المقطع الأول

مدخل إلى علم بحوث العمليات .

1- نبذة تاريخية عن نشاءة علم بحوث العمليات :

تعتبر بحوث العمليات من الناحية التاريخية إمتداد للإتجاه العلمي في الإدارة .

سميت بحوث العمليات لكون أولى البحوث و تطبيقاتها في هذا المجال كانت على العمليات الحربية ، حيث أن أول من إستخدم الأساليب العلمية في الإدارة هو فريدريك تايلور من خلال تجاربه التي أجراها في شركة الصلب الأمريكية ، إلا أن البداية الحقيقة كانت خلال الحرب العالمية 2 ، عندما دعت الإدارة العسكرية (الأمريكية) الانجليزية فريقا من العلماء من جامعة مانشيستر لدراسة المشاكل التقنية و الإستراتيجية المتعلقة بالدفاعين الجوي و الأرضي لبريطانيا و كان هدف الفريق هو الاستخدام الأمثل للموارد الحربية الممدودة ، وقد أوى ذلك إلى نتائج جيدة ، مما دفع بإدارة الحرب الأمريكية إلى إجراء أبحاث مماثلة و واصلو البحث في هذا المجال من خلال وكالة بحوث العمليات .

ونظرا لنجاح هذا الأسلوب في إدارة العمليات الحربية فقد تم فعله للإدارة الندنية و بخاصة إلى إدارة الأعمال و المشاريع الاقتصادية ، وقد قام في بريطانيا فريق من الباحثين بتأسيس نادي بحوث العمليات سنة 1948 و الذي حول جبهة بحوث العمليات للمملكة المتحدة و التي أصدرت أول مجلة علمية ربع سنوية سنة 1950 كما تم تأسيس جمعية بحوث العمليات العسكرية سنة 1950 ، وقد أصدرت الجمعية أول مجلة لها هي مجلة بحوث العمليات سنة 1950 ، و هذا ما ساعد على شق الطريق لتنمية هذا الأسلوب و انتشار هذا العلم .

2- ماهي بحوث العمليات : نظرا لاستعمالها في مجالات مختلفة فقد تعددت التعاريف المقدمة لها فهناك من يعرفها بأنها المصطلح الذي يطلق على عملية صنع القرار المبنية على المنهج العلمي لهدف الوصول إلى الحل الأمثل في حدود الموارد المتاحة ، وقد عرفتها جمعية البحوث البريطانية على أنها إستخدام الأساليب العلمية لحل المشاكل المعقدة في إدارة الأنظمة الكبرى من (المعدات ،الموارد الأولية ، القوى العاملة ، الأموال ، المؤسسات ،....) ، وقد قدمت جمعية البحوث الأمريكية تعريفا آخر يقول : تهتم بحوث العمليات بالتقرير العلمي عن كيفية الحصول على أفضل تصميم و تشغيل المنظومة الألة و الإنسان في ظروف تحتاج في العادة إلى تخصيص الموارد النادرة .

3- مجالات تطبيق بحوث العمليات : يمكن تطبيق بحوث العمليات بشكل عام حيث ما وجدت المشاكل التي تبحث عن الأمثلة سواء كانت مدنية أو عسكرية و فيما يلي نستذكر بعض من مجالاتها :

- ✓ **المجالات الإدارية :** حيث يوفر هذا العلم المعلومات و المعطيات اللازمة لإتخاذ القرار المناسب في الوقت المناسب .
- ✓ **مجال الانتاج ، التصنيع ، البيع :** بأقل التكاليف و بأكبر العوائد .
- ✓ **مجال النقل و التوزيع :** بإختيار الطريق الأمثل من حيث السرقة أو الأمان أو التكلفة أو من كل هذه الطرق مجتمعة لتوصيل البضائع إلى نقاط التوزيع أو الزبائن .
- ✓ **مجال التوظيف و التعيين :** من خلال إختيار الشخص المناسب للوظيفة الملائمة .
- ✓ **مجال التخطيط :** من خلال جدولة الأنشطة بالشكل الأمثل ، مثل جدولة حركة القاطرات ، حركة المرور و تقليل الزحام ، تحديد الأمكنة لإقامة المشاريع ...

4- أساليب بحوث العمليات :

من أهم الأساليب المستخدمة و المعروفة في الواقع العلمي :

أ- **أسلوب المحاكاة :** و تكون من خلال تقليد المشاكل و المشاريع الواقعة المشابهة و تمثيل عناصرها الرئيسية و نستفيد منها حينما يتعذر إجراء تجارب على النظام في أرض الواقع (مكلف ، مخاطرة..)

