

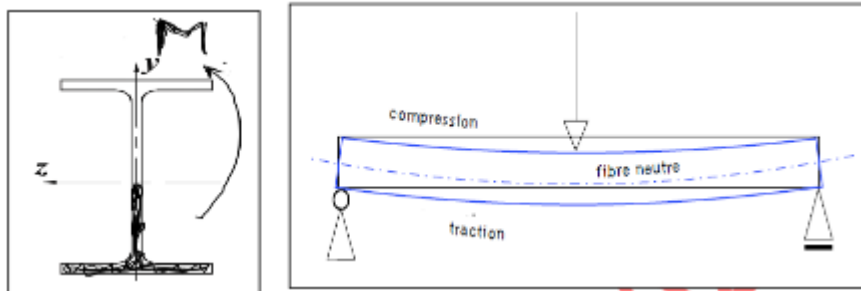
Chapitre5 : Calcul des éléments fléchis

Les éléments sollicités à la flexion simple dans les structures métalliques sont généralement les poutres qui transmettent les charges réparties sur les planchers aux poteaux.

La flexion peut être mono axiale si elle a une seule direction (un seul plan d'application), comme elle peut être biaxiale si elle est appliquée sur deux plans, c'est la flexion déviée.

1- Définition

Un moment de flexion (M), est un moment qui fait fléchir la poutre et séparer la section transversale en deux parties ; une comprimée et l'autre tendue).



2. CALCUL ET VERIFICATION SELON L'EC3

Soit une section sollicitée à la flexion simple dans une seule direction.

On cherche par les règles de l'RDM la section critique qui correspond au moment maximal (M), bien évidemment, après avoir déterminé les combinaisons de charges les plus défavorables à l'ELU (voir chapitre 2).

Les formulaires récapitulatifs de l'RDM **cités dans les pages (53-57)**, nous permettent de déterminer les sections critiques (dangereuses) pour chaque sollicitation ainsi que moment max (M_{max}), l'effort tranchant max (V_{max}) et la flèche max (f_{max}).

on distingue deux cas :

1- Moment fléchissant seul (sans effort tranchant, c'est-à-dire ($M \neq 0$ et $V = 0$))

2- Moment fléchissant avec effort tranchant (à la fois), c'est-à-dire ($M \neq 0$ et $V \neq 0$) .

La vérification selon l'EC3 se fait suivant les états limites

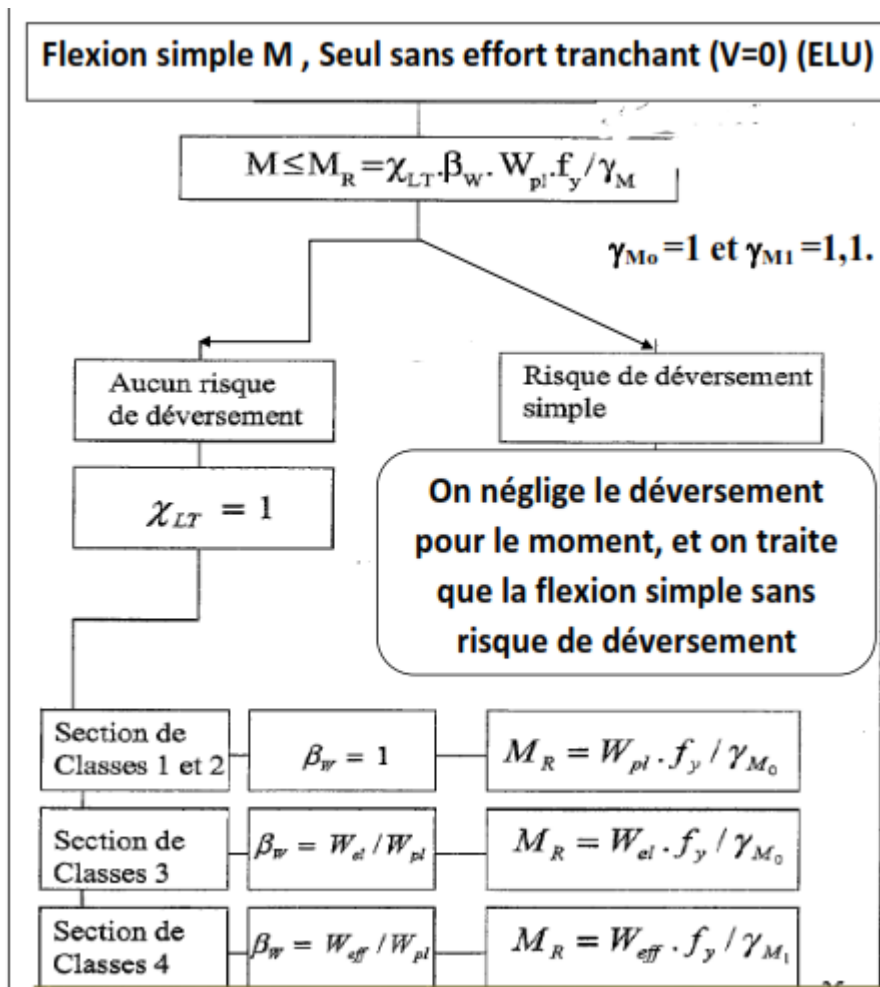
- L'état limite ultime (ELU), condition de résistance.
- l'état limite de service (ELS), condition de flèche.

