

Examen

Exercice 1: (10 pts)

1. En utilisant le développement de Maclaurin de la fonction $\ln(x+1)$, montrer que:

$$\ln(x+1) < x.$$

2. Calculer les développements limités jusqu'à l'ordre n au voisinage de x_0 des fonctions suivantes:

- $f(x) = e^{\cos x}$, $x_0 = 0$, $n = 4$.

- $g(x) = \frac{x^3}{x-1}$, $x_0 = \infty$, $n = 3$.

3. Montrer que:

- $\arctan x > \frac{x}{1+x^2}$, $\forall x > 0$.

- $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$, $\forall x \in]-1, 1[$.

Exercice 2: (10 pts)

1. Calculer les intégrales suivantes:

$$I_1 = \int \frac{1}{5-3\cos x} dx, \quad I_2 = \int_1^2 \frac{\ln(1+x)}{x^2} dx.$$

2. Résoudre les équations différentielles suivantes:

- $y' = e^{x+y}$.

- $y'' + y' + y = x^2 + x + 1$.

bonne chance