ب- **نظم التخزين (نماذج التخزين) :** و هو فرع من فروع بحوث العمليات و الذي يهتم بتصميم نماذج و نظم التخزين لتقليص التكاليف .

ت- **نظرية صفوف الإنتظار :** و تسمى نظرية الطوابير و هدفها التقليل من مدة الانتظار في الطابور و ذلك من خلال زيادة كفاءة الخدمة الخاصة في لحظات الذروة .

ث- **شبكات الأعمال :** و تفيد في مساعدة المسير في تخطيط و جدولة العمليات المختلفة اللازمة لأداء عملية معينة بحيث يتم تنفيذها بأعلى كفاية ممكنة و هي شائعة في برمجة إنجاز المشاريع الكبرى حيث تسمح بالتحكم في وقت إنجاز مختلف أنشطة المشروع .

و غيرها من الأساليب الأخرى المستعلمة في بحوث العمليات كالبرمجة الخطية و نظرية المباريات...

I. البرمجة الخطية :

و المقصود بها أسلوب رياضي يستخدم في إيجاد الحل الأمثل لكيفية استخدام المشروع لموارده ، ويقصد بكلمة برمجة صياغة الأسلوب الرياضي ، وكلمة خطية فتعني استخدام معادلات خطية كشرط أساسي لبناء النموذج و من المجالات التي تطرقت لها البرمجة الخطية على سبيل المثال ، تخطيط الإستثمار ، تخطيط الإنتاج ، مشاكل النقل .

1- كيفية (كيف) تتكون المشكلة :

لابد أن تتوفر في المشكلة مجموعة من الشروط حتى يمكن حلها بطريقة البرمجة الخطية :

- إمكانية حل هذه المشكلة كميا حيث أن بحوث العمليات لا تعنى بالجانب الوصفي.
- لابد ان يكون لهذه المشكلة حل هدف معين إما تعظيم أو تدنية
- لابد من وجود قيود وهي الموارد المتاحة و المحدودة .
- وجود جملة من المتغيرات التي تتأثر بالقرارات

كل هذه النقاط مجتمعة تمكننا من تحديد أبعاد هذه المشكلة لذلك فإن تكوين المشكلة و التعرف على أبعادها هو حجز الزاوية في الانطلاق نحو الحل الأفضل في البرمجة الخطية .

2- صياغة النموذج الرياضي :

إن بناء النموذج الرياضي لأي مشكلة لابد أن يمر بالمراحل التالية .

- تحديد متغيرات القرار $x_1 \; x_2 \ldots x_n$,
- تحديد دالة الهدف Z
- تحديد القيود المفروضة على النموذج
- شرط عدم السلبية ، أي أن متغيرات القرار يجب دائما و أبدا أن تكون أكبر أو يساوي الصفر

الصغة العامة للنموذج الرياضي :

<u>في حالة التعظيم</u>

$$\text{Max } Z=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{S/c} \quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_1 + \cdots a_{1n}x_n \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \leq b_2 \\ \qquad\qquad . \\ \qquad\qquad . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \ldots a_{mn}x_n \leq b_m \end{cases}$$

$x_1 \qquad , x_2,.. \; x_n \geq 0$

حيث :

Max تعني تعظم maximation و مفادها جعل الدالة Z في أعظم قيمة لها .

$x_1 \; x_2,\ldots.. \; x_n$, هي متغيرات البرنامج المطلوب البحث عن قيمتها و يشترط أن لا تكون سالبة .

c_j: معاملات الدالة المراد تعظيمها و هي الربح أو التكلفة الوحدوية (دالة الهدف)

a_{ij}: معاملات القيود

n:عدد متغيرات البرنامج ، m: عدد القيود

b_i : الموارد و هي ثوابت يشترط أن تكون موجبة

ويمكن كتابة هذا النموذج على الشكل المصفوفي

$$\text{Max Z} = [c_1, c_2, .. c_n]\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix}$$

$$\text{s/c} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12}.. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22}.. & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2}.. & a_{mn} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_m \end{bmatrix} , \left[\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_n \end{bmatrix}\right] \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

الحالة التدنية :

$$\text{Min Z}=\sum_{j=1}^{n} CjXj$$

$$\text{S/c} \quad \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \qquad\qquad . \\ \qquad\qquad . \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 \ldots a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases}$$

$, x_2, .. x_n \geq 0\ x_1$

<u>مثال :</u>

لنفترض أن هناك مصنع يقوم بإنتاج نوعين من السلع ، سلعة 1 و سلعة 2 ، و هاتين السلعتين يتطلب إنتاجهما مرورهما على قسمين ، قسم A و قسم B .