2.1. VERIFICATION A L'ELU

2.1.1. CAS DE MOMENT SEUL (EFFORT TRANCHANT $V=0$)

Dans ce cas-là, pour que la section soit résistante, ce moment max (M), doit



Vérifier les conditions citées dans l'organigramme récapitulatif suivant :



NB : Le coté droit de l'organigramme nous ne concerne pas pour le moment car il traite le déversement, donc il sera négligé.

- Les classes des sections utilisées dans les poutres (IPE et HEA) sont données dans les tableaux (**pages 29, 30 chapitre 2**), et elles sont toutes de classes 1 et 2 sauf quelques exception. Donc on se limite de calcul pour les classes 1, 2 et 3
- Les sections de classe 4 ne seront pas traitées actuellement..
- Les coefficients de sécurité partiels : $\gamma_{M0} = 1$ et $\gamma_{M1} = 1,1$.
- Les caractéristiques géométriques des sections (W_{el} et W_{pl}), sont données dans les tableauxI(**à la fin du chapitre**)

➤ On prend (W_{ely} ou W_{elz}) ou (W_{ply} ou W_{plz}), selon la disposition de la section :

Cas courante (le sens le plus résistant :inertie max par rapport à yy)		W_{ely} ou W_{ply}
Cas rare (le sens de faible inertie par rapport zz)		W_{elz} ou W_{plz}

2.1.2. VERIFICATION DE LA FLECHE (à l'ELS)

➤ La flèche max (f_{max}) doit vérifier la condition suivante :

$$f_{max} = f_{adm}$$

➤ la flèche (f_{max}) est calculée par des combinaisons des charges à l'ELS, sans majorations des charges.

➤ la flèche (f_{max}) est calculée par les formulaires donnés par l'RDM selon l'état des charges et la nature des appuis (voir tableaux II)

➤ la flèche admissible (f_{adm}) est donnée selon la nature de l'élément structural en fonction de la longueur de la poutre (l)

Cas de structure	Flèche admissible max (δ_{adm})
Toitures en général	$\frac{l}{200}$
Toitures supportant fréquemment du personnel d'entretien	$\frac{l}{250}$
Planchers en général	$\frac{l}{250}$
Planchers et toitures supportant des cloisons en plâtre	$\frac{l}{250}$
Planchers supportant des poteaux	$\frac{l}{400}$

2.1.3. VERIFICATION DE L'EFFORT TRANCHANT SEUL (M=0 et V≠0) (à l'ELU)

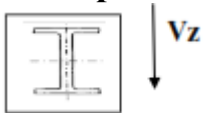
Soit (V) l'effort tranchant max (Tableaux II) cet effort doit vérifier la condition suivante :

Effort tranchant V

$$V \leq V_{pl} \text{ avec } V_{pl} = (f_y \cdot A_V) / (\sqrt{3} \cdot \gamma_{M_0})$$

