Solution Serie N°2

Exo1 Soit $f(x,y) = y$

s.c $g(x,y) = y^3 - x^2 = 0$

1.) * On la contraint $g(x,y) = 0 \Rightarrow y^3 = x^2$, cela dire que $y \geq 0$.
Mais f st à minimiser, Donc $\text{Min}\, f(x,y) = 0$.

* le point minimum st $(0,0)$.

2.) Existe t-il λ?

$$\nabla f(0,0) = \lambda \nabla g(0,0)$$
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \lambda \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Alors λ n'existe pas.

3.) On a : $\nabla g(x,y) = \begin{pmatrix} 2x \\ 3y^2 \end{pmatrix}$

$$\nabla g(0,0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On dit que la contrainte n'st pas active en $(0,0)$. Alors elle st pas qualifié. Donc on peut pas appliquer le théorème des multiplicateurs de Lagrange.

Exo2. (Supplémentaire)

Exo3 On sait que la distance entre le point (x,y,z) et A st:

$$\sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2}$$

Donc, chercher le point le plus proche de A revient à minimiser la fonction $f(x,y,z) = (x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2$ sous la contrainte

$$g(x,y,z) := x^2 + y^2 + z^2 = 4$$