الطاقة الإنتاجية للقسم A هي بالساعات 60 ساعة

الطاقة الإنتاجية للقسم Bهي 48 ساعة

السلعة الأولى تحتاج لأربعة ساعات في القسم A و ساعتين في القسم B

السلعة الثانية تحتاج ساعتين في القسم A و أربع ساعات في القسم B

مع العلم أن العائد من كل وحدة من السلعة 1 هو 8 دينار و من السلعة 2 هو 6 دينار

الطلوب : أكتب النموذج الرياضي لهذه المشكلة حتى يكون العائد اكبر ما يمكن

<u>الحل :</u>

صياغة النموذج الرياضي :

1- متغيرات القرار :

X1 : عدد الوحدات من السلعة 1 .

X2 : عدد الوحدات من السلعة 2 .

2- دالة الهدف :

و هي المعادلة التي تدل على الهدف المراد الوصول اليه و هو في هذا المثال تعظم الأرباح ، فإن كانت Z هي ذالك الربح فإن دالة الهدف تكون كالآتي :

Max Z = 8 x_1+ 6 x_2

ويمكن قراءة دالة الهدف كالآتي :

كم يجب أن ننتج من وحدات السلعة 1 و 2 حتى يتحقق أعلى عائد مع العلم أن العائد على السلعة 1 هو 8 دينار و السلعة 2 هو 6 د .

3- معادلات القيود :

و هي معادلات التي تعبر عن الظروف التي في ظلها أو في حدودها يتم الإنتاج

$$s/c \begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 \leq 60 & \text{القسم a} \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 \leq 48 & \text{القسم} b \end{cases}$$

3- حل البرنامج الخطي بيانيا :

و نعني بحل البرنامج الخطي، إيجاد قيم المتغيرات التي تجعل دالة الهدف في أمثل قيمة لها دون تجاوز حدود القيود ، ويمكن إيجاد حل للبرنامج الخطي بطريقتين :

- الطريقة البيانية : وهي شائعة الإستخدام فقط في البرامج التي تحتوي على متغيرين على الأكثر
- طريقة السمبلكس: و هي طريقة تستعمل مهما كان عدد متغيرات البرنامج. و هنا سوف نتطرق لطريقة الحل البياني .

أولا : حالة التعظيم :

لحل برنامج التعظيم لابد من إتباع الخطوات التالية :

1- نحول كل متراجحات القيود الى معادلات
2- نرسم الخطوط المستقيمة لهذه المعادلات
3- نقوم بشطب المناطق يمين المستقيمات لأنها لا تحقق القيودهذا في حالة التعظيم وفيما إذا كانت القيود كلها أصغر أو يساوي ونشطب يسارها اذا كانت القيود اكبر أو يساوي .
4- تحديد المنطقة التي تحقق جميع القيود (منطقة الحلول الممكنة)
5- تحديد نقطة الحل الأمثل : هناك طريقتين :

1- طريقة سحب مستقيم دالة الهدف.

أولا :نجعل دالة الهدف مساوية للصفر ، ونرسم مستقيم هذه المعادلة على نفس المعلم و نسميه (Δ) .

ثانيا: نقوم بتحريك المستقيم (Δ) مرورا بنقطة المبدأ بإتجاه رؤوس منطقة الحل ، وآخر نقطة يمر عليها هذا المستقيم هي النقطة التي تحقق أكبر قيمة لدالة الهدف ، ثم نقوم بتحديد إحداثيات هذه النقطة إما بيانيا أو جبريا

ملاحظة :

في حالة عدم التمكن من تحديد آخر نقطة يصل إليها المستقيم (Δ) ، لعدم القدرة على تميزها من النقاط الآخرى نقوم بتعويض إحداثيات النقاط المشتبه فيها في دالة الهدف و منها نحدد النقطة التي تعطي أعظم قيمة لدالة الهدف .