A_V : l'aire de la section sollicitée à l'effort tranchant, elle est donnée aux tableaux des caractéristiques géométriques des sections ; (tableaux I)

➤ On prend $A_v(z)$ si la section est dans le sens d'inertie max si :

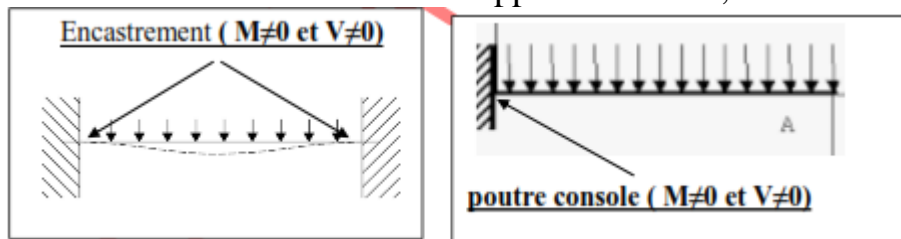


➤ On prend $A_v(y)$ si la section est dans le sens d'inertie min si :

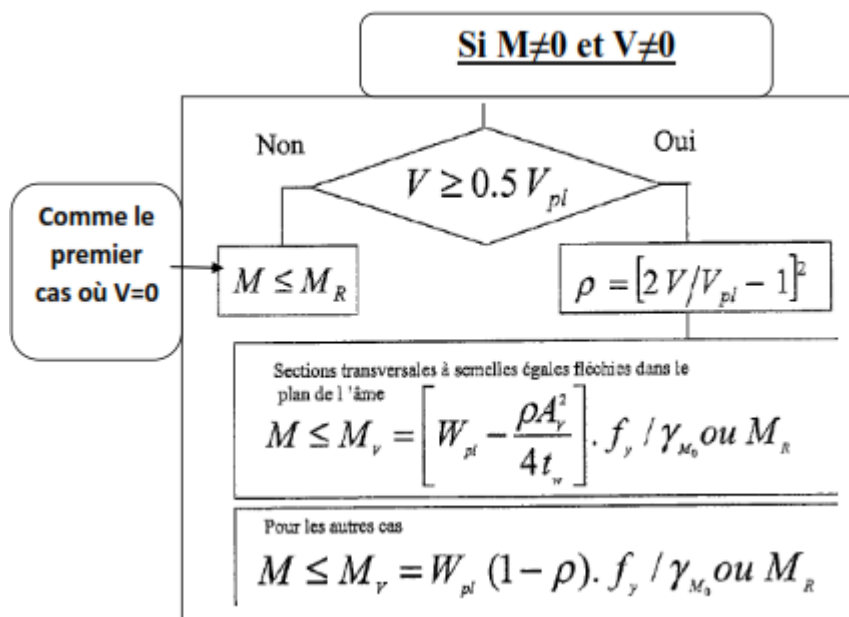


2.1.4. CAS DU MOMENT AVEC EFFORT TRANCHANT ($M \neq 0$ ET $V \neq 0$)

On peut rencontrer ce cas dans le cas des appuis encastres, à titre d'exemple :

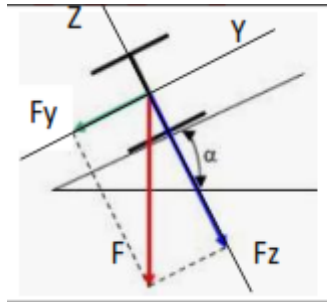


Dans ce cas là la vérification de la résistance au moment fléchissant sera comme suit :



3. FLEXION DEVIEE (BI -AXIALE OU OBLIQUE) (ELU)

La flexion est dite déviée, si elle a deux plans d'action. Elle est due à la déviation ou la composition de la charge ou à l'inclinaison de la section ou aux deux moments dans deux plans différents.



$$F_y = F \sin \alpha \text{ et } F_z = F \cos \alpha$$

$F_y \longrightarrow M_z$
 $F_z \longrightarrow M_y$

3.1. CALCUL ET VERIFICATION

Pour les sections en : IPE et en HEA de classe 1 ou 2 on doit vérifier :

