = P\left(\frac{238-240}{0,7} < Z < \frac{239-240}{0,7}\right) = P(-2.66 < Z < -1,33)$

$= P(Z < -1,33) - P(Z < -2.66)$

$= [1 - P(Z < 1.33)] - [1 - P(Z < 2.66)]$ (0,1)

$= [1 - \Phi(1.33)] - [1 - \Phi(2.66)]$

$= \Phi(2.66) - \Phi(1.33)$

$= 0.99609 - 0.90824$

$= 0,0878$

حل المرين الثاني:

أ/ 1/ تقدير بنقطة كل من المتوسط الحسابي و التباين للمجتمع:

* المتوسط الحسابي للمجتمع: $\hat{U} = \bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20,9}{10} = 2,09$ (0,1)

* تباين المجتمع: $\hat{S}^2 = S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n-1} = \frac{0,9801}{9} = 0,1089$ (0,1)

2/ تعيين مجال المتوسط الحسابي للمجتمع بمستوى ثقة 95% علما أن المجتمع موزع طبيعيا، التباين مجهول وحجم العينة أقل من 30 فإن مجال الثقة له هو:

$U \in \left[\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S^2}{n}} ; \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{S^2}{n}}\right]$ (0,5)

$v = n - 1 = 9$

حيث: $1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05$ (0,5)

$t_{1-\frac{\alpha}{2},v} = t_{0,975;9} = 2,262$

$UC\left[2,09-(2,262)\sqrt{\frac{0,1089}{10}} \; ; \; 2,09+2,262\sqrt{\frac{0,1089}{10}}\right]$ ومنه: (0,5)

$UC\left[1,8539 \; ; \; 2,326\right]$ (0,5)

3/ تقدير مجال الثقة المناسبة للمجتمع σ^2 علمنا أن 95% هذا المجتمع موزع طبيعيا فإن مجال الثقة لـ σ^2 هو:

$$\sigma^2 \in \left[\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\nu}} \; ; \; \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\nu}}\right]$$ (0,5)

حيث:

$\nu = n-1 = 9$

$1-\alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05$

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2},\nu} = \chi^2_{0,025;9} = 19,02$ (0,25)

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2},\nu} = \chi^2_{0,975;9} = 2,70$

بالتالي: $\sigma^2 \in \left[\frac{9(0,1089)}{19,02} \; ; \; \frac{9(0,1089)}{2,7}\right] = \left[0,0515 \; ; \; 0,363\right]$ (0,25)

ثانيا:

1/ تقدير مجال ثنية الأنابيب الصدئة الحديدية بالمؤسسة عند مستوى ثقة 90%

لدينا: $n = 80,730$ فإن مجال الثقة لـ p هو:

$$p \in \left[\hat{p} - Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \; ; \; \hat{p} + Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right]$$

حيث: $\hat{p} = x/n = 4/80 = 0,05$

$\hat{q} = 1-\hat{p} = 0,95$

$1-\alpha = 0,9 \Rightarrow \alpha = 0,10$

$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,95} = 1,64$ (0,5)

ومنه: $p \in \left[0,05 - 1,64\sqrt{\frac{(0,05)(0,95)}{80}} \; ; \; 0,05 + 1,64\sqrt{\frac{(0,05)(0,95)}{80}}\right] = \left[0,0100 \; ; \; 0,0899\right]$

(0,5) (0,5)

2/ خطأ المعاينة المحتمل ارتكابه في تقدير نسبة الأنابيب المعدية المصنعة بالمؤسسة عند مستوى الثقة 99% هو:

$$d = \pm Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{pq}{n}} = \pm 1,64 \sqrt{\frac{(0,05)(0,95)}{80}} = \pm 0,039$$ ن0,5

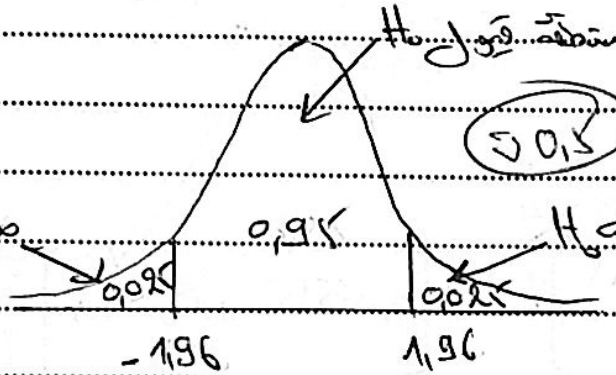
الحل المرسبة المراجع:

1/ صياغة الفرضيات: $\begin{cases} H_0 : U = U_0 \\ H_1 : U \neq U_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H_0 : U = 70 \\ H_1 : U \neq 70 \end{cases}$ (ن1)

2/ القيمة الجدولية: $\alpha = 0,05$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,975} = 1,96$$ (ن0,5)

$$-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = -Z_{0,975} = -1,96$$



3/ قيمة إحصائية الاختبار:

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - U_0}{\sqrt{\frac{S^2}{n}}} = \frac{73 - 70}{\sqrt{\frac{10^2}{81}}} = 2,7$$ (ن1)

4/ القرار:

نأخذ هذه القيمة الحسوبة (Z_0) تقع في منطقة رفض H_0 وتقبل الفرضية البديلة H_1 وهذا يعني أن معدل الحضور قد تغير هذا الموسم

(ن0,5)