2- طريقة تحديد زوايا منطقة الحل :

حيث نقوم بتعويض إحداثيات الزوايا منطقة الحل في دالة الهدف و نقطة الحل الأمثل هي التي تحقق أعلى قيمة في دالة الهدف

Max : Z = 8 x_1+ 6 x_2

$$s/c \begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 & \leq & 60 \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 & \leq & 48 \end{cases}$$

x_1 , $x_2 \geq 0$

1- تحويل المتراجحات الى معادلات :

$$4\,x_1 + 2\,x_2 = 60 \ldots\ldots\ldots 1$$
$$2\,x_1 + 4\,x_2 = 48 \ldots\ldots\ldots 2$$

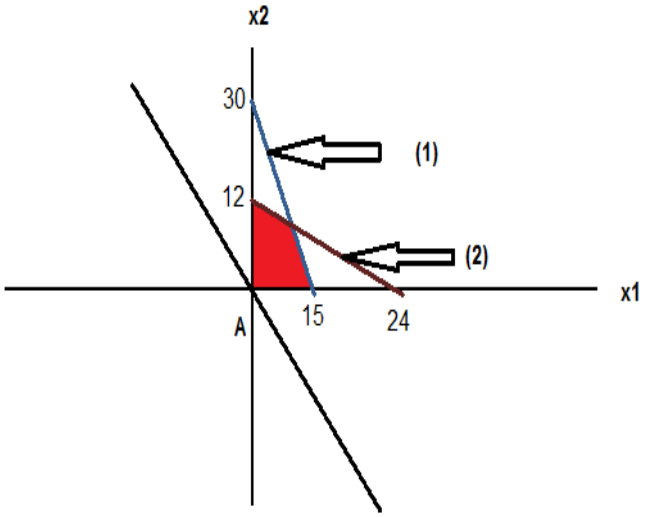
2- نقوم بإيجاد قيمة المتغيرين $x_1 . x_2$ من كل معادلة على حدا

المعادلة 1 : $x_2 = 0\ x_1 = 15$ ، $x_1 = 0\ x_2 = 30$

المعادلة 2 : $x_2 = 0\ x_1 = 24$ ، $x_1 = 0\ x_2 = 12$

x_1	0	15
x_2	30	0

x_1	0	24
x_2	12	0



اذن منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة الناتجة عن دمج المنطقتين اللتين تحققان القيدين (1) و (2)

3- نقوم برسم مستقيم دالة الهدف مسالاتل

A(0 ,0) ; E (3,-4) $8\,x_1 + 6\,x_2 = 0$

$\Longleftrightarrow 8\,x_1 = -6\,x_2 = -3\,x_2$

عند سحب المستقيم ($\triangle$) نحو الآعلى نجد أن أخر نقطة يمر بها في منطقة الحلول الممكنة هي النقطة (C) .

$Z = 8\,x_1 + 6\,x_2$

نقوم بإيجاد إحداثيات النقطة c .

النقطة c ناجمة عن تقاطع المستقيمن (1) و (2) :

$$\begin{cases} 4\,x_1 + 2\,x_2 = 60 \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 = 48 \end{cases}$$

نقوم بضرب المعادلة (1) في العدد 2 ثم نطرح منها المعادلة (2)

$$\begin{cases} 8\,x_1 + 4\,x_2 = 120 \\ 2\,x_1 + 4\,x_2 = 48 \end{cases}$$

$6\,x_1 = 72 \qquad x_1 = 12$

نعوض قيمة x_1 في المعادلة(1) نجد $x_2 = 6$

نقوم بتعويض إحداثيات النقطة (6; 12) c في دالة الهدف نجد :

Z= 8*12+6*6 = 96+36 = 132

إذن أعظم قيمة يمكن أن تأخذها دالة الهدف في حدود الإمكانيات المتاحة هي Z=132 بحيث :

4*12+02*6=60

تم استنفاذ كل الطاقة المتاحة في القسم A و القسم B

4*12+4*6=48

ثانيا : حالة التدنية :

الفرق بين هذه الحالة و حالة التعظيم هو أننا نقوم بشطب المناطق التي تكون يسار المستقيمات الممثلة لمعادلات القيود ، ونقطة الحل الأمثل هي أول نقطة تلامس مستقيم دالة الهدف عند سحبه من نقطة المبداء

مثال :

أوجد الحل الأمثل للبرنامج التالي بالطريقة البيانية :

Min z = $10\,x_1 + 30\,x_2$

s/c $\begin{cases} 3\,x_1 + 2\,x_2 \geq 6 \\ 6\,x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_2 \geq 2 \end{cases}$