Section de classe 1 et 2	$\frac{M_y}{W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}} + \frac{M_z}{W_{pl,z} \frac{f_y}{\gamma_{Mo}}} \leq 1$
--------------------------	--

3.2. VERIFICATION DE LA FLECHE (ELS)

On doit vérifier

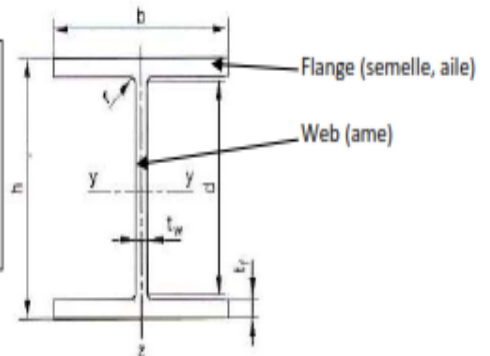
$$f_{\max} = f_{\text{adm}}$$

- Il faut vérifier chaque flèche à part :
- Sens (y) on a δ_y calculée par (Fz et Iz)
- Sens (Z) on a δ_z calculée par (Fy et Iz)

Tableaux I :

6. CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DES SECTIONS USUELLES

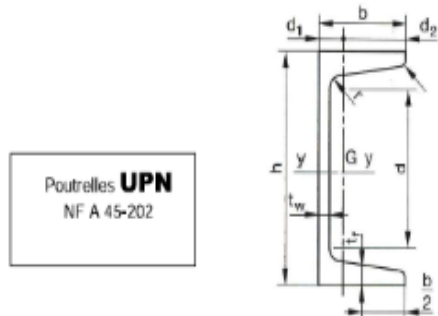
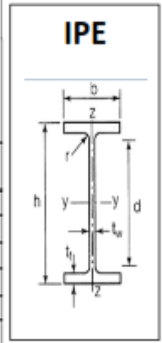
Les caractéristiques géométriques des sections usuelles (IPE, HEA, UPN, UAP) sont récapitulées dans les tableaux suivants :



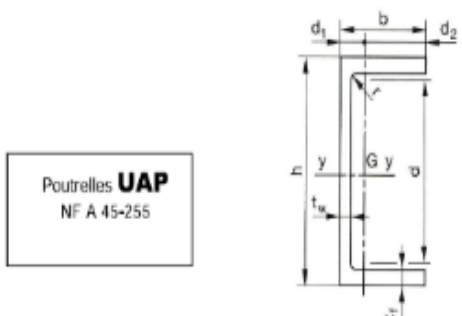
Poutrelles HEA (HEA 100 à 600)