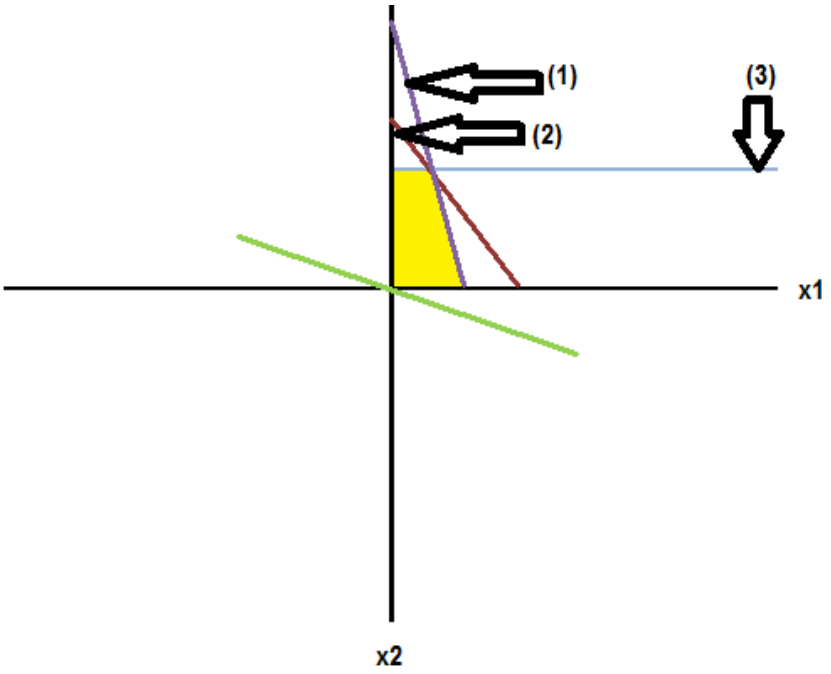
$3\,x_1 + 2\,x_2 = 6 \ldots..1$
$6\,x_1 + x_2 = 6 \ldots\ldots.2$
$x_2 = 2 \ldots\ldots\ldots..3$

$x_1 \geq 0 \qquad x_2 \geq 0$

x_1	0	2
x_2	3	0

x_1	0	1
x_2	6	0

x_1	0	3
x_2	6	-1



من خلال الرسم نلاحظ أن منطقة الحل الأمثل هي المنطقة غير المشطبة و بالتالي عندما نمرر خط دالة الهدف على زوايا منطقة الحل و هما النقطتين A و B نجد أن اول نقطة يلامسها المستقيم هي النقطة A ، وهي التي تحقق لنا أول تكلفة .

إذن : لتحديد إحداثيات النقطة A.

A تقع على المستقيم الثالث و هو $x_2 = 2$ إذن نقوم بتعويض هذه القيمة في إحدى المعادلتين ، لأن كلا المستقيمن يتقطعان في النقطة A .

$6\,x_1 + 2 = 6 \quad x_1 = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

إذن نعوض A في دالة الهدف :

$Z=10(\frac{2}{3}) + 30(2) = \frac{200}{3}$

حالات خاصة في الحل البياني :

أولا : لدالة الهدف عدد لا نهائي من الحلول :

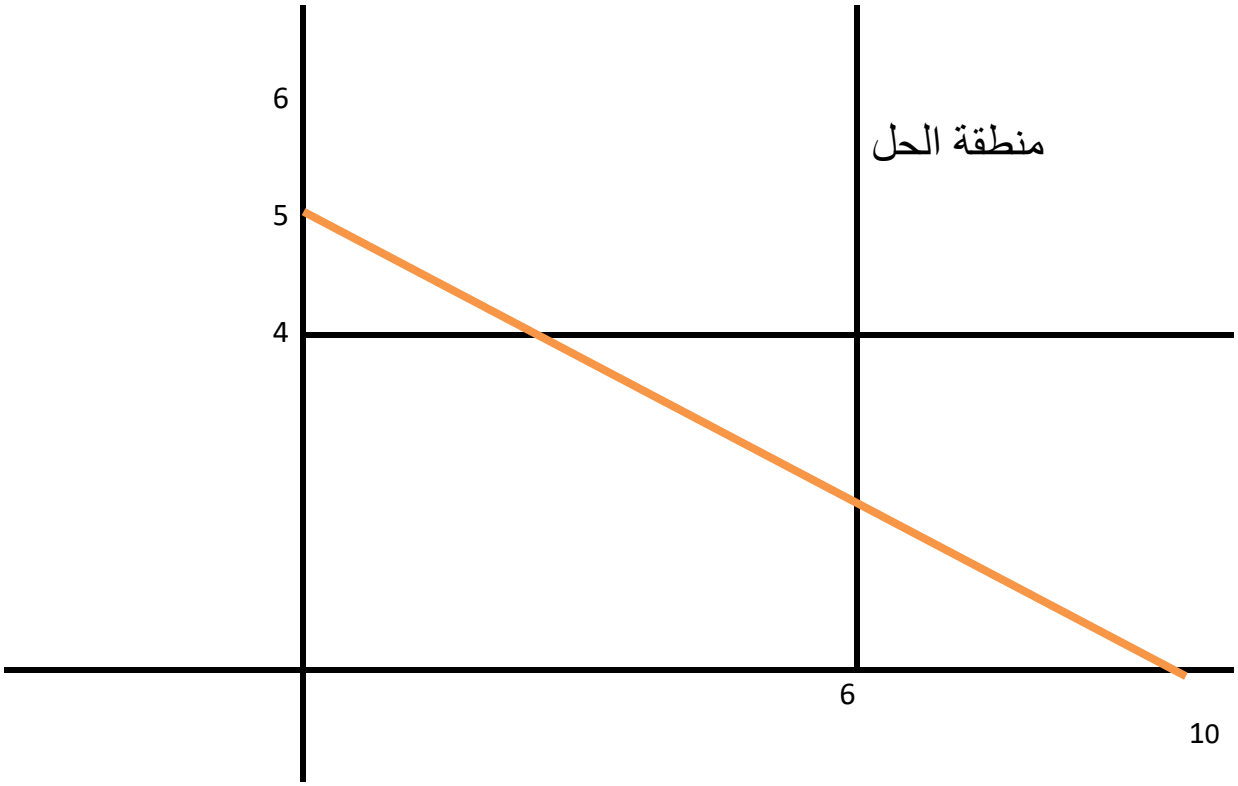
في حالة التعظيم تكون غالبية القيود أقل أو يساوي مقدار ثابت ، غير أنه في بعض الأحيان يكون هناك تناقض بين بين دالة الهدف و القيود فتكون هذه الآخيرة كلها أكبر أو يساوي في حالة التعظيم و هذا ما يجعل دالة الهدف تأخذ قيمة لانهائية و بالتالي لايمكن حينئذ تحديد حل نهائي للدالة .

مثال : حدد منطقة الحل الممكن للبرنامج التالي :

$$\text{Max} : Z = 2\,x_1 + 4\,x_2$$

$$\text{s/c} \begin{cases} 4\,x_1 + 8\,x_2 \geq 40 \\ x_1 \geq 6 \\ x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 , x_2 \geq 0$$



من خلال هذا الشكل نلاحظ أنه لا توجد نقطة تحقق الحل الأمثل لأننا كلما عوضنا يمين منطقة الحل نجد قيم أكبر لدالة الهدف و بالتالي نقول أن دالة الهدف غير نهائية

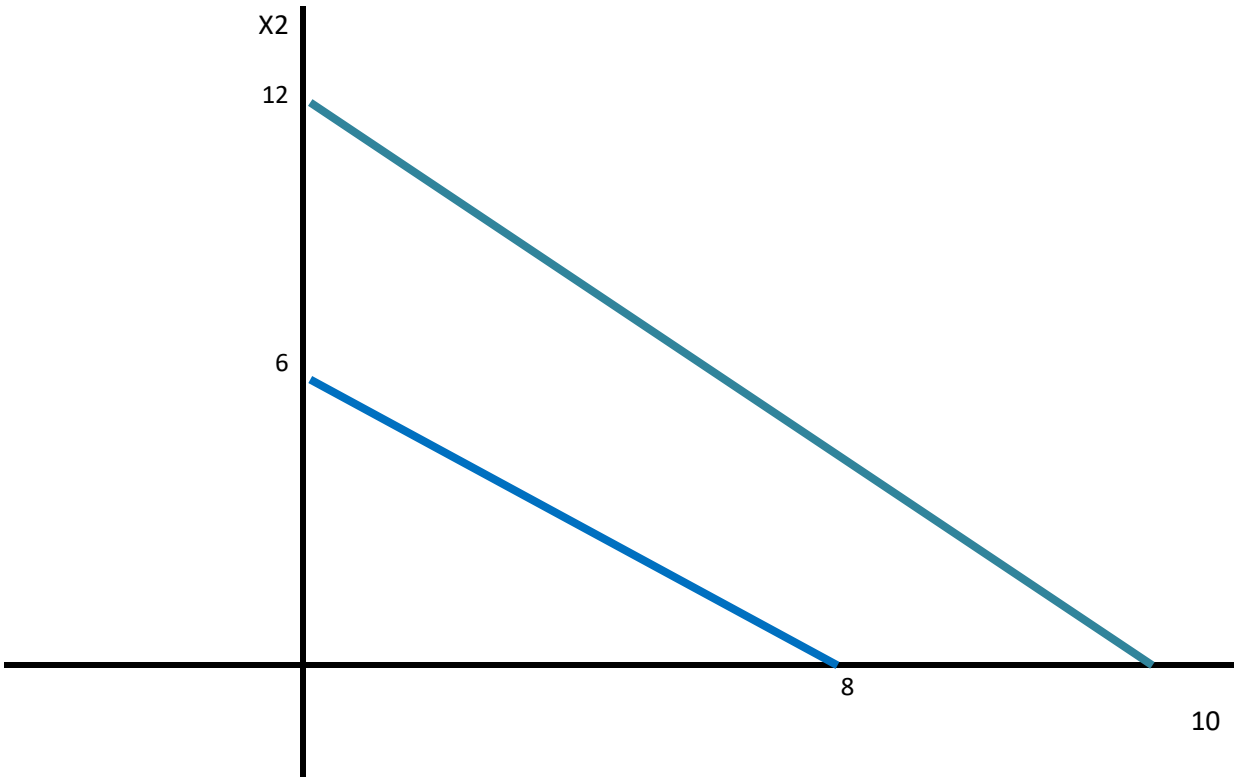