	Dimensions						Masse par mètre P kg/m	Aire de la section Aire de cm ²	Surface de peinture		Caractéristiques de calcul									
	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	d mm			m ² /m	m ² /t	I _y cm ⁴	W _{ely} cm ³	i _y cm	W _{ply} cm ³	A _{vt} cm ²	I _z cm ⁴	W _{elz} cm ³	i _z cm	W _{plz} cm ³	A _{vy} cm ²
HEA 100	96	100	5.0	8.0	12	56	16.7	21.2	0.561	33.68	349.2	72.8	4.06	83.0	7.6	133.8	26.8	2.51	41.1	16.9
HEA 120	114	120	5.0	8.0	12	74	19.9	25.3	0.677	34.06	606.2	106.3	4.89	119.5	8.5	230.9	38.5	3.02	58.9	20.1
HEA 140	133	140	5.5	8.5	12	92	24.7	31.4	0.794	32.21	1033.1	155.4	5.73	173.5	10.1	389.3	55.6	3.52	84.8	24.8
HEA 160	152	160	6.0	9.0	15	104	33.4	38.8	0.906	29.78	1673.0	220.1	6.57	245.1	13.2	615.5	76.9	3.98	117.6	30.1
HEA 180	171	180	6.0	9.5	15	122	35.5	45.3	1.024	28.83	2510.3	293.6	7.45	324.9	14.5	924.6	102.7	4.52	156.5	35.5
HEA 200	190	200	6.5	10.0	18	134	42.3	53.8	1.136	26.89	3692.2	388.6	8.28	429.5	18.1	1335.6	133.6	4.98	203.8	41.6
HEA 220	210	220	7.0	11.0	18	152	50.5	64.5	1.255	24.85	5409.7	515.2	9.17	568.5	20.7	1954.5	177.7	5.51	270.6	50.2
HEA 240	230	240	7.5	12.0	21	164	60.3	76.8	1.369	22.70	7763.2	675.1	10.05	744.6	25.2	2768.9	230.7	6.00	351.7	59.7
HEA 260	250	260	7.5	12.5	24	177	68.2	86.8	1.484	21.77	10455	836.4	10.97	919.8	28.8	3668.2	282.6	6.50	430.2	67.4
HEA 280	270	280	8.0	13.0	24	196	76.4	97.3	1.603	20.99	13673	1012.8	11.86	1112.2	31.7	4763.0	340.2	7.00	518.1	75.4
HEA 300	290	300	8.5	14.0	27	208	88.3	112.5	1.717	19.43	18263	1259.6	12.74	1383.3	37.3	6310.5	420.7	7.49	641.2	87.0
HEA 320	310	300	9.0	15.5	27	225	96.6	124.4	1.756	17.98	22928	1479.3	13.58	1628.1	41.1	6985.8	465.7	7.49	709.7	96.2
HEA 340	330	300	9.5	16.5	27	243	104.8	133.5	1.795	17.13	27693	1678.4	14.40	1850.5	45.0	7436.3	495.8	7.46	755.9	102.5
HEA 360	350	300	10.0	17.5	27	261	112.1	142.8	1.834	16.36	33090	1890.8	15.22	2088.5	49.0	7886.8	525.8	7.43	802.3	108.7
HEA 400	390	300	11.0	19.0	27	298	124.8	159.0	1.912	15.32	45069	2311.3	16.84	2561.8	57.3	8563.1	570.9	7.34	872.9	118.2
HEA 450	440	300	11.5	21.0	27	344	139.8	178.0	2.011	14.39	63722	2896.4	18.92	3215.9	65.8	9464.2	630.9	7.29	965.1	130.4
HEA 500	490	300	12.0	23.0	27	390	155.1	197.5	2.110	13.60	86975	3550.0	20.98	3948.9	74.7	10365.6	91.0	7.24	1058.5	142.7
HEA 550	540	300	12.5	24.0	27	438	166.2	211.8	2.209	13.29	111932	4145.6	22.99	4321.8	83.7	10817.2	721.1	7.15	1106.9	148.6
HEA 600	590	300	13.0	25.0	27	486	177.8	226.5	2.308	12.98	141208	4786.7	24.97	5350.4	93.2	11269.1	751.3	7.05	1155.7	155.2

Profil IPE	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	Masse par mètre P kg/m	Aire de la section A cm²	Moment quadrati- que I _y cm⁴	Module de résistance élastique à la flexion W _{el,y} cm³	Rayon de giration i _y cm	2 × S _y Module plastique W _{pl,y} cm³	A _{re} cm²	I _z cm⁴	W _{el,z} cm³	i _z cm	2 × S _z	
																W _{pl,z} cm³	A _{cy} cm²
80	80	45	3,8	5,2	5	6,0	7,64	80,1	20,0	3,24	23,2	3,6	8,48	3,69	1,05	5,8	5,1
100	100	55	4,1	5,7	7	8,1	10,3	171,0	34,2	4,07	39,4	5,1	15,91	5,78	1,24	9,1	6,7
120	120	64	4,4	6,3	7	10,4	13,2	317,8	53,0	4,90	60,7	6,3	27,55	8,64	1,45	13,6	8,6
140	140	73	4,7	6,9	7	12,9	16,4	541,2	77,3	5,74	88,3	7,6	44,90	12,30	1,65	19,2	10,6
160	160	82	5,0	7,4	9	15,8	20,1	869,3	108,7	6,58	123,9	9,7	68,28	16,65	1,84	25,1	12,8
180	180	91	5,3	8,0	9	18,8	23,9	1 317,0	146,3	7,42	166,4	11,3	10,81	22,16	2,05	34,6	15,3
200	200	100	5,6	8,5	12	22,4	28,5	1 943,2	194,3	8,26	220,6	14,0	142,31	28,46	2,24	44,6	18
220	220	110	5,9	9,2	12	25,2	33,4	2 771,8	252,0	9,11	285,4	15,9	204,81	37,24	2,48	58,1	21,3
240	240	120	6,2	9,8	15	30,7	39,1	3 891,6	324,3	9,97	366,6	19,1	283,58	47,26	2,69	73,9	14,8
270	270	135	6,6	10,2	15	35,1	45,9	5 789,8	428,9	11,23	484,0	22,1	419,77	62,19	3,02	97,0	29
300	300	150	7,1	10,7	15	42,2	53,8	8 356,1	557,1	12,46	628,4	25,7	603,62	80,48	3,35	125,2	33,7
330	330	160	7,5	11,5	18	49,1	62,6	11 766,9	713,1	13,71	804,3	30,8	788,00	98,50	3,55	153,7	38,7
360	360	170	8,0	12,7	18	57,1	72,7	16 265,6	903,6	14,95	1 019,1	35,1	1 043,20	122,73	3,79	191,1	45,3
400	400	180	8,6	13,5	21	66,3	84,5	23 128,4	1 156,4	16,55	1 307,1	42,7	1 317,58	146,40	3,95	229,0	51,1
450	450	190	9,4	14,6	21	77,6	98,8	33 742,9	1 499,7	18,48	1 701,8	50,8	1 675,35	176,35	4,12	276,4	58,3
500	500	200	10,2	16,0	21	90,7	116	48 198,5	1 927,9	20,43	2 194,1	59,9	2 140,90	214,09	4,30	335,9	67,2
550	550	210	11,1	17,2	24	106	134	67 116,5	2 440,6	22,35	1 390	72,3	2 666,49	253,95	4,45	400,5	75,1
600	600	220	12,0	19,0	24	122	156	92 083,5	3 069,4	24,30	1 760	83,8	3 385,78	307,80	4,66	485,6	87,9



Poutrelles **UPN**
NF A 45-202



Poutrelles **UAP**
NF A 45-255

	Dimensions						Masse par mètre P kg/m	Aire de la section A cm²	Surface de peinture		Caractéristiques de calcul									
	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	d mm			m²/m	m²/t	I _y cm⁴	W _{el,y} cm³	i _y cm	W _{pl,y} cm³	A _{re} cm²	I _z cm⁴	W _{el,z} cm³	i _z cm	W _{pl,z} cm³	A _{cy} cm²
UPN 80	80	45	6,0	8,0	8,0	47	8,7	11,0	0,313	36,2	196	26,5	3,1	31,8	5,10	19,4	6,4	1,33	12,1	
UPN 100	100	50	6,0	8,5	8,5	64	10,6	13,5	0,372	35,2	206	41,2	3,9	49,0	6,46	29,3	8,5	1,47	16,2	
UPN 120	120	55	7,0	9,0	9,0	82	13,3	17,0	0,429	32,2	364	60,7	4,6	72,6	8,80	43,2	11,1	1,59	21,2	
UPN 140	140	60	7,0	10,0	10,0	98	16,0	20,4	0,487	30,5	605	86,4	5,5	103,0	10,41	62,7	14,8	1,75	28,3	
UPN 160	160	65	7,5	10,5	10,5	116	18,9	24,0	0,545	28,9	925	116,0	6,2	138,0	12,60	85,3	18,3	1,89	35,2	
UPN 180	180	70	8,0	11,0	11,0	133	21,9	27,9	0,602	27,5	1350	160,0	7,0	179,0	15,09	114	22,4	2,02	42,9	
UPN 200	200	75	8,5	11,5	11,5	151	25,2	32,2	0,660	26,1	1910	191,0	7,7	228,0	17,71	148	27,0	2,14	51,8	
UPN 220	220	80	9,0	12,5	12,5	167	29,4	37,4	0,718	24,4	2690	245,0	8,5	292,0	20,62	197	33,6	2,30	64,1	
UPN 240	240	85	9,5	13,0	13,0	185	33,2	42,3	0,775	23,4	3600	300,0	9,2	358,0	23,71	248	39,6	2,42	75,7	
UPN 260	260	90	10,0	14,0	14,0	201	37,9	48,3	0,832	22,0	4820	371,0	10,0	442,0	27,12	317	47,7	2,56	91,6	
UPN 280	280	95	10,0	15,0	15,0	216	41,9	53,4	0,891	21,2	6280	448,0	10,9	532,0	29,28	399	57,2	2,74	109,0	
UPN 300	300	100	10,0	16,0	16,0	231	46,1	58,8	0,948	20,5	8030	535,0	11,7	632,0	31,77	495	67,8	2,90	130,0	