ثانيا : عدم وجود منطقة الحل

وهذا يكون عندما تكون القيود متناقضة

مثال :

Max : Z = 2 x_1+ 4 x_2

$$s/c \begin{cases} x_1 + x_2 \geq 12 \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$



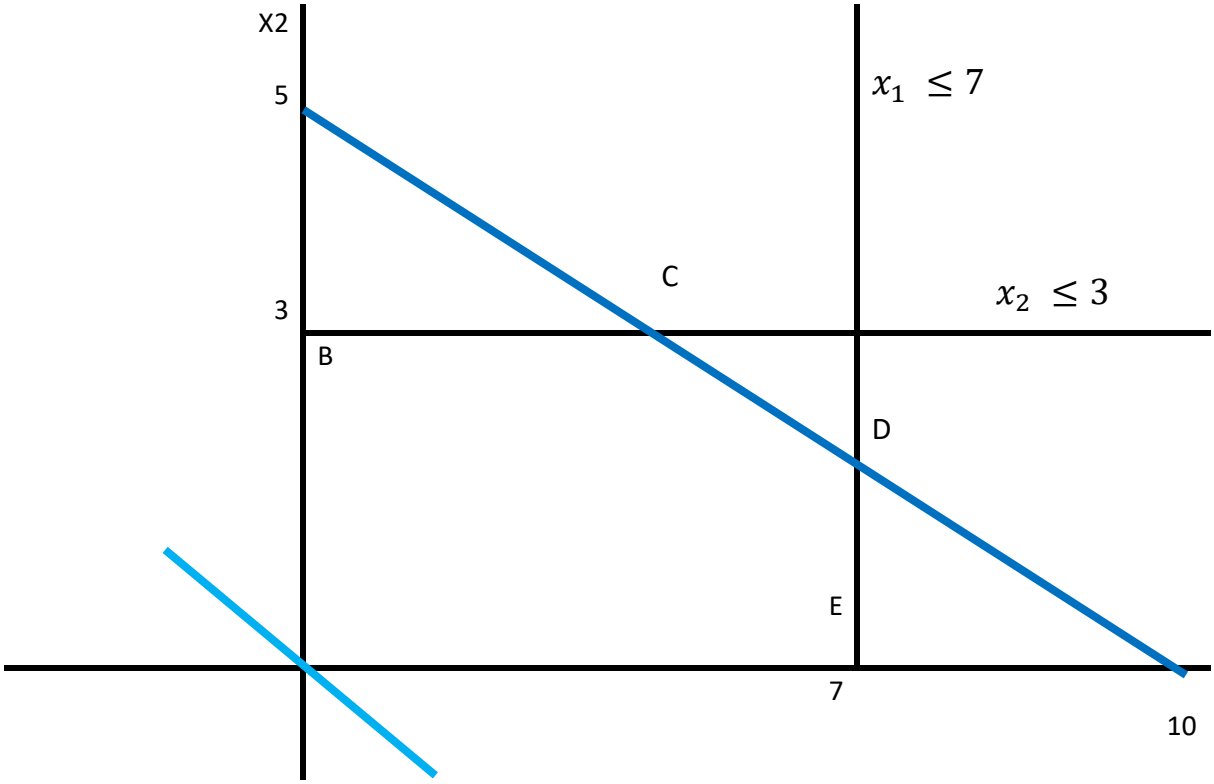
الحالة الثالثة : وجود أكثر من حل أمثل (تعدد الحلول) :

و في هذه الحالة (عندما يقدم الرسم البياني أكثر من حل واحد أمثل للمشكلة) يعني أنه هناك حرية لمتخذ القرار في إختيار البديل المناسب .