	Dimensions						Masse par mètre P kg/m	Aire de la section A cm²	Surface de peinture		Caractéristiques de calcul									
	h mm	b mm	t _w mm	t _f mm	r mm	d mm			m²/m	m²/t	I _y cm⁴	W _{el,y} cm³	i _y cm	W _{pl,y} cm³	A _{re} cm²	I _z cm⁴	W _{el,z} cm³	i _z cm	W _{pl,z} cm³	A _{cy} cm²
UAP 80	80	45	5,0	8,0	8,0	48	8,38	10,67	0,323	38,56	107,13	26,78	3,17	31,87	4,51	21,33	7,38	1,41	13,70	7,20
UAP 100	100	50	5,5	8,5	8,5	66	10,50	13,38	0,382	36,35	209,50	41,90	3,96	49,59	6,07	32,83	9,95	1,57	18,54	8,50
UAP 130	130	55	6,0	9,5	9,5	92	13,74	17,50	0,460	33,48	459,56	70,70	5,12	83,51	8,52	51,34	13,78	1,71	25,64	10,45
UAP 150	150	65	7,0	10,3	10,3	109	17,93	22,85	0,537	29,96	796,06	106,14	5,90	125,27	11,29	93,25	20,97	2,02	38,91	13,33
UAP 175	175	70	7,5	10,8	10,8	132	21,24	27,06	0,606	28,52	1270,00	145,14	6,85	171,47	13,97	126,36	25,92	2,16	47,62	15,05
UAP 200	200	75	8,0	11,5	11,5	154	25,10	31,98	0,674	26,86	1945,90	194,59	7,80	230,12	16,97	169,69	32,13	2,30	58,49	17,25
UAP 220	220	80	8,0	12,5	12,5	170	28,47	36,27	0,733	25,75	2709,90	246,36	8,64	289,90	18,83	222,31	39,68	2,48	72,78	20,00
UAP 250	250	85	9,0	13,5	13,5	196	34,38	43,80	0,810	23,57	4136,40	330,91	9,72	391,76	23,89	296,44	48,87	2,60	87,64	22,95
UAP 300	300	100	9,5	16,0	16,0	236	45,97	58,56	0,967	21,04	8170,20	544,68	11,81	630,31	30,64	362,07	70,88	3,10	146,23	32,00

Tableaux II :

Formulaire (RDM) des poutres droites isostatiques et Hyperstatiques : réactions d'appuis, effort tranchant, moment Fléchissant, flèches.

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	V_y	M_z	f
	$Y_A = \frac{F}{2}$	$Y_B = \frac{F}{2}$			$f_{\max}(\frac{l}{2}) = \frac{-F l^3}{48 E I_z}$
	$Y_A = \frac{F \cdot b}{l}$	$Y_B = \frac{F \cdot a}{l}$			$f(\frac{l}{2}) = \frac{-F a}{2 E I_z} (\frac{l^2}{8} - a^2)$
	$Y_A = \frac{q \cdot l}{2}$	$Y_B = \frac{q \cdot l}{2}$			$f_{\max}(\frac{l}{2}) = \frac{-5q l^4}{384 E I_z}$
	$Y_A = -\frac{C}{l}$	$Y_B = \frac{C}{l}$			$f(\frac{l}{2}) = \frac{-C l^2}{16 E I_z}$ $f_{\max}(x_1) = \frac{-C l^2}{27 E I_z}$ avec $x_1 = 0,423 l$

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	V_y	M_z	f
	$Y_A = -\frac{C}{l}$	$Y_B = \frac{C}{l}$			$f(a) = \frac{-C a b (b - a)}{3 E I_z l}$
	$Y_A = F$ $M_A = F l$	-			$f_{\max}(l) = \frac{-F l^3}{3 E I_z}$
	$Y_A = F$ $M_A = F a$	-			$f_{\max}(l) = \frac{-F a^2}{6 E I_z} (3l - a)$
	$Y_A = q l$ $M_A = \frac{q l^2}{2}$	-			$f_{\max}(l) = \frac{-q l^4}{8 E I_z}$

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	V_Y	M_Z	f
	$Y_A = \frac{11F}{16}$ $M_A = -\frac{3Fl}{16}$	$Y_B = \frac{5F}{16}$			$f\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{7Fl^3}{768 EI_Z}$
	$Y_A = \frac{Fb}{2l^3} (3l^2 - b^2)$ $M_A = \frac{Fa}{2l^2} (l^2 - a^2)$	$Y_B = \frac{Fa^2}{2l^3} (2l + b)$			$f(a) = -\frac{Fa^2b^2}{12EI_Z l^3} (3l + b)$
	$Y_A = \frac{5ql}{8}$ $M_A = \frac{ql^2}{8}$	$Y_B = \frac{3ql}{8}$			$f\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{ql^4}{192 EI_Z}$
	$Y_A = -\frac{3C}{2l^3} (l^2 - b^2)$ $M_A = \frac{C}{2l^2} (l^2 - 3b^2)$	$Y_B = \frac{3C}{2l^3} (l^2 - b^2)$			

Cas Schéma Mécanique	Actions aux liaisons		Diagramme Effort tranchant	Diagramme Moment fléchissant	Flèche
	en A	en B	V_Y	M_Z	f
	$Y_A = \frac{F}{2}$ $M_A = -\frac{Fl}{8}$	$Y_B = \frac{F}{2}$ $M_B = -\frac{Fl}{8}$			$f_{\max}\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{Fl^3}{192 EI_Z}$
	$Y_A = \frac{Fb^2}{l^3} (3a + b)$ $M_A = \frac{Fab^2}{l^2}$	$Y_B = \frac{Fa^2}{l^3} (3b + a)$ $M_B = -\frac{Fa^2b}{l^2}$			$f(a) = -\frac{Fa^3b^3}{3 EI_Z l^3}$
	$Y_A = \frac{ql}{2}$ $M_A = \frac{ql^2}{12}$	$Y_B = \frac{ql}{2}$ $M_B = -\frac{ql^2}{12}$			$f_{\max}\left(\frac{l}{2}\right) = -\frac{ql^4}{384 EI_Z}$
	$Y_A = -\frac{6Cab}{l^3}$ $M_A = \frac{Cb(2l-3b)}{l^2}$	$Y_B = \frac{6Cab}{l^3}$ $M_B = -\frac{Ca(3a-2l)}{l^2}$			

■ HYPERSTATIQUE DEGRÉ 1			
Schéma mécanique	Actions aux liaisons	Flèche : f	
	$Y_A = \frac{3ql}{8}$ $Y_B = \frac{5ql}{4}$ $Y_C = Y_A$	$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{ql^4}{192 EI_z}$	
	Effort tranchant : V_Y 	Moment fléchissant : M_Z 	
■ HYPERSTATIQUE DEGRÉ 2			
Schéma mécanique	Actions aux liaisons	Flèche : f	
	$Y_A = \frac{2ql}{5}$ $Y_B = \frac{11ql}{10}$ $Y_C = Y_B$ $Y_D = Y_A$	$f\left(\frac{\ell}{2}\right) = \frac{27ql^4}{4.000 EI_z}$ $f\left(\frac{3\ell}{2}\right) = \frac{13ql^4}{25.000 EI_z}$	
	Effort tranchant : V_Y 	Moment fléchissant : M_Z 	