مثال :

Max : Z = x_1+ 2 x_2

$$s/c \begin{cases} x_1 \leq 7 \\ x_2 \leq 3 \\ 1.5x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$



بعد حل النموذج نجد :

Max Z(A) = 0
Max Z(B) = 6
Max Z(C) = 10
Max Z(D) = 10

نلاحظ أن النقطتين C و D تحققان أعلى قيمة و هي 10 و منه نستطيع إعتبارهما حلين أمثلين ، وفي الواقع يوجد أكثر من حلين لأننا إذا عوضنا أي نقطة تقع على القطعة [C ;D] نحصل على نفس النتيجة .

و تصادف هذه الحالة عندما يكون مستقيم دالة الهدف موازيا لأحد مستقيمات القيود في أعلى منطقة للحل ، في حال التعظيم و في أدنى منطقة الحل إتجاه اليسار في حال التدنية

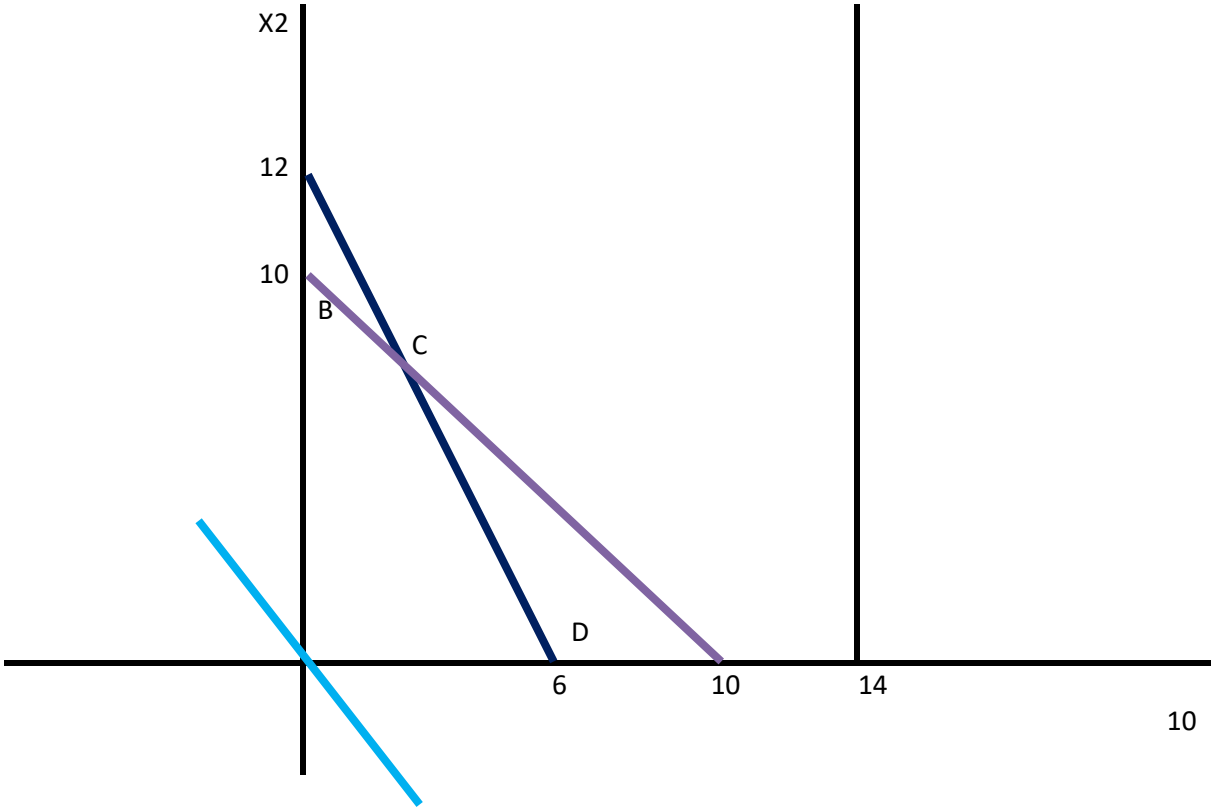
<u>رابعا : حالة حياد أحد القيود :</u>

في هذه الحالة فإن أحد القيود و الذي هو جزء من المشكلة لا يؤثر على أي حل من الحلول الممكنة ، بعبارة أخرى يمكن حذف هذا القيد دون أن يؤثر ذلك على البرنامج.

مثال :

Max : Z =9 x_1+ 2 x_2

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1 \leq 14 \\ x_1 ; x_2 \geq 0 \end{cases}$$


X2
12
10
B
C
D
6
10